This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

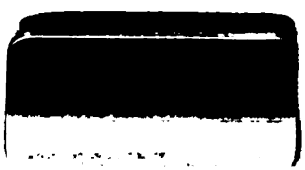
B 4 500 976

REESE LIBRARY

OF THE

UNIVERSITY OF CALIFORNIA.

Class No.



Lehrbuch

der

Markscheidekunde

von

P. Uhlich,

Professor der Geodäsie und Markscheidekunde an der Königlich Sächsischen Bergakademie zu Freiberg.

Mit 482 Figuren im Text.

Freiberg in Sachsen.
Verlag von Craz & Gerlach (Joh. Stettner).
1901.

TN273
U45

Alle Rechte, namentlich dasjenige
der Uebersetzung in fremde Sprachen vorbehalten.

Seinem hochverehrten Lehrer,

Herrn Geheimen Regierungsrath Professor a. D.

Carl August Nagel,

dem Schöpfer der wissenschaftlichen Grundlage

des Sächsischen Vermessungswesens,

dem grossen Meister der Beobachtungskunst

in dankbarer Verehrung

gewidmet

vom

Verfasser.

95371

Vorrede.

Das vorliegende Lehrbuch soll in erster Linie den Studirenden der Freiberger Berg-Akademie für den Vortrag über Markscheidekunde als Leitfaden dienen, und bringt als solcher aber fast nur rein markscheiderische Gegenstände zur Darstellung.

Wenn der rein geodätische Theil im allgemeinen nur kurz behandelt ist, so war Verfasser der Ansicht, dass für diesen Zweig schon gute Lehrbücher und Katasterwerke vorhanden sind. Aus diesem Grunde sind beispielsweise die Methoden der Theodolitmessungen, wie Vorwärtseinschneiden, Seitwärtsabschneiden, das Pothenotsche und Hansensche Verfahren, das Nivellement und die Tachymetrie als bekannt voraus gesetzt.

Hingegen ist dem Theodoliten ein sehr grosser Raum gegeben worden, besonders in Bezug auf die im Markscheidewesen häufig vorkommenden steilen Zielungen, die bei der Landmessung fast nie auftreten. Ausserdem bildet doch der Theodolit mehr und mehr das Hauptinstrument des Markscheiders. Denn wenn auch Kompassinstrumente ihre grossen Vortheile besitzen, so wird doch deren Anwendung in der Neuzeit mehr und mehr erschwert.

In Folge dessen sind auch diese Instrumente kürzer behandelt.

In zweiter Linie dürfte das Buch auch weiteren Kreisen von Nutzen sein, da es allerseits auf wissenschaftlicher Grundlage beruht.

Die Figuren sind mit wenigen Ausnahmen nach Originalzeichnungen des Verfassers hergestellt, zu welchen die Instrumente der reichhaltigen Sammlung der Freiberger Berg-Akademie die maassstäbliche Grundlage boten.

Wenn die in Freiberg üblichen Methoden etwas in den Vordergrund treten, so findet dies seine Begründung darin, dass einmal daselbst die Markscheidekunde von Alters her auf einer hohen wissenschaftlichen Stufe gestanden hat, und dass andrerseits gerade in Freiberg die Wissenschaft und Feinmechanik Hand in Hand gearbeitet haben; es sei nur an die Namen Junge, Weisbach, Viertel, Schmidt und Studer, Lingke, Hildebrand erinnert.

Die astronomischen Bestimmungen, die dem Markscheider vorkommen, sind ebenfalls nicht behandelt, es giebt auch hierfür gute Lehrbücher, und eine kurze Anführung der Methoden hat nicht viel Zweck.

Neu dürfte der XI. Abschnitt sein, über den bis vor kurzer Zeit nicht viel in der deutschen Litteratur zu finden war.

Erschöpfend konnte der Stoff in der doch immer beschränkten Ausdehnung des Buches nicht behandelt werden.

Möge das vorliegende Werk in Fachkreisen eine günstige Beurtheilung finden.

Freiberg, im November 1900.

P. Uhlich,

Professor der Geodäsie und Markscheidekunde
an der Königlichen Berg-Akademie.

Inhaltsübersicht.

Seite

Einleitung 1

I. Abschnitt. Allgemeine Betrachtungen. Besondere Bezeichnungen. Coordinaten. Längen- und Winkelmaasse. Grundlagen für die Grubenmessungen.

Allgemeine Betrachtungen 3
Besondere Bezeichnungen 8
Coordinaten 11
Maasse und Maassstäbe. Längenmaasse 19
Zeichnungsmaassstäbe 21
Winkel und Winkelmaasse 22
Grundlagen für die Grubenmessungen 23

II. Abschnitt. Hilfsmittel zur Messung kleiner Grössen: Nonius, Messkeil, Messschraube. Hilfsmittel zum Vertikal- und Horizontalstellen: Loth, Libelle. — Optische Hilfsmittel für Vermessungsinstrumente: Lupe, Schätzmikroskop, Schraubenmikroskop, Fernrohr. Aufstellungsvorrichtungen.

Hilfsmittel zur Messung kleiner Grössen 29
Der Nonius oder Vernier 29
Der Messkeil 32
Die Messschraube 33
Hilfsmittel zum Vertikal- und Horizontalstellen: 34
Lothe 34
Libellen 34
Theorie der Libellen 37
Gebrauch der Libellen 48
Optische Hilfsmittel für Vermessungsinstrumente 51
Lupen 53
Das Schätzmikroskop 54
Das Schraubenmikroskop 56
Das Fernrohr 60
Aufstellungsvorrichtungen 74

III. Abschnitt. Das Abstecken gerader Linien. Das Abstecken rechter Winkel. Das Aufsuchen der Schnittpunkte von Geraden. Das Messen gerader Linien. Fehlerquellen bei Längenmessungen.

Abstecken gerader Linien 78

Seite

Das Messen gerader Linien 85
Fehlerquellen bei Längenmessungen 90

IV. Abschnitt. Der Gradbogen und seine Anwendung.

Der Gradbogen und seine Anwendung 100
Theorie des Gradbogens 104
Der Gebrauch des Gradbogens 109

V. Abschnitt. Der Kompass und seine Anwendung.

Der Kompass und seine Anwendung 111
Kompasstheilung 114
Handkompasse 119
Der Hängekompass oder das Hängezeug 120
Theorie des Hängezeuges 123
Die Bestimmung des Streichwinkels mit dem Hängezeug . . 124
Visirkompasse 127
Verrichten, Eintragen und Berechnen der Kompasszüge . . 129
Die Verwendung des Kompasses in Gegenwart von ablenkenden Gegenständen 134
Genauigkeit der Kompasszüge 137

VI. Abschnitt. Der Theodolit und seine Anwendung.

Der Theodolit und seine Anwendung 139
Die Achsen 141
Der Theilkreis 146
Hemmungen oder Klemmen. Feldbeleuchtung. Okularprisma . 146
Theorie des Theodolits 150
Der Höhenkreis des Theodolits 188
Das Theodolitfernrohr als Distanzmesser 201
Der Theodolit als Ganzes und die in der Grube benutzten Signale 202
Die Prüfung und Berichtigung des Theodolits 209
Prüfungen und Berichtigungen, welche sich auf den Höhenkreis beziehen 213
Die Methoden der Winkelmessungen mit dem Theodolit . . 215
Verrichten, Eintragen und Berechnen der Theodolitzüge . . 223
Der Anschluss von Theodolitzügen an feste Linien . . . 223
Genauigkeit der Theodolitzüge 232

VII. Abschnitt. Direkte Höhenmessung. Höhenmessung mit abgesetzten Lothen. Nivellement. Trigonometrische Höhenmessung.

Höhenmessungen 242
Die direkte Höhen- oder Teufenmessung 242
Die Messung mit abgesetzten Lothen 245
Das Nivellement 246
Prüfung und Berichtigung der Nivellirinstrumente 247
Das trigonometrische Höhenmessen 259

VIII. Abschnitt. Das Zulegen 270

IX. Abschnitt. Anschluss- oder Orientirungsmessungen. Orientirungsmessungen mit dem Theodoliten. Orientirungsmessungen auf magnetischem Wege 279

Seite

Orientirungsmessungen mit dem Theodoliten 279
Orientirungsmessungen auf magnetischem Wege 306

X. Abschnitt. **Massenberechnungen** 323

XI. Abschnitt. **Das Aufsuchen von magnetischen Erzlagerstätten** . . 329
Die magnetischen Erzlagerstätten und der Erdmagnetismus . . 329
eines starken Magneten auf eine in seine Nähe gebrachte kleine Magnetnadel 331
Die zur Untersuchung der Erzlagerstätten benutzten Instrumente . 337
Die Horizontalintensität 347
Die Vertikalintensität 368
Die Ausführung der magnetischen Untersuchung über Tage und die Anfertigung von Intensitätsplänen aus den Beobachtungen . 375
Was aus den Intensitätsplänen zu ersehen ist 381
Die magnetischen Untersuchungen unter Tage 384
Die Ausführung der Messungen 385
Die Bestimmung der Lage der Erzpole oder der Erstreckung des Erzes in die Tiefe 387

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Einleitung.

Beim Betriebe der Bergwerke stellte sich schon frühzeitig die Nothwendigkeit heraus, sowohl über die Grenzen der Grubenfelder, als auch über die einzelnen Anlagen, sei es über oder unter Tage, genaue Kenntniss zu haben. Die mit derartigen Feststellungen meist von Seiten der vorgesetzten Bergbehörden betrauten Personen wurden in alter Zeit Marscheider oder Schinirer, vom 17. Jahrhundert an bis zur Gegenwart Markscheider genannt. Dem Namen nach hatten sie also besonders die Grenzen (Mark) der Grubenfelder festzustellen; ihre Thätigkeit wurde aber ausgedehnter und sie nannten, entsprechend den Traditionen ihrer ersten Zeit, und da ihr ganzes Thun der Lage der Sache nach etwas Geheimnissvolles an sich trug, die Zusammenfassung ihrer Regeln die Markscheidekunst oder, wie man jetzt besser sagt, Markscheidekunde. Sie ist ein Theil der Vermessungskunde und befasst sich mit allen Messungen, Berechnungen und risslichen Darstellungen für bergmännische Zwecke, sowohl über als unter Tage.

In den ältesten Zeiten war man durch den niedrigen Stand der Mathematik und der Mechanik nur auf verhältnissmässig ungenaue rissliche Darstellungen, oder auf die directe Uebertragung der in der Grube gefundenen Ergebnisse auf die Erdoberfläche angewiesen, während man jetzt fast Alles auf dem Wege der Rechnung oder an der Hand von Rissen, je nach der erforderten Genauigkeit durchführt.

Man spricht daher auch wohl von alter und neuer Markscheidekunde und versteht unter der alten die ausschliessliche Verwendung von Kompass und Gradbogen, unter neuer die Benutzung von Libellen und Theodolit.

Diese Unterscheidung lässt sich aber nicht streng durchführen, da auch jetzt noch unter gewissen Umständen die Benutzung von Gradbogen und Kompass der der neueren Instrumente vorzuziehen ist.

Will man überhaupt eine Unterscheidung machen, so könnte man

1. von der Methode des Setzens,
2. „ „ „ „ Ziehens und
3. „ „ „ „ Visirens

sprechen.

1. Bei der Setzmethode, die die älteste und unvollkommenste ist, werden Instrumente benutzt, die unmittelbar an die zu messenden Linien oder Flächen angelegt, oder die mit Hilfe eines Richtscheites oder einer Setzlatte zum Anlegen gebracht werden; hierher gehören Setzwaage, Setzniveau, Setzkompass.

2. Bei der Ziehmethode werden die zu messenden Linien durch straffgespannte Schnuren dargestellt, an die die entsprechenden Instrumente angehangen werden; davon sind zu nennen: Gradbogen, Hängeniveau, Hängekompass.

3. Bei der Visirmethode sind Instrumente in Gebrauch, die mit einem Visirmittel versehen sind; sie werden nur an den Endpunkten der Linien, oft unter Benutzung zusammengesetzter Vorrichtungen aufgestellt. Als Visirmittel benutzt man jetzt fast ausnahmslos das Fernrohr, und die Visirstrahlen stellen die Messungslinien dar.

Was die Vor- und Nachtheile der einzelnen Methoden anlangt, so ist das Setz- und Ziehverfahren bei sehr kurzen Linien und in sehr beschränkten Grubenräumen dem des Visirens vorzuziehen; über Tage werden sie nur in ausserordentlich beschränktem Maasse angewendet. Beide Methoden erfordern nur einen geringen Aufwand an einfachen Instrumenten, wodurch die ganze Arbeit schneller und billiger vor sich geht.

Die Ziehmethode hat andererseits den Uebelstand, dass bei windigem Wetter über Tage oder bei starkem Wetterzuge in der Grube mit Hänge-Instrumenten nicht gut gearbeitet werden kann, weil dieselben in Schwingungen gerathen und dadurch ungenaue Ergebnisse liefern, wenn sie nicht das Arbeiten überhaupt unmöglich machen. Ein anderer Uebelstand besteht darin, dass durch den in der Neuzeit üblichen Ausbau der Gruben mit Eisen die Anwendung der Magnetnadel mehr oder weniger unmöglich gemacht wird.

In den weitaus meisten Fällen ist aber auch die Genauigkeit beider Verfahren der Natur der Sache nach nicht gross.

Während die dritte Methode, die des Visirens, einerseits einen ziemlich zusammengesetzten Aufwand von Instrumenten und Hilfsmitteln erfordert, ist sie andererseits durch kein anderes Verfahren zu ersetzen, wenn es sich um die Erzielung grosser Genauigkeit handelt.

Sie ist auch erst in der Mitte dieses Jahrhunderts zu ihrer völligen Würdigung und allmählichen Verbreitung gekommen.

Bei den markscheiderischen Arbeiten treten der Natur der Sache nach, bedingt durch die besonderen Verhältnisse, von den Tagemessungen ganz abweichende Methoden der Messung und Instrumente auf, die in den Lehrbüchern der Vermessungskunde oder Geodäsie nicht enthalten sind; andererseits werden aber selbstredend wieder viele Instrumente und Methoden der allgemeinen Vermessungskunde benutzt. Es sind im Folgenden die rein geodätischen Arbeiten über Tage auch kürzer behandelt, als in den Lehrbüchern über Landmessung, in denen das hier Fehlende nachgelesen werden kann. Andererseits ist aber auch eine scharfe Trennung nicht möglich, und es werden im Folgenden auch einige in der Geodäsie vorkommende Instrumente, oder Theile derselben eingehender behandelt als dies sonst der Fall ist.

I. Abschnitt.

Allgemeine Betrachtungen. Besondere Bezeichnungen. Coordinaten. Längen- und Winkelmaasse. Grundlagen für die Grubenmessungen.

Allgemeine Betrachtungen.

Die Bestimmung der Gestalt und Grösse der Erde gehört zu den schwierigsten Gegenständen des Vermessungswesens. Die diesbezüglichen Arbeiten haben ergeben, dass die Erde in ihrer Gestalt einem abgeplatteten Rotationsellipsoid sehr nahe kommt, welches durch Umdrehung einer halben Ellipse um ihre kleine Achse entsteht; und zwar sind die meist gebräuchlichen Maasse:

grosse Halbachse	$a = 6\,377\,397{,}155$	Meter
kleine „	$b = 6\,356\,078{,}963$	„
Erdmeridianquadrant	$= 10\,000\,856$	„
Abplattung	$= 0{,}003\,342\,773.$	

Da die beiden Halbachsen nicht so sehr verschieden von einander sind, so legt man für die meisten Messungen eine Kugel, als das einfachere Gebilde, zu Grunde, und es ergiebt sich als Halbmesser R_1 einer Kugel, die mit den Erdellipsoid gleiches Volumen hat:

$$R_1 = \sqrt[3]{a\,a\,b} = 6\,370\,283 \text{ m},$$

und als Halbmesser R_2 einer Kugel, die mit dem Erdellipsoid gleiche Oberfläche besitzt:

$$R_2 = \frac{a + a + b}{3} = 6\,370\,291 \text{ m};$$

für viele Rechnungen genügt der runde Werth:

$$6\,370\,000 \text{ m}.$$

Die Erde dreht sich um ihre Achse, die man als Erdachse oder Weltachse bezeichnet, ihre Enden nennt man Nordpol und Südpol. Rechtwinklig zur Erdachse steht im Mittelpunkt die Aequator- oder Mittagsebene, sie theilt im Aequator die Erde in zwei Hälften.

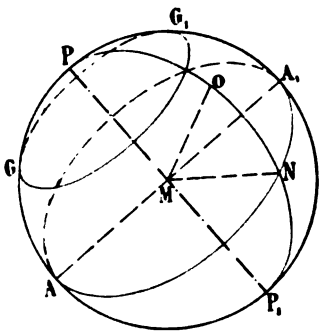


Fig. 1.

Ebenen, die durch die Erdachse hindurchgehen und senkrecht auf dem Aequator stehen, bezeichnet man als Mittagsebenen, ihren Schnitt mit der Erdoberfläche als Mittagslinien oder Meridiane; Ebenen parallel zum Aequator schneiden die Erde in Parallelebenen.

Die Polhöhe oder geographische Breite eines Ortes O (Fig. 1) auf der Erdoberfläche ist sein Abstand vom Aequator, entweder durch den Bogen NO oder durch den Winkel OMN gemessen, die Polhöhen werden vom Aequator aus nach Norden oder Süden von 0^0 bis 90^0 gerechnet.

Die geographische Länge für den Punkt O ist der Aequatorialbogen zwischen dem Meridian durch O und dem Anfangsmeridian, als welcher jetzt meist der von Greenwich angenommen wird. Die geographischen Längen werden vom Anfangsmeridian entweder durchlaufend von 0^0 bis 360^0 von Westen nach Osten, oder auch von 0^0 bis 180^0 entweder nach Westen oder nach Osten gezählt, im letzteren Falle muss „westlich“ oder „östlich“ zu der Gradzahl mit angegeben werden.

Eine besonders ausgezeichnete Richtung auf der Erde ist die Richtung der Schwere, die man als lothrecht oder vertikal bezeichnet, und die bekanntlich senkrecht auf der Erdoberfläche steht. Legt man durch eine lothrechte Linie eine beliebige Ebene, so heisst sie eine lothrechte oder vertikale Ebene. Betrachtet man die Erde als Kugel, so schneiden sich sämmtliche vertikale Linien und Ebenen im Mittelpunkt der Kugel; fasst man sie dagegen als Ellipsoid auf, so schneiden sich nur die vertikalen Richtungen auf dem Aequator und in den Polen im Mittelpunkt des Ellipsoids. Zwei beliebige Vertikale werden sich im allgemeinen beim Ellipsoid nicht schneiden, sondern nur diejenigen, welche einem und demselben Meridian oder auch ein und demselben Parallelkreise angehören; der Schnitt findet dann in der kleinen Achse statt, aber ausserhalb des Mittelpunktes.

Man kann infolge dessen auch im allgemeinen nicht durch zwei beliebige Vertikale eine Vertikalebene legen.

Denkt man sich die lothrechte Richtung bis zum Himmelsgewölbe verlängert, so bezeichnet man den oberen Schnittpunkt als Zenith oder Scheitelpunkt, den unteren als Nadir oder Fusspunkt.

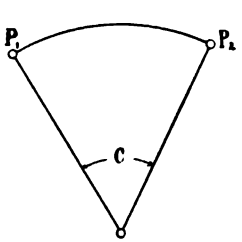


Fig. 2.

Unter der Annahme, dass die Erde eine Kugel ist, kann man leicht den Winkel berechnen, den zwei Vertikale miteinander bilden.

Ist der Bogen P_1 P_2 (Fig. 2), um den die beiden Punkte auf der Erde von einander abstehen, gleich B, der Radius der Kugel gleich R,

so erhält man für den Winkel C, den die beiden Lothe in P_1 und P_2 im Mittelpunkte der Erde mit einander einschliessen:

$$C = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{B}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Die Grösse $\frac{180^0}{\pi}$, die in der Geodäsie und Markscheidekunde sehr häufig auftritt zur Verwandlung von Bogenmaass in Winkelmaass, besonders bei kleinen Winkeln, wird meist mit ϱ bezeichnet, und es sind die Zahlenwerthe:

für Grade: $\frac{180^0}{\pi} = \varrho^0 = 57^0,29577951 \quad \log \varrho^0 = 1,7571226$

für Minuten: $\frac{180.60}{\pi} = \varrho' = 3437',74677 \quad \log \varrho' = 3,5362739$

für Sekunden: $\frac{180.60.60}{\pi} = \varrho'' = 206264'',806 \quad \log \varrho'' = 5,3144251.$

Setzt man in obiger Gleichung $R = 6370000$ m, so geht sie für kleine B über in:

$$C'' = 0,03238 . B \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

worin B in Metern einzuführen ist, um C in Bogensekunden zu erhalten.

Für $B = 1$ km $= 1000$ m ergiebt sich:

$$C'' = 32'',4.$$

Es tritt also bei nicht sehr grossen Entfernungen B der Winkel zwischen zwei Vertikalen immer sehr klein auf, so dass bei kurzen Entfernungen die Lothrechten als parallel angenommen werden können.

Legt man durch die Vertikale eines Punktes auf der Erdoberfläche eine Linie, die auf ihr senkrecht steht, so bezeichnet man sie als horizontale oder wagrechte; eine Ebene, die senkrecht auf der Vertikalen steht, wird als Horizontalebene oder als scheinbarer Horizont des betreffenden Punktes bezeichnet. Es ist dann weiter noch der wahre Horizont zu unterscheiden, der durch eine Fläche dargestellt wird, die durch den Beobachtungspunkt gehend, die Vertikale desselben senkrecht schneidet und bei der Annahme einer kugelförmigen Erdgestalt eine zur Erdkugel konzentrische Kugelfläche ist. Die Schnitte der Horizonte mit der Vertikalebene heissen Horizontallinien und zwar ist in Figur 3 E F eine scheinbare Horizontallinie, G D H eine wahre Horizontallinie durch den Punkt D der Erdoberfläche.

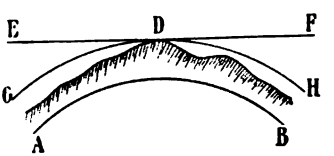


Fig. 3.

Um verschiedene Punkte auf der Erdoberfläche gegeneinander festzulegen, projizirt man sie auf einen wahren Horizont, den man

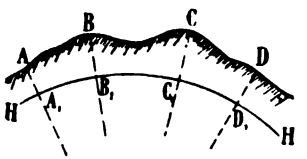


Fig. 4.

meist mit der Meeresoberfläche zusammen fallen lässt. Ist z B. in nebenstehender Figur 4 $H H_1$ ein wahrer Horizont, A, B, C, D .... Punkte der Erdoberfläche, so erhält man die Projektionen A_1, B_1, C_1, D_1 .. auf den wahren Horizont, indem man durch den Mittelpunkt M der Erdkugel und durch die Punkte an der Erdoberfläche Radien zieht. Kennt man dann ausser der gegenseitigen Lage der Punkte A_1, B_1, C_1, D_1 .... auf dem wahren Horizonte noch die Vertikalen $A_1 A$, $B_1 B$, $C_1 C$, $D_1 D$ ...., so ist die Lage der Punkte A, B, C, D .... auf der Erdoberfläche bestimmt.

Bei Messungen von geringerer Ausdehnung kann man den wahren Horizont mit dem scheinbaren als zusammenfallend auffassen; man projizirt also dann auf den scheinbaren Horizont, auf die Ebene.

Inwieweit man hierzu berechtigt ist, mag aus der folgenden Darstellung hervorgehen.

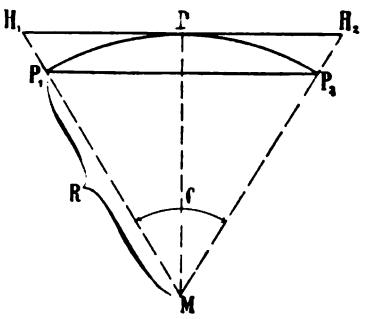


Fig. 5.

In nebenstehender Figur 5 sei $P_1 P P_2$ die kugelförmige Oberfläche der Erde und es sei $P_1 P = P P_2$. Die Linien $P_1 M$ und $P_2 M$, die sich im Mittelpunkte der Erde unter dem Winkel C schneiden, stellen dann die Vertikalen in den Punkten P_1 und P_2 der Erdoberfläche dar. Legt man jetzt durch P eine Senkrechte zu M P, so giebt die Gerade $H_1 P H_2$ eine scheinbare Horizontallinie, der Kreisbogen $P_1 P P_2$ ist dann die wahre Horizontallinie, oder die Projektion des scheinbaren Horizontes auf den wahren, bez. umgekehrt; und $H_1 P_1$ die Höhe des scheinbaren Horizontes über dem wahren.

Bezeichnet noch:

R den Radius der Erdkugel,
S die Länge der Sehne $P_1 P_2$,
B die Länge des Bogens $P_1 P P_2$ und
H die Länge der Horizontalen $H_1 P H_2$

so ist:

$$S = P_1 P_2 = 2 R \sin {}^1/_2 C.$$

Da nun, wie schon angegeben, bei kurzen Bögen $P_1 P_2$ der Winkel C klein ist, so kann man den Sinus in die bekannte Reihe:

$$\sin {}^1/_2 C = \frac{1}{2} C - \frac{({}^1/_2 C)^3}{3!} + \frac{({}^1/_2 C)^5}{5!} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

entwickeln und wenn man nur die ersten beiden Glieder beibehält, bekommt man für S:

$$S = R \left\{ C - \frac{C^3}{24} \right\}$$

und da andererseits:

$$C = \frac{B}{R}$$

so folgt:

$$S = B - \frac{B^3}{24\,R^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

oder:

$$B - S = \frac{B^3}{24\,R^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

welche Gleichung den Unterschied zwischen Bogen und Sehne darstellt.

In ähnlicher Weise bekommt man aus der Gleichung:

$$H = 2\,R \tan {}^1/_2\, C$$

für den Unterschied zwischen scheinbarem und wahrem Horizont:

$$H - B = \frac{B^3}{12\,R^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Für $R = 3\,270\,000$ m und $B = 10$ km $= 10\,000$ m ergiebt sich dann:

$$B - S = 0{,}00\,103 \text{ m}$$
$$H - B = 0{,}00\,205 \text{ m}.$$

Diese Unterschiede sind im Verhältniss zur Länge $P_1 P_2$ sehr klein, man kann also für nicht zu ausgedehnte Messungen ohne merklichen Fehler den wahren Horizont mit dem scheinbaren vertauschen, d. h. man kann dann die Erdoberfläche als eben auffassen.

Dies gilt für Messungen in horizontalem Sinne, bei Messungen in vertikaler Richtung gestaltet sich die Sache etwas ungünstiger, und es fragt sich, inwieweit man für diese Messungen, bei denen also der Abstand des scheinbaren vom wahren Horizonte in Frage kommt, die beiden Horizonte als zusammenfallend annehmen kann.

Bezeichnet man den Bogen $P_1 P = P P_2$ mit b, ferner $P_1 H_1 = P_2 H_2$, also die Erhebung des scheinbaren Horizontes über den wahren mit h, so ergiebt sich zuerst nach dem Secantensatz:

$$2\,R\,h + h^2 = \frac{H^2}{4}$$

und hieraus, da nur das positive Zeichen der Wurzel in Frage kommt, weil h nicht negativ werden kann:

$$h = -R + \sqrt{R^2 + \frac{H^2}{4}},$$

oder wenn man die Wurzel nach dem binomischen Satze entwickelt, nach einfacher Umformung unter Vernachlässigung der höheren Glieder:

$$h = \frac{H^2}{8\,R} - \frac{H^4}{8 \cdot 16\,R^3}.$$

Setzt man hierin für H den Werth:

$$H = 2b + \frac{(2b)^3}{12R^2}$$ ein, so ergiebt sich bis auf Glieder vierter Ordnung:

$$h = \frac{b^2}{2R} + \frac{5}{24} \cdot \frac{b^4}{R^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Für $b = 10000$ m wird das erste Glied 7,8493 m, das zweite 0,000008 m, sodass das zweite Glied vernachlässigt werden kann, somit die Höhe des scheinbaren Horizontes über dem wahren dargestellt wird durch die einfache Gleichung:

$$h = \frac{b^2}{2R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Für $b = 1\,\text{km} = 1000$ m berechnet sich:

$$h = 78{,}5\,\text{mm}.$$

Ist dieser Betrag an sich zwar nicht sehr gross, so ist er doch bei Messungen in vertikaler Richtung durchaus nicht zu vernachlässigen, wie das später noch (Abschnitt VII) gezeigt werden wird.

Ausser dem astronomischen Meridian kommt besonders für den Markscheider noch der magnetische in Betracht; seine Richtung wird durch eine beweglich aufgehangene Magnetnadel angegeben. Beide Meridiane fallen im allgemeinen nicht zusammen, sondern bilden einen Winkel miteinander, den man als Deklination oder Missweisung bezeichnet.

Die Deklination ist örtlich und zeitlich veränderlich, im allgemeinen nimmt sie nach Westen hin zu, nach Osten hin ab.

Die zeitliche Veränderung oder Variation ist eine zweifache, eine säkulare von einer Jahrhunderte lang dauernden Periode und eine tägliche, und in dieser letzteren ist wieder ein Unterschied in den einzelnen Jahreszeiten vorhanden. Ausserdem treten noch plötzliche Aenderungen, die sogenannten Störungen, auf. Näheres über diesen Gegenstand ist im IX. Abschnitt nachzulesen.

Besondere Bezeichnungen.

Da die Markscheidekunde im engen Zusammenhange mit dem Bergbau steht, so ist es erklärlich, dass sie viele Ausdrücke von diesem entlehnt hat, und es mögen zuerst die nothwendigsten beim Markscheiden vorkommenden geometrischen Ausdrücke erklärt werden.

Unter einer söhligen Linie versteht der Bergmann und der Markscheider eine wagrechte, unter einer seigeren (oder saigeren) eine lothrechte Linie, unter Seigerteufe die Länge einer in die Tiefe, unter Seigerhöhe die Länge einer in die Höhe gehenden Vertikalen.

Jede gegen den Horizont beliebig geneigte Linie heisst tonnlägig (donlägig) oder flach; den Winkel, den dieselbe mit der

Horizontalen bildet, nennt man entweder Fallwinkel oder Steigwinkel, je nachdem der Endpunkt der Linie, vom Anfangspunkt an gerechnet, tiefer oder höher liegt als dieser Allgemeiner bezeichnet man diesen Winkel als Neigungswinkel.

Denkt man sich durch den Anfangspunkt A (Fig. 6) einer Linie AB eine horizontale Ebene E gelegt und projizirt den Endpunkt B auf diese, so heisst diese Projektion B' Seigerpunkt oder Ortung, und die Projektion der Linie, also AB' die Sohle oder Ebensohle. In nebenstehender Figur würde also AB = f die flache Länge, AB' = s die Sohle der Linie AB, BB' = h die Seigerteufe zwischen A und B und der Winkel BAB' = γ den Neigungs- oder Fallwinkel der Linie AB darstellen. Bei der Angabe des Neigungswinkels wird immer der spitze Winkel gewählt. Das Dreieck ABB' bezeichnet man allgemein als Falldreieck.

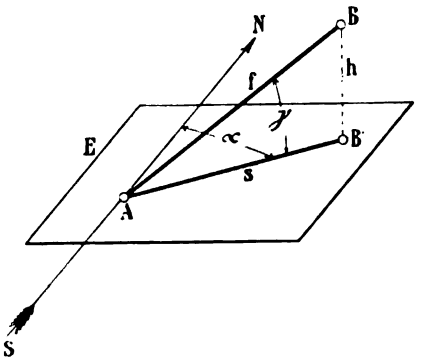


Fig. 6.

Denkt man sich in der Ebene E durch den Anfangspunkt A der Sohle eine Parallele NS zum Meridian gezogen, so bezeichnet man den Winkel α, den die Sohle AB' mit NS in der Ebene E bildet, als Streichen oder Streichwinkel der Sohle oder als Streichen der flachen Linie selbst. Das Streichen wird von Nord ausgehend über Ost, Süd und West von 0° bis 360° gezählt. Je nachdem der Winkel α direkt beobachtet oder berechnet worden ist, spricht man vom beobachteten (oder observirten) und berechneten Streichen.

Ist NS eine Parallele zur magnetischen Nord-Südrichtung, so nennt man das Streichen magnetisches, ist dagegen NS die astronomische Nord-Südrichtung, so heisst das Streichen wahres oder auch Azimuth. Häufig wird auch aus dem beobachteten magnetischen Streichen das wahre durch Berücksichtigung der Missweisung oder Deklination der Magnetnadel abgeleitet, man nennt daher auch das berechnete wahre Streichen das reduzirte Streichen.

Denkt man sich in einer Lagerstattebene eine ganz beliebige Linie gezogen, so ist dies eine flache Linie, zieht man dagegen eine söhlige Linie in der Ebene, so erhält man eine Streichlinie der Lagerstätte; der Winkel, den die Streichlinie mit der Nord-Südrichtung einschliesst, heisst das Streichen der Lagerstätte. Eine in dieser auf der Streichlinie senkrecht stehende Gerade heisst Falllinie der Lagerstätte, ihr Winkel mit der Horizontalen ist der Fallwinkel oder das Fallen der Lagerstätte. Die Lage einer Ebene ist durch ihr Streichen und Fallen und durch irgend einen in ihr liegenden Punkt bestimmt.

Zwischen dem Streichen α und dem Fallen γ einer Lagerstättte und dem Streichen α_1 und Fallen γ_1 einer beliebigen in der Lagerstätte liegenden Linie besteht eine einfache Beziehung. In nachstehender Figur 7 sei ABCD eine beliebige Lagerstätte, AB die

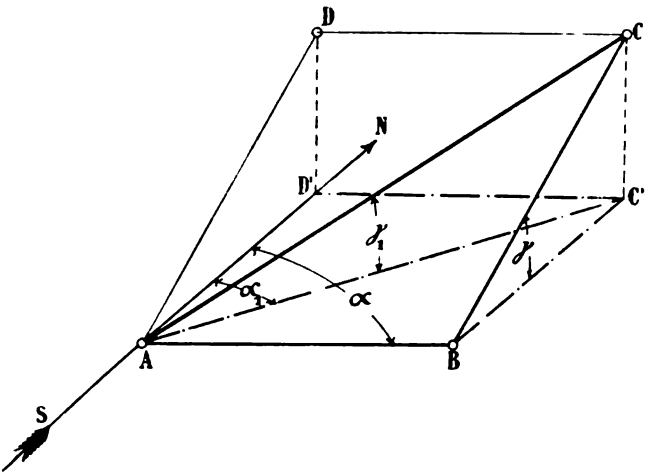


Fig. 7.

Streichlinie, BC oder AD die Falllinie und AC eine flache Linie; C' und D' die Seigerpunkte von C und D in der durch AB gelegten Horizontalebene. Dann ergiebt sich aus den Dreiecken BCC' und ACC':

$$CC' = BC' \cdot \tan\gamma = AC' \cdot \tan\gamma_1$$

und da aus dem Dreieck ABC' folgt:

$$BC' = AC' \cdot \sin(\alpha - \alpha_1),$$

so erhält man ganz allgemein:

$$\tan\gamma = \frac{\tan\gamma_1}{\sin(\alpha - \alpha_1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

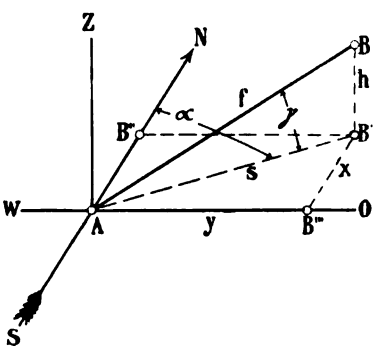


Fig. 8.

Sind in dieser Gleichung drei beliebige Grössen gegeben, so lässt sich stets die vierte daraus ermitteln, was je nach den Verhältnissen am zweckmässigsten rechnerisch oder zeichnerisch auszuführen ist.

In der Markscheidekunde bestimmt man einen Punkt im Raume durch seine drei zueinander rechtwinkligen Coordinaten, zwei davon sind horizontal, die dritte senkrecht. Ist AB in Fig. 8 eine vom Coordinaten-Anfangspunkt A ausgehende flache Linie AB von der flachen

Länge f und dem Fallwinkel γ, so legt man durch A die Nord-Südrichtung NS als eine Achse, die X-Achse; senkrecht dazu steht die Ost-Westrichtung als zweite, die Y-Achse, und senkrecht auf beiden, also vertikal, die dritte, die Z-Achse Projizirt man nun den Punkt B in die horizontale XY-Ebene, so ist wieder:

$$\left.\begin{array}{l} AB' = f.\cos\gamma = s = \text{Sohle} \\ BB' = f.\sin\gamma = h = \text{Seigerteufe} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9)$$

man bezeichnet deswegen auch die Sohle mitunter als Fallcosinus, die Seigerteufe als Fallsinus.

Projizirt man ferner die Linie AB' auf die Nord-Süd- oder X-Richtung, wobei " das Streichen der flachen Linie AB beziehentlich deren Sohle AB" darstellt, so erhält man die Grösse AB" = x, die Projektion derselben Linie auf die Y- oder Ostwestrichtung giebt AB" = y. Die Grösse x bezeichnet man als Ordinate oder Breite, die Grösse y als Abscisse oder Länge; und zwar ist:

$$\left.\begin{array}{l} x = s.\cos\alpha \\ y = s.\sin\alpha \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

und da α das Streichen ist, so nennt man die Breite oder Ordinate auch Streichcosinus, die Länge oder Abscisse auch Streichsinus.

Die Ausdrücke Länge und Breite sind die ältesten, sie rühren bereits von Erasmus Reinhold her und haben in Sachsen durchweg Eingang gefunden Sie sind entsprechend den geographischen Coordinaten gewählt.

Durch die drei räumlichen Coordinaten x, y und h ist der Punkt B in seiner Lage eindeutig bestimmt. (Näheres über Coordinaten siehe Seite 12.)

Es kommen in der Markscheidekunde noch einige andere Bezeichnungen vor: Die Thätigkeit des Markscheiders wird mit Ziehen, Verziehen oder Abziehen bezeichnet, woraus das Wort Markscheiderzug oder kurz Zug abgeleitet worden ist. Man unterscheidet Tagezug oder Grubenzug, je nachdem das Aufgenommene sich auf der Erdoberfläche oder in der Grube befindet; die Wiederholung eines Zuges zum Zwecke der Prüfung heisst Gegenzug, seine Kontrolle in streitigen Fällen durch besondere Markscheider Währzug. Das Wort Abgeben ist gleichbedeutend mit Abstecken.

Die bildliche Darstellung des Aufgenommenen bezeichnet man als Riss, die Herstellung desselben als Zulegen. Unter Seigerriss versteht man die Projektion des Aufgenommenen auf die vertikale Aufrissebene, unter Kreuz- oder Querriss die Darstellung auf einer vertikalen zum Aufriss senkrechten Bildebene; während ein flacher Riss die Abbildung auf eine beliebige gegen den Horizont geneigte Ebene ist.

Coordinaten.

Es ist schon oben auf dieser Seite darauf hingewiesen worden, dass zur Festlegung eines Punktes im allgemeinen drei zueinander

senkrechte Coordinaten nothwendig sind. Für kleinere Vermessungsgebiete sind die Coordinaten ebene, für grössere sphärische bezw. sphäroidische. Dem Markscheider kommen hauptsächlich die ebenen vor, und es mögen diese zuerst betrachtet werden. Da die dritte Coordinate die Höhe über einem angenommenen Horizont ist, die auf besondere Weise ermittelt wird, so beziehen sich die folgenden Betrachtungen hauptsächlich auf die gewöhnlich mit x und y bezeichneten Coordinaten, die in der Ebene des Horizontes liegen. Wie schon früher bemerkt, fällt der Anfangspunkt O des Coordinaten-Systems (Fig. 9) entweder mit einem Punkte der Landestriangulirung zusammen, oder er ist für ein gewisses Grubengebiet ein besonderer. Die X-Achse fällt gewöhnlich mit dem astronomischen Meridian durch den Coordinatenanfangspunkt zusammen, die Y-Achse steht senkrecht dazu. Durch diese beiden Linien werden vier Quadranten gebildet, die mit I bis IV in der Figur bezeichnet sind. Die Achse der positiven X liegt meist nach Norden, die positive Y-Achse nach Osten; die negativen X nach Süden, die negativen Y nach Westen. In der Zusammenstellung sind also die Vorzeichen der Coordinaten x und y für irgend einen Punkt in den vier Quadranten:

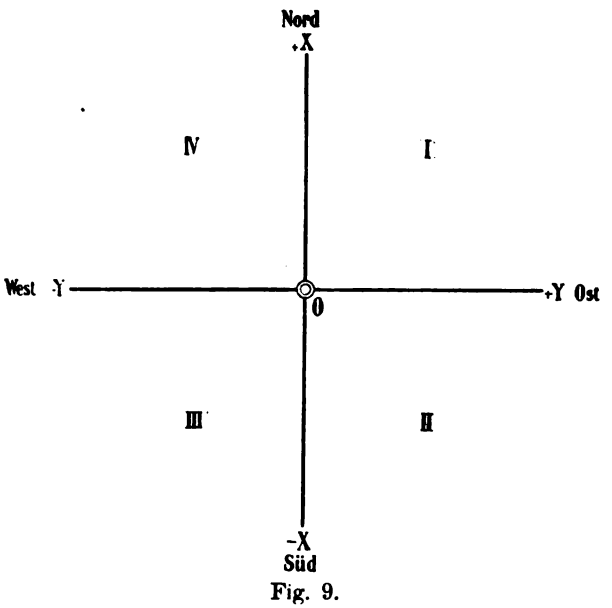


Fig. 9.

I.	Quadrant	y positiv	x positiv,
II.	„	y positiv	x negativ,
III.	„	y negativ	x negativ,
IV.	„	y negativ	x positiv.

Ist nun irgend ein Punkt n—1 (Fig 10) gegeben durch seine Coordinaten y_{n-1} und x_{n-1}, sowie die Länge der Seite $(n-1)\,n = s_{n-1}$, deren Neigungswinkel gegen die Parallele zur X-Achse im Punkte $n-1$ gleich α_{n-1} ist, so ist nach der Figur:

$$\left.\begin{aligned} y_n &= y_{n-1} + \Delta y_n \\ x_n &= x_{n-1} + \Delta x_n \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 11)$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned} \Delta y_n &= s_{n-1} \cdot \sin \alpha_{n-1} \\ \Delta x_n &= s_{n-1} \cdot \cos \alpha_{n-1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 12)$$

ist, nach welchen Gleichungen man die Coordinaten jedes folgenden Punktes aus denen des vorhergehenden berechnen kann. Sind andererseits die Coordinaten der beiden Punkte n und n — 1 zu y_n, x_n, y_{n-1} und x_{n-1} gegeben, so ergiebt sich aus den Gleichungen 12:

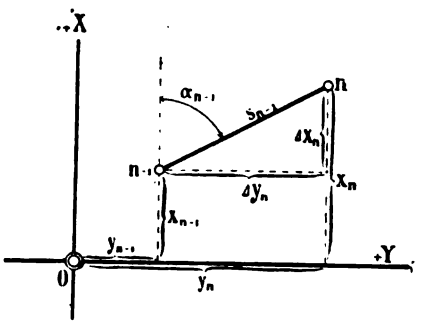


Fig. 10.

$$\tan \alpha_{n-1} = \frac{\Delta y_n}{\Delta x_n} = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \quad 13)$$

und mit Rechenprobe:

$$s_{n-1} = \frac{\Delta y_n}{\sin \alpha_{n-1}} = \frac{\Delta x_n}{\cos \alpha_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

Da nun nach Gleichung 12 die y-Differenzen proportional den Sinus, die x-Differenzen proportional den Cosinus sind, so folgt, dass im

I. Quadranten:	$\frac{\Delta y_n \text{ positiv}}{\Delta x_n \text{ positiv}}$,	$\tan \alpha_{n-1}$	positiv,
II. „	$\frac{\Delta y_n \text{ positiv}}{\Delta x_n \text{ negativ}}$,	$\tan \alpha_{n-1}$	negativ,
III. „	$\frac{\Delta y_n \text{ negativ}}{\Delta x_n \text{ negativ}}$,	$\tan \alpha_{n-1}$	positiv,
IV. „	$\frac{\Delta y_n \text{ negativ}}{\Delta x_n \text{ positiv}}$,	$\tan \alpha_{n-1}$	negativ

ist.

Aus den Vorzeichen der Δy_n und Δx_n ergeben sich daher ohne Weiteres die Quadranten, in denen das α_{n-1} zu liegen kommt, das Zeichnen einer Hilfsfigur ist völlig überflüssig. Ist z. B. die y-Differenz negativ, die x-Differenz ebenfalls negativ, so ist zwar $\tan \alpha_{n-1}$ positiv, der Winkel α_{n-1} liegt aber im III. Quadranten.

Es mag noch hervorgehoben werden, dass für kleine Werthe von α bei logarithmischen Berechnungen etwa bis 5° die Benutzung der in den Logarithmentafeln meist mit S und T bezeichneten Werthe vortheilhaft ist.

Beispiele: 1. Gegeben $x_{n-1} = -4365{,}12$, $y_{n-1} = +149{,}79$, $s_{n-1} = 543{,}25$ m, $\alpha_{n-1} = 318^g{,}4744$, gesucht x_n und y_n.

$\log \sin \alpha_{n-1} = 9{,}981451_n$	$x_{n-1} = -4365{,}12$;	$y_{n-1} = +149{,}79$
$\log s_{n-1} = 2{,}735000$	$\Delta x_n = +155{,}44$	$\Delta y_n = -520{,}54$
$\log \cos \alpha_{n-1} = 9{,}456577$	$x_n = -4209{,}68$	$y_n = -370{,}75$
$\log \Delta y_n = 2{,}716451_n$		
$\log \Delta x_n = 2{,}191577$		

2. Gegeben: $x_{n-1} = +2788{,}57$, $y_{n-1} = -5432{,}10$, $x_n = +2182{,}69$, $y_n = -6751{,}38$, gesucht s_{n-1} und α_{n-1}.

$$\Delta y_n = y_n - y_{n-1} = -1319{,}28$$
$$\Delta x_n = x_n - x_{n-1} = -605{,}88$$

$\log \Delta y_n$	$= 3{,}120\ 337_n$
$\log \Delta x_n$	$= 2{,}782\ 387_n$
$\log \tan \alpha_{n-1}$	$= 0{,}337\ 950$
α_{n-1}	$= 180^0 + 65^0\,19'\,58'',9 = 245^0\,19'\,58'',9$

$\log \Delta y_n$	$= 3{,}120\ 337_n$	$\log \Delta x_n$	$= 2{,}782\ 387_n$
$\log \sin \alpha_{n-1}$	$= 9{,}958\ 444_n$	$\log \cos \alpha_{n-1}$	$= 9{,}620\ 493_n$
$\log s_{n-1}$	$= 3{,}161\ 893$	$\log s_{n-1}$	$= 3{,}161\ 894$
s_{n-1}	$= 1451{,}75$	s_{n-1}	$= 1451{,}76.$

Unter Berücksichtigung der Vorzeichen ist aus den vorstehenden Beispielen ersichtlich, dass keine Zweideutigkeit in der Bestimmung der gesuchten Grössen besteht, sodass es also auch nicht nothwendig ist, für jeden Fall eine Hilfsfigur zu zeichnen.

Für grössere Aufnahmegebiete, bei denen die Breiten und die Entfernungen der einzelnen Punkte vom Coordinatenanfang grösser als etwa 5 km auftreten, verwendet man sphärische Coordinaten und zwar meist rechtwinklige, auch als Soldnersche bezeichnet. Diese beziehen sich auf ein in der sphärischen Erdoberfläche liegendes rechtwinkliges Coordinatensystem. Die eine Achse, die Abscissenachse, fällt mit dem astronomischen Meridian durch den Coordinatenanfangspunkt zusammen, man bezeichnet sie auch als X-Achse, die ideelle Achse der Y, die Ordinatenachse steht senkrecht auf dem Meridiane. Die nördlich vom Coordinatenanfang liegenden x, und die östlich von demselben Punkte liegenden y werden als positiv, und die Azimuthe oder Richtungswinkel vom nördlichen Meridian aus über Osten, Süden und Westen bis zu 360° gezählt.

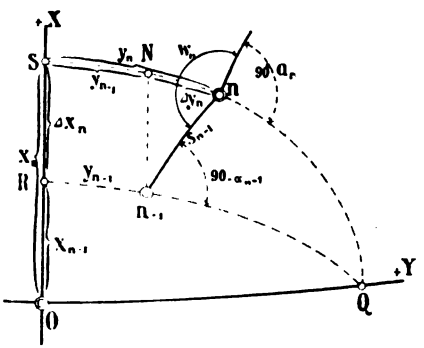


Fig. 11.

In der nebenstehenden Fig. 11 seien $OR = x_{n-1}$ und $R(n-1) = y_{n-1}$ die Coordinaten des Punktes n—1 und $OS = x_n$ und $Sn = y_n$ die Coordinaten des Punktes n. Die verlängerten Ordinaten schneiden sich sämmtlich in dem Pole Q der X-Achse und die, die beiden Punkte n und n—1 verbindende Polygonseite s_{n-1} schneidet das Poldreieck $Qn(n-1)$ ab, in welchem der Winkel $n(n-1)Q$ bereits durch die vorhergehende Berechnung bekannt geworden ist, und der mit $90^0 - \alpha_{n-1}$ bezeichnet werden mag. Trägt man die Ordinate y_{n-1} von S bis N auf dem durch den Punkt n gehenden Ordinatenkreis SQ auf, d. h. zieht man eine Linie N(n—1) im Abstande y_{n-1} von der X-Achse, so wird Nn den Ordinatenabschnitt Δy_n für die Seite s_{n-1} darstellen. Legt man ferner einem grössten Kreis durch die Punkte (n–1) und N, so bildet derselbe mit der Seite s_{n-1} einen Winkel, der nahezu gleich dem Winkel α_{n-1} ist, welcher als Rich-

tungswinkel bezeichnet wird, und welche wie bemerkt von Norden über Osten, Süden und Westen bis 360° gezählt werden. Es ergiebt sich nun:

$$y_n = y_{n-1} + \Delta y_n.$$

Das Meridianstück $RS = \Delta x_n$ ist der zur Seite s_{n-1} gehörende Abscissenabschnitt und wird durch den sphärischen Winkel bei Q bestimmt und zwar ist:

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x_n.$$

Die Formeln für die Soldnerschen Coordinaten ergeben sich aus dem Poldreieck (n—1)Qn, wenn man

$$s_{n-1} \cdot \cos \alpha_{n-1} = p \text{ und } s_{n-1} \cdot \sin \alpha_{n-1} = q$$

setzt, mit einer Genauigkeit von 1 mm, solange die Seiten und Ordinaten kleiner als 100 km bleiben, zu:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta y_n &= y_n - y_{n-1} = q - \frac{1}{2\varrho^2}\left(y_{n-1} + \frac{q}{3}\right) p^2 \\
\Delta x_n &= x_n - x_{n-1} = p + p\left\{ \frac{(y_{n-1} + \Delta y_n)^2}{2\varrho^2} - \frac{q^2}{6\varrho^2} \right\} \\
\Delta \alpha_n'' &= -\varrho'' \frac{p}{\varrho}\left(\frac{y_{n-1}}{\varrho} + \frac{q}{2\varrho}\right) \\
\alpha_n &= \alpha_{n-1} + w_n + \Delta \alpha'' \pm 180^0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \; 15)$$

Hierin bezeichnet ϱ'' die Zahl 206264,806, ϱ den Krümmungshalbmesser der Kugel und w_n den Winkel, welcher zwischen den aufeinanderfolgenden Polygonseiten s_{n-1} und s_n so bestimmt ist, dass immer der in der Zugberechnung rückwärts liegende Winkelschenkel, also in der Figur s_{n-1} als der linke zu betrachten ist.

Da nun in den vorstehenden Formeln ϱ'' immer, und für ein gegebenes Gebiet auch ϱ als Kugelhalbmesser konstante Grössen, und ausserdem die Glieder zweiter und dritter Ordnung kleine Grössen sind, die als Korrektionsglieder auftreten, so ist es für die praktische Rechnung vortheilhaft, die Grössen y_{n-1}, y_n, p und q in Kilometerbrüchen einzuführen, also

$$\begin{aligned}
y_{n-1} &= 1000 \,.\, y^0_{n-1} \\
y_n &= 1000 \,.\, y^0_n \\
p &= 1000 \,.\, p^0 \quad \text{und} \\
q &= 1000 \,.\, q^0 \quad \text{zu setzen,}
\end{aligned}$$

wobei die hochgesetzte Null das Kilometerzeichen andeuten mag. Bezeichnet man ferner noch:

$$\frac{1000^3}{2\varrho^2} = k \text{ und } \frac{1000^2 \varrho''}{\varrho^2} = K,$$

so erhält man die folgenden Formeln:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta y_n &= y_n - y_{n-1} = q - k\,(y^0_{n-1} + \frac{q^0}{3})\, p^{0\,2} \\
\Delta x_n &= x_n - x_{n-1} = p + k\,(y^{0\,2}_n - \frac{q^{0\,2}}{3})\, p^0 \\
\Delta \alpha_n'' &= -K\,(y^0_{n-1} + \frac{q^0}{2})\, p^0 \\
\text{und } \alpha_n &= \alpha_{n-1} + w_n + \Delta \alpha_n'' \pm 180^0.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \; 16)$$

Hierin reicht es aus, für q^0 den Werth $y_n^0 - y_{n-1}^0$, und für p^0 die Grösse $x_n^0 - x_{n-1}^0$ einzuführen.

Mit der Polhöhe des Coordinaten-Anfangspunktes kann man aus entsprechenden astronomisch-geodätischen Tafeln den Zahlenwerth für ϱ, und daraus diejenigen für k und K ermitteln.

Wie bereits bemerkt, reichen die Formeln aus für Seiten und Ordinaten bis 100 km Länge, wenn die Millimeter in den Coordinaten noch sicher erhalten werden sollen.

Für grössere Entfernungen treten zu obigen Formeln noch weitere Korrektionsglieder hinzu, die aber für den vorliegenden Zweck kaum in Frage kommen dürften.

Bei kleineren Vermessungsgebieten, in denen Seiten und Ordinaten die Grösse von 5 km nicht wesentlich übersteigen, kommen auch die mit k und K multiplizirten Glieder in Wegfall, wenn man die Coordinaten auf Millimeter sicher haben will, d. h. man kann dann die Coordinaten der einzelnen Punkte als ebene berechnen.

Dagegen sind auch bei kleineren Vermessungsgebieten, die aber weit ab vom Coordinatenanfangspunkte liegen, die Coordinaten als sphärische zu berechnen; besonders dann, wenn die Werthe für die y grosse Beträge haben, da das Korrektionsglied für die x-Differenzen das y im Quadrate enthalten.

Andererseits kommt man häufig in die Lage, aus den Coordinaten zweier gegebener Punkte $n-1$ und n die Entfernung s_{n-1} und den Richtungswinkel α_{n-1} zu berechnen.

Aus den beiden Gleichungen:

$$s_{n-1} \cdot \cos \alpha_{n-1} = p \text{ und}$$
$$s_{n-1} \cdot \sin \alpha_{n-1} = q$$

folgt durch Division:

$$\tan \alpha_{n-1} = \frac{q}{p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

und mit Rechenprobe:

$$s_{n-1} = \frac{q}{\sin \alpha_{n-1}} = \frac{p}{\cos \alpha_{n-1}} \quad \ldots\ldots \quad 18)$$

und zwar sind für die q und p hierin die Werthe:

$$q = y_n - y_{n-1} + k\left(y_{n-1}^0 + \frac{q^0}{3}\right) p^{0\,2} \text{ und}$$

$$p = x_n - x_{n-1} - k\left(y_n^{0\,2} - \frac{q^{0\,2}}{3}\right) p^0$$

einzuführen.

Für ebene rechtwinklige Coordinaten ist der Werth von k gleich Null, da ϱ unendlich wird, und es ergeben sich die bekannten Formeln:

$$\tan \alpha_{n-1} = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \text{ und} \quad \ldots\ldots \quad 19)$$

$$s_{n-1} = \frac{y_n - y_{n-1}}{\sin \alpha_{n-1}} = \frac{x_n - x_{n-1}}{\cos \alpha_{n-1}} \quad \ldots\ldots \quad 20)$$

Wie man sieht, ist auch bei sphärischen Coordinaten die Berechnung des Richtungswinkels und der Entfernung zweier durch ihre Coordinaten gegebenen Punkte verhältnissmässig einfach; sie unterscheidet sich von der ebenen Berechnung nur dadurch, dass nicht wie bei dieser, die y- und die x-Differenzen ohne Weiteres benutzt werden, sondern erst um die mit k multiplizirten Korrektionsglieder zu verändern sind.

Es mögen noch zwei Beispiele für die Berechnung der Coordinaten aus der Seite und dem Richtungswinkel und umgekehrt angeführt werden, die der sächsischen Triangulirung entnommen sind Für diese ist: $k = 0{,}000\,012\,276$ und: $K = 0{,}005\,064\,165$.

1. Berechnung der sphärischen Coordinaten von 12 Baeyerhöhe aus denjenigen von 18 Collm.

Gegeben ist:

$$y_{n-1} = -37920{,}682, \quad x_{n-1} = -15{,}199,$$
$$\alpha_{n-1} = 128^0\,54'\,15'',096,$$
$$\log s_{n-1} = 4{,}610\,76\,16.1.$$

2. Berechnung der Entfernung Obergöpler Halde—Langenauer Tännigt und umgekehrt aus den Coordinaten beider Punkte.

Alle derartigen Rechnungen erfolgen am zweckmässigsten in tabellarischer Form; zu den folgenden Beispielen möge hinzugefügt werden, dass beim Vorhandensein achtstelliger Logarithmen immer die Schrönschen Logarithmentafeln benutzt wurden, aus denen man die achte Stelle des Logarithmus schärfer bestimmen kann, als aus anderen siebenstelligen Tafeln.

Nach dem starken horizontalen Strich in den Tabellen beginnt die Berechnung der Korrektionsglieder, die dann an den entsprechenden Stellen in die eigentlichen Haupttabellen einzusetzen sind, ehe die Berechnung dieser ihren Fortgang nehmen kann.

(Tabellen siehe S. 18.)

Es kommt häufig vor, dass Punkte einer Vermessung während derselben auf ein andres Coordinatensystem bezogen werden, als auf das Hauptcoordinatensystem; so bezieht man z. B. manche Punkte auf eine beliebige Linie als Achse und bestimmt die zugehörigen Coordinaten. Diese letzteren sind dann auf das Hauptsystem umzuformen.

Hat das ursprüngliche Coordinatensystem (Fig. 12) den Anfang O, und werden die Achsen mit X und Y bezeichnet, so sind für dieses die Coordinaten eines Punktes P etwa x und y zu bestimmen aus den Coordinaten x' und y' für P, bezogen auf ein System O', $+X'$ und $+Y'$.

Bezeichnet man die Coordinaten von O', bezogen auf das Hauptsystem, mit x_0 und y_0, und den Winkel, den die positive X'-Achse mit der Parallelen

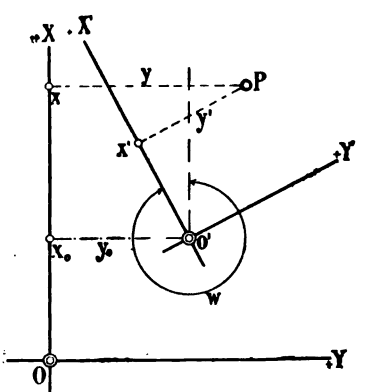


Fig. 12.

Bezeichnung.	18 Cellm 12 Bayerhöhe	Bezeichnung.	Obergöpler Halde	Langenauer Tännigt
y_{n-1}	— 37920,682	y_{n-1}	— 15013,381	— 17713,645
x_{n-1}	— 15,199	x_{n-1}	— 47012,648	— 54312,395
			Lang. Tännigt	**Obergöpler H.**
α_{n-1}	128° 54′ 15,″096			
		y_n	— 17713,645	— 15013,381
log sin α_{n-1}	9,8910896.6	x_n	— 54312,395	— 47012,648
log s_{n-1}	4,6107646.1			
log cos α_{n-1}	9,7979734.0n	$y_n - y_{n-1}$	— 2700,264	+ 2700,264
		$x_n - x_{n-1}$	— 7299,747	+ 7299,747
log q	4,5018542.7			
log p	4,4087381.0n	q	— 2700,274	+ 2700,253
		p	— 7299,719	+ 7299,727
y_{n-1}	— 37920,682	log q	3,4314078.4n	3,4314044.6
q	+ 31758,082	log p	3,8633061 0n	3,8633066.3
$-k\left(y^0_{n-1}+\frac{q^0}{3}\right)p^{02}$	+ 0,220	log tan α_{n-1}	9,5681017.4	9,5680978.3
			180° +	
y_n	— 6162,380	α_{n-1}	20° 18′ 0,″651	20° 18′ 0,″047
x_{n-1}	— 15,199	log q	3,4314078.4n	3,4314044.6
p	— 25629,380	log sin α_{n-1}	9,5402526.3n	9,5402491.9
		log s_{n-1}	3,8911552.1	3,9811552.7
$+k\left(y^{02}_n-\frac{q^{02}}{3}\right)p^0$	+ 0,094	log p	3,8633061.0n	3,8633066.3
		log cos α_{n-1}	9,9721509.2n	9,9721513.9
x_n	— 25644,485	log s_{n-1}	3,8911551.8	3.8911552.4
y^0_{n-1}	— 37,921	y^0_{n-1}	— 15,013	— 17,714
$\frac{q^0}{3}$	+ 10,586	$\frac{q^0}{3}$	— 0,900	+ 0,900
$y^0_{n-1}+\frac{q^0}{3}$	— 27,335	$y^0_{n-1}+\frac{q^0}{3}$	— 15,913	— 16,814
p^{02}	+ 656,846	p^{02}	+ 53,290	+ 53,290
$-k\left(y^0_{n-1}+\frac{q^0}{3}\right)p^{02}$	+ 0,220	$+k\left(y^0_{n-1}+\frac{q^0}{3}\right)p^{02}$	— 0,010	— 0,011
y^{02}_n	+ 37,970	y^{02}_n	+ 313,786	+ 225,390
$-\frac{q^{02}}{3}$	— 336,190	$-\frac{q^{02}}{3}$	— 2,430	— 2,430
$y^{02}_n-\frac{q^{02}}{3}$	— 298,220	$y^{02}_n-\frac{q^{02}}{3}$	+ 311,356	+ 222,960
p^0	— 25,629	p^0	— 7,300	+ 7,300
$+k\left(y^{02}_n-\frac{q^{02}}{3}\right)p^0$	+ 0,094	$-k\left(y^{02}_n-\frac{q^{02}}{3}\right)p^0$	+ 0,028	— 0,020
y^0_{n-1}	— 37,921	y^0_{n-1}	— 15,013	— 17,714
$\frac{q^0}{2}$	+ 15,879	$\frac{q^0}{2}$	— 1,350	+ 1,350
$y^0_{n-1}+\frac{q^0}{2}$	— 22,042	$y^0_{n-1}+\frac{q^0}{2}$	— 16,363	— 16,364
p^0	— 25,629	p^0	— 7,300	+ 7,300
$-K\left(y^0_{n-1}+\frac{q^0}{2}\right)p^0$	— 2,″861	$-K\left(y^0_{n-1}+\frac{q^0}{2}\right)p^0$	— 0,″605	+ 0,″605

zur X-Achse im Punkte O' bildet, mit w, so hat man zur Umformung der Coordinaten des einen Systems auf das andere:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + x' \cos w - y' \sin w \\ y &= y_0 + x' \sin w + y' \cos w \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

sowie:

$$\left.\begin{aligned} x' &= (y - y_0) \sin w + (x - x_0) \cos w \\ y' &= (y - y_0) \cos w - (x - x_0) \sin w \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 22)$$

wobei zu beachten ist, dass das w den Winkel im Punkte O' zwischen der Parallelen zur X-Achse und der positiven X'-Achse darstellt, gezählt im Sinne der Uhrzeigerbewegung.

Handelt es sich nur um eine Parallelverschiebung der Coordinatensysteme, so ist in diesen Gleichungen $w = \text{Null}$ zu setzen und es folgt:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + x' \\ y &= y_0 + y' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 23)$$

sowie:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - x_0 \\ y' &= y - y_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 24)$$

Findet dagegen nur eine Drehung des Coordinatensystems um den Winkel w um den Coordinatenanfangspunkt statt, so ist zu setzen:

$$x_0 = y_0 = \text{Null},$$

und damit folgt·

$$\left.\begin{aligned} x &= x' \cos w - y' \sin w \\ y &= x' \sin w + y' \cos w \end{aligned}\right\} \quad 25)$$

und:

$$\left.\begin{aligned} x' &= y \sin w + x \cos w \\ y' &= y \cos w - x \sin w \end{aligned}\right\} \quad 26)$$

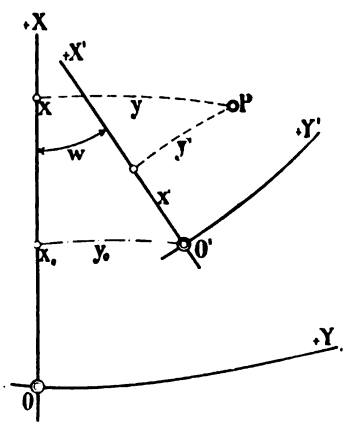


Fig. 13.

Für die sphärischen Soldnerschen Coordinaten sind unter Zugrundelegung der früheren Bezeichnungen die Transformationsformeln nach Fig. 13:

$$\left.\begin{aligned} y' &= (y - y_0) \cos w + (x - x_0) \sin w + k (x^0 - x_0^0)^2 . y_0^0 \\ x' &= (x - x_0) \cos w - (y - y_0) \sin w + k (x^0 - x_0^0) y_0^0 (y_0^0 - 2y^0) \end{aligned}\right\} \quad 27)$$

Maasse und Maassstäbe.

Längenmaasse.

Wenn es auch an sich bei Längenmaassen gleichgiltig ist, welches Normal- oder Urmaass man zu Grunde legt, so ist es doch von ausserordentlichem Vortheile, wenn sämmtliche Völker sich eines und desselben Längenmaasses bedienen.

In früheren Zeiten waren die Längenmaasse ausserordentlich verschieden in Bezug auf die Grösse ihrer Längeneinheit, die meist ganz willkürlich gewählt war; fast jede Stadt in Deutschland hatte z. B. einen besonderen Fuss, sodass nach Karmarsch etwa 450 ver-

schiedene Längenmaasse, von denen nicht eins mit dem anderen übereinstimmte, vorhanden waren. Aber nicht allein die Längeneinheiten waren verschiedene, sondern auch die aus ihnen abgeleiteten Maasse in Bezug auf die Anzahl der Einheiten, bezw. deren Unterabtheilungen. Hier wurde der Fuss in 12 Zoll eingetheilt, dort in 10, hier enthielt die Ruthe 15, dort 16 Fuss.

Bereits im 17. Jahrhunderte wurden von wissenschaftlicher Seite Vorschläge gemacht, ein sogenanntes einheitliches Naturmaass zu wählen, welches, wenn auch einmal ein Maassstab verloren gegangen war, jederzeit wieder hergestellt werden konnte. Nach verschiedenen Vorschlägen wurde zuerst in Frankreich 1799 der zehnmillionte Theil des durch Paris gehenden Erdmeridianquadranten als Einheit eingeführt und mit Meter bezeichnet. Wenn sich nun auch herausgestellt hat, dass dieses Maass infolge eines Rechenfehlers nicht genau der zehnmillionte Theil des Erdquadranten ist, so ist es doch hauptsächlich auch durch seine decimale Untertheilung und Zusammensetzung als zweckmässig erkannt worden und nach und nach in die übrigen Culturstaaten übergegangen. In Deutschland wurde es mit dem Jahre 1872 allgemeingesetzlich eingeführt. Aus dem Meter wurden auch die Flächen- und Kubikmaasse sowie die Gewichtseinheit abgeleitet, welche das Kilogramm ist, das Gewicht eines Kubikdecimeters destillirten Wassers bei + 4° Celsius.

Der Deutsche Bundesrath hat am 8. Oktober 1877 die folgenden abgekürzten Bezeichnungen festgesetzt:

1 Kilometer = 1000 Meter	= km	Längenmaasse.
1 Meter	= m	
1 Decimeter = 0,1 m	= dm	
1 Centimeter = 0,01 m	= cm	
1 Millimeter = 0,001 m	= mm	
1 Quadratkilometer	= qkm	Flächenmaasse.
1 Quadratmeter	= qm	
1 Quadratdecimeter	= qdm	
1 Quadratcentimeter	= qcm	
1 Quadratmillimeter	= qmm	
1 Ar = 100 qm	= a	
1 Hektar = 100 Ar = 10000 qm	= ha	
1 Kubikmeter	= cbm	Hohlmaasse.
1 Kubikdecimeter = 1 Liter	= l	
1 Kubikcentimeter	= ccm	
1 Kubikmillimeter	= cmm	
1 Hektoliter = 100 l	= hl	
1 Kilogramm	= kg	Gewichte.
1 Gramm = 0,001 kg	= g	
1 Decigramm = 0,1 g	= dg	
1 Centigramm = 0,01 g	= cg	
1 Milligramm = 0,001 g	= mg	
1 Tonne = 1000 kg	= t	

Diese abgekürzten Bezeichnungen sind den Zahlenwerthen auf derselben Linie, nicht in Exponentenform beizufügen.

Als in neuerer Zeit besonders bezeichnetes Längenmaass mag noch das Mikron = μ = 0,001 mm angeführt werden

Auch im Bergbau ist das Metermaass in Deutschland allgemein eingeführt, theilweise sogar noch vor dem Jahre 1872. Früher war schon seit den ältesten Zeiten das Lachtermaass als Einheit gebräuchlich, welches wahrscheinlich eine Länge darstellt, die man mit gespreizten Armen zwischen den beiden Mittelfingern fassen kann; meist hat es die Länge von nahezu 2 m gehabt. Der Uebersicht halber mögen hier einige der früher am meisten gebräuchlichen Lachtermaasse mit ihren Unterabtheilungen angeführt werden:

1 preussischer Lachter zu 8 Achtel zu 10 Lachterzoll zu 10 Primen zu 10 Secunden = 2,0924 m.

1 österreichischer Lachter = 1,8965 m mit zehntheiliger Unterabtheilung.

1 oberharzer Lachter = 1,9198 m zu 8 Achtel zu 10 Zoll zu 10 Linien.

1 sächsischer Lachter = 2,0000 m.

Ein ganz eigenthümliches Maass ist das englische, welches wegen seiner grossen Verbreitung hier noch aufgeführt werden möge:

Einheit ist das Yard = 0,91439 m, der dritte Theil desselben heisst Fuss (foot) und wird in 12 Zolle (inch) zu 12 Linien (line) zu 12 Punkten (point) eingetheilt. 5,5 Yards sind gleich einer Ruthe (rode oder pole), 22 Yards gleich einer Kette (chain), 1670 Yards = 1 Meile (mile). Die Seemeile, der sechzigste Theil eines Aequatorgrades beträgt 1851,85 m.

Zeichnungsmaassstäbe.

Die in der Natur aufgenommenen Gegenstände werden gewöhnlich auf zeichnerischem Wege zur Darstellung gebracht und zu diesem Zwecke im allgemeinen nicht in der natürlichen Grösse, sondern nur in einem gewissen Theile derselben aufgetragen, man spricht dann von einem verjüngten Maassstabe. Wird z. B. ein Maass in ein tausendel seiner wahren Grösse aufgetragen, messen also 1000 m in der Natur 1 m auf dem Papiere, so sagt man, die Verjüngung sei $\frac{1}{1000}$.

Die Grösse der Verjüngung hat sich nach dem Zwecke der Zeichnung zu richten, und ist hierbei noch maassgebend, dass die kleinste mit blossem Auge auf dem Papiere bequem wahrnehmbare Grösse etwa 0,1 mm ist. Will man beispielsweise von einem Risse noch ganze Decimeter abnehmen, so würde die Verjüngung $\frac{0{,}1 \text{ mm}}{100 \text{ mm}}$ = 1 : 1000 betragen können.

Um das Verjüngen der einzelnen Maasse zu ersparen, benutzt man besondere verjüngte Maassstäbe, die entweder einfache oder Transversalmaassstäbe sind, und entweder auf Papier, Holz oder Metall hergestellt sind. Zu den einfachen Maassstäben gehören die

Anlegemaassstäbe, Maasse, die in Linealform hergestellt sind und auf einer abgeschrägten Kante eine fortlaufende Theilung besitzen.

Für genaueres Auftragen benutzt man Transversalmaassstäbe, die die aus Figur 14 ersichtliche Form haben.

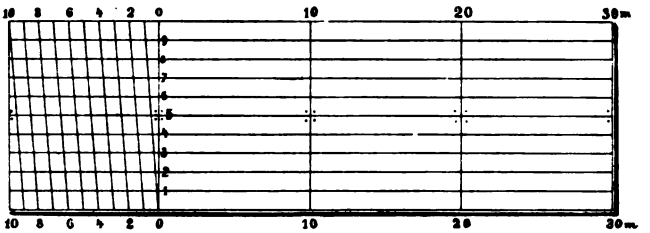


Fig. 14.

Winkel und Winkelmaasse.

Die im Vermessungswesen vorkommenden Winkel sind nach der Lage ihrer Schenkel im Raume im allgemeinen dreierlei Art. Liegen die beiden Schenkel beliebig im Raume, und dies ist der allgemeinste, wenn auch für praktische Messungen der seltenste Fall, so spricht man von einem schiefen Winkel. Sodann sind zwei besondere Hauptfälle von Wichtigkeit; entweder liegen beide Schenkel horizontal, bezw. wird der Winkel zwischen den Horizontalprojectionen zweier beliebig gelegenen Schenkel gemessen, dann spricht man von einem Horizontalwinkel. Oder es liegen beide Schenkel in einer senkrechten Ebene, dann hat man es mit einem Vertikal- oder Höhenwinkel zu thun.

Zur Messung schiefer Winkel sind nur die Sextanten und parallactisch aufgestellte astronomische Instrumente geeignet, für die Horizontal- und Vertikal-Winkelmessungen dagegen die meisten andern Winkelmessinstrumente eingerichtet, die in der geodätischen und markscheiderischen Praxis gebräuchlich sind. Ausserdem ist die Messung schiefer Winkel eine sehr beschränkte, sie tritt nur in der Astronomie auf. Hingegen werden Horizontal- und Vertikal-Winkelmessungen sehr häufig ausgeführt. Die Winkel selbst werden ausnahmslos, wenn der Beobachter im Scheitel stehend gedacht wird, das Gesicht dem Winkelraume selbst zugewendet, in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers gerechnet.

Die Einheiten für die Winkelmaasse sind weniger abweichend von einander als die für die Längenmaasse, eigentlich hat man nur den rechten Winkel als Einheit, aber seine Unterabtheilungen sind verschieden.

Die älteste Eintheilung ist die Theilung des Quadranten in 6 Stunden, also die des vollen Kreises in 24 Stunden durchlaufend, dann auch in zweimal zwölf Stunden. Die Unterabtheilung der Stunden ist nun hauptsächlich bei den markscheiderischen Instrumenten verschieden, es kommen besonders Achtel- und Sechszehntelstunden vor, die durch verschieden lange Theilstriche bezeichnet

werden. Diese Achtel- oder Sechszehntelstunden wurden dann durch Drittel oder Viertel oder andre Untertheilung je nach örtlichen Verhältnissen verkleinert, wir werden an einzelnen Stellen später (Abschnitt IV und V) wieder darauf zurückkommen.

Jedoch hat sich die Stundeneintheilung glücklicherweise mehr und mehr verringert, dafür ist die Gradeintheilung jetzt fast ausschliesslich gebräuchlich. Bei dieser ist der Quadrant entweder in 90 oder in 100 Theile zerlegt, die man als Grade bezeichnet Die ältere Einrichtung ist die Theilung in 90 Grad zu je 60 Minuten zu je 60 Sekunden, während die Centesimaltheilung 100 Grad zu je 100 Minuten zu je 100 Sekunden enthält. Während bei der 90°-Theilung die Bezeichnung überall gleich ist, nämlich °, ', " so ist das für die Hunderttheilung nicht der Fall. Professor Dr W. Jordan bezeichnet in seinen 1894 erschienenen sechsstelligen: „Logarithmisch-trigometrischen Tafeln für die neue (centesimale) Theilung" folgendermaassen:

1 Grad centesimal = 1^g
1 Minute „ = 1^c
1 Sekunde „ = 1^{cc}.

Die Hunderttheilung besitzt wesentliche Vortheile gegenüber der Neunziggradtheilung, man schreibt die Winkel einfach in Form von Decimalbrüchen, besonders bei Polygonberechnungen ist dies sehr vortheilhaft Zur Verwandlung der einen Theilung in die andere hat man:

$1^0 = 1{,}111\ldots.^g$ $\quad 1^g = 0{,}^09$
$1' = 1{,}85\,185\,185\ldots.^c$ $\quad 1^c = 0{,}54'$
$1'' = 3{,}086\,419\,753\,086\ldots.^{cc}$ $\quad 1^{cc} = 0{,}324''$,

ferner ist noch:

$$\varrho^g = \frac{200^g}{\pi} = 63{,}66\,198 \qquad \log \varrho^g = 1{,}80\,388\,01\,230$$

$$\varrho^c = \frac{200\,00^c}{\pi} = 6366{,}197\,72 \qquad \log \varrho^c = 3{,}80\,388\,01\,230$$

$$\varrho^{cc} = \frac{200\,00\,00^{cc}}{\pi} = 636\,619{,}772\,37 \qquad \log \varrho^{cc} = 5{,}80\,388\,01\,230.$$

Grundlagen für die Grubenmessungen.

Die Grundlage für Grubenmessungen bilden fast ausnahmslos polygonale Züge, da Triangulirungen nur ganz vereinzelt auftreten. Um diese Polygonzüge dauernd brauchbar zu machen, ist es nöthig, sowohl die Endpunkte als auch öfter Zwischenpunkte für längere Zeit unzweideutig festzulegen. Da aber die Grubenmessungen auch mit der Tagemessung in Zusammenhang zu bringen sind, so werden auch gewöhnlich über Tage einige feste Punkte gewählt. Am zweckmässigsten ist es, auf die Halde der Grube einen Triangulirungsstein zu setzen, der mit der Landestriangulirung in Verbindung gebracht wird, und der gleichzeitig einen bequemen

Anschluss nach dem Schachte gestattet. Für diese Triangulirungs- oder — wie man sie auch bezeichnet — Lochsteine benutzt man am besten lange Granitprismen, die bis auf frostfreie Tiefe reichen, und die oben eine genügend tiefe senkrechte Bohrung tragen. In diese wird nach Bedarf eine Signalstange (s. Fig. 15) gesteckt, und dieselbe darin am zweckmässigsten durch Keile aus hartem Holze in senkrechter Lage erhalten. Bei genügend tiefer Bohrung ist diese Befestigungsweise besser als die Anbringung seitlicher Streben, da diese leicht das genaue Einstellen der Visirstangen erschweren können. Manchmal dient ein derartiger Stein in Verbindung mit einem anderen, in einer grösseren Entfernung befindlichen Steine zur Versinnlichung des Meridians durch den Triangulirungsstein, die Verbindungslinie der Lochmitten beider Steine hat dann oft das Streichen O"; in einem solchen Falle bezeichnet man den ersten Stein als Meridianstein, den anderen als Meridianzeichenstein. Derartige Steine werden am zweckmässigsten auf feste benachbarte Gegenstände eingemessen und die Ergebnisse in einen Handriss eingetragen, sodass man die Punkte leicht wieder auffinden kann (s. Fig. 16). Manchmal sind auch die Grubenfeldgrenzen über Tage durch besondere Steine festgelegt. Ausser diesen Festpunkten, die eine lange Dauer gewährleisten, benutzt der Markscheider noch sog. verlorene Punkte, die nur die Dauer einer betreffenden Messung auszuhalten haben; bei Messungen über Tage sind es Holzpfähle, die beim Arbeiten mit Hängeinstrumenten einige Decimeter über dem Erdboden herausragen, bei Benutzung von Theodoliten dagegen ziemlich mit dem Boden abschneiden und am zweckmässigsten ebenfalls mit einer Bohrung zur Aufnahme einer Signalstange versehen werden.

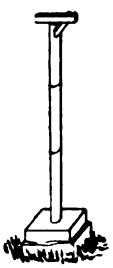


Fig. 15.

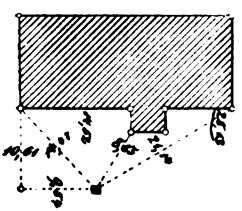


Fig. 16.

Bei den Messungspunkten in der Grube ist es unbedingt nöthig, eine grössere Anzahl von Polygonpunkten dauernd festzulegen, einmal an den Schächten und dann an denjenigen Stellen, wo andere Strecken abzweigen.

Wird mit dem Kompass gearbeitet, so reicht es aus, an jeder entsprechenden Stelle einen festen Punkt zu wählen, während bei Theodolitzügen an den entsprechenden Stellen feste Linien oder, vor allem in druckhaftem Gebirge, feste Winkel zu machen sind. Die Bezeichnung dieser Punkte ist verschieden, je nachdem sie im hölzernen Ausbau oder in festem Gestein angebracht sind.

Fig. 17.

Die einfachste ist die in hölzernen Thürstöcken, sie geschieht durch einen Nagel, den man in die Mitte eines sogenannten Markscheiderkreuzes schlägt (s. Fig. 17). Das Kreuz wird auf einer ebenen Stelle angebracht und zwar an der Kappe oder am Stoss der Zimmerung. Diese

Punkte sind aber nicht sehr dauerhaft, weil leicht ein Brechen oder Faulen der betreffenden Hölzer eintreten kann.

Besser ist es, die festen Punkte im festen Gestein oder im gemauerten Ausbau anzubringen; es geschieht dies in der Sohle, an den Stössen oder in der Förste.

In der Sohle sind die Punkte am wenigsten bequem zugänglich; man verwendet infolgedessen diese Festlegung der Punkte seltener, manchmal beim Tunnelbau. Man benutzt dann eincementirte Klammern aus Eisen, die das Gerinne vollständig überdecken, oder auch eiserne Nägel mit einer Marke, über welche dann das Tragewerk hinweggelegt wird (s. Fig. 18). Auf diese Weise erhält man eine sehr sichere Bezeichnung. Zur leichteren Auffindung wird dann noch an den Stössen oder an der Förste ein Markscheiderkreuz angebracht.

Fig. 18.

Wählt man die Stösse oder die Förste zur Bezeichnung, so wird in diese ein 2—3 cm weites und 8—10 cm tiefes Bohrloch gestossen. Dieses wird mit trockenem Holze ausgedübelt und in dieses ein Punkteisen oder Lothhäkchen von verschiedener Form (s. Fig. 19—22) eingeschlagen. Diese Lothhäkchen besitzen eine Oeffnung in ihrem Blatte, durch die ein Loth gefädelt werden kann, und welche den festen Punkt darstellt. Am zweckmässigsten ist es, das Blatt horizontal zu stellen, da dann kein Irrthum im Einfädeln des Lothes stattfinden kann, was bei senkrecht oder schräg stehendem Blatt leicht eintreten kann, wenn man hierbei auch gewisse Regeln beobachtet; z. B. das Loth immer in der Richtung des Zuges durchfädelt.

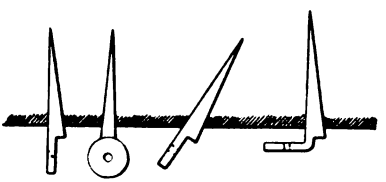


Fig. 19—22.

Manchmal ist es zweckmässig, den Lothpunkt noch seitlich verschiebbar machen zu können, etwa dann, wenn ein fester Punkt in eine ganz bestimmte Richtung kommen soll. Dann benutzt man kleine eiserne Klammern oder Krampen (s. Fig. 23 und 24), auf denen an der Stelle, wo das Loth hingehangen werden soll, mit einer Feile ein Einschnitt gemacht wird.

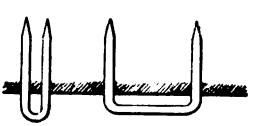


Fig. 23 u. 24.

Ist die Gefahr der Zerstörung der festen Punkte durch saure Wässer vorhanden, so werden die Lothhäkchen sehr stark ausgeführt, wie z. B. in den Formen, wie sie Fig. 25 bis 29 zeigen.

Es ist eine starke Baumschraube mit doppeltem Gewinde und daranschliessendem starken Conus vorhanden, welcher in einem prismatischen Körper endigt, der eine grössere horizontale

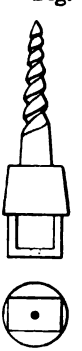


Fig. 25 u. 26.

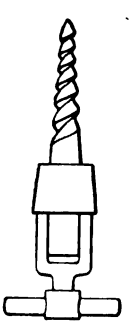


Fig. 27.

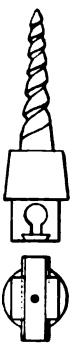


Fig. 28 u. 29.

und eine kleinere verticale Bohrung besitzt; durch letztere geht der Lothfaden nach unten. Zum Einschrauben solcher Locheisen dient dann ein besonderer kräftiger Schlüssel. Manchmal ist auch in derartige Locheisen, um eine seitliche Verschiebung des Punktes zu ermöglichen, am unteren Ende mittels eines Schwalbenschwanzes ein horizontales Blatt mit einer Oeffnung zur Aufnahme des Lothfadens angebracht. In manchen Gegenden, wie im Harze, ist es gebräuchlich, jeden festen Punkt mit einem besonderen Markscheiderzeichen zu versehen, welches dann in dem Notizbuch mit bemerkt wird.

Was den Ort anlangt, wo die festen Punkte sich befinden, so ist man natürlich in erster Linie an die Oertlichkeit gebunden, sonst benutzt man gern feste Punkte, die schon für den Grubengebrauch angebracht werden, wie Jahrestafeln (s. Fig. 30), Gedingezeichen (Fig. 31—33), Wasserzeichen (Fig. 34) u. s. w. Die ersteren sind glattgearbeitete Flächen, in denen die Zahl des Jahres eingehauen ist, in welchem bis an dieser Stelle aufgefahren wurde. Der feste Punkt kommt gewöhnlich in eine Ecke der Jahrestafel.

Fig. 30.

Fig. 31—33.

Die Gedingtafeln sind einfache Zeichen, die angeben, wie weit ein Gedinge geht.

Die Wasserzeichen dienen zur genauen Bestimmung der aufzufahrenden Sohle, die sich 0,7—1,0 m unter dem Wasserzeichen befindet.

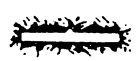


Fig. 34.

Auch in diesen beiden werden gern die festen Punkte angebracht, ebenso in den aus früheren Zeiten noch vorhandenen Markscheiderstufen, welche die Grubenfeldgrenzen (s. Fig. 35) unter Tage bezeichnen und oft sehr reich ausgestattet sind, manchmal dienen sie auch als Gedächtnisstafeln.

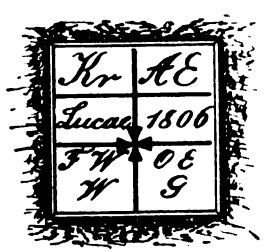


Fig. 35.

Zur Bezeichnung der verlorenen Punkte in der Grube benutzt man bei Verwendung von Hängeinstrumenten, bei denen die einzelnen Polygonseiten durch gespannte Markscheiderschnuren dargestellt werden, zur Befestigung derselben Nägel, Pfriemen oder besondere Verziehschrauben.

Fig. 36.

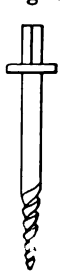


Fig. 37.

Die Nägel werden in Thürstöcke oder Kappen eingeschlagen, man verwendet gewöhnliche Drahtnägel von kreisförmigem Querschnitt.

Die Pfriemen (Fig. 36) sind Stücke von starkem Messingdraht, die an dem einen Ende in einem Handgriffe versehen sind und am anderen Ende ein Bohrergewinde tragen, mittels dessen sie leicht in Holz eingeschraubt werden können. Manchmal benutzt man auch besondere Verziehschrauben von nebenstehen-

der Form (Fig. 37). Sie sind ebenfalls aus Messing hergestellt, tragen an dem einen Ende Bohrergewinde und an dem andern einen prismatischen Ansatz, auf den sich ein besonderer Schlüssel zum Einschrauben aufsetzen lässt.

Es ist von grossem Vortheile, besonders wenn die Entfernungen der verlorenen Punkte zu messen sind, wenn die Nägel, Pfriemen und Verziehschrauben alle gleiche Stärken haben.

Die bei Benutzung von Hängeinstrumenten nöthigen Verziehschnuren bestehen aus gutem Hanf, und sind aus mehreren, gewöhnlich 3 oder 4, gleichmässig gedrehten Litzen zusammengesetzt. Die Schnuren sollen eine grosse Gleichmässigkeit in der Dicke und möglichst genauen cylindrischen Querschnitt besitzen. Der Durchmesser beträgt 2 bis 3 mm, die Länge einer Schnur 75 bis 100 m, gewöhnlich bindet man zwei zusammen, sodass ein Markscheiderzug bis auf 150 bis 200 m Länge mit einer Schnur gezogen werden kann.

Die Schnuren werden auf besondere Rollen (Fig. 38 und 39) aufgewickelt, die aus Holz hergestellt sind und sich um eine mit einem Holzgriff versehene eiserne Achse drehen. Die Kopfstücke der Rollen müssen besonders aufgesetzt sein und dürfen nicht aus Hirnholz bestehen, da sie sonst leicht reissen und abspringen; meist sind sie in Kreuzform ausgeführt.

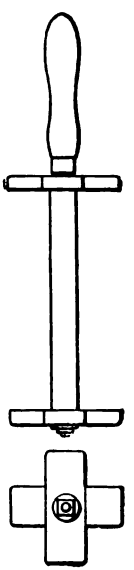


Fig. 38/39.

Nach jedem Gebrauche müssen die Schnuren von den Rollen abgewickelt und sorgfältig getrocknet werden, damit ein Faulen und Reissen vermieden wird. Man benutzt dazu meist eine einfache drehbare Trommel mit grossem Durchmesser, auf die die feuchte Schnur so aufgewickelt wird, dass sich die einzelnen Windungen nicht berühren.

Die Verziehschnuren werden zwischen den Nägeln, Pfriemen oder Verziehschrauben ausgespannt, die Spannung ist verschieden, bei Compassschnuren braucht sie nur gering zu sein, soll dagegen der Gradbogen angehangen werden, so soll sie etwa 8 bis 10 kg betragen. Beim Spannen der Schnuren ist darauf zu achten, dass sie nirgends anliegen, was man sehr leicht durch das Gefühl merkt, wenn man sie hin- und herbewegt. Ferner müssen sich die an einer Schraube ankommende und die abgehende Schnur in einem Punkte schneiden, und nicht kreuzen, also nicht wie in Fig. 40, sondern wie in Fig. 41. Man erreicht das dadurch, dass man die ankommende Schnur straff zieht und dann einige Windungen nach oben um die Schraube herumlegt, dann wieder bis auf die ankommende Schnur eine zweite Lage herunterwickelt und nach der letzten Windung die Schnur kräftig anzieht; dann fallen die abgehende und ankommende Schnur in eine Ebene.

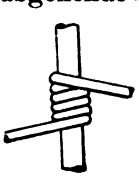


Fig. 40.

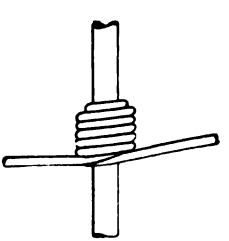


Fig. 41.

An manchen Orten hat man an Stelle der Hanfschnuren auch solche aus dünnem Messingdraht, besonders dann, wenn die Schnuren gleichzeitig zum Messen der Längen dienen sollen. Diese Messingschnuren sind aus zwei Drähten zusammengedreht, die Befestigung geschieht durch Pfriemen, die durch Ringe in denselben hindurch gesteckt werden. Eine starke Spannung vertragen derartige Schnuren nicht, da sonst das Längenmaass sehr darunter leidet.

Bei Verwendung des Theodolits zu Grubenzügen werden für die Markirung der verlorenen Punkte besondere Aufstellungsvorrichtungen benutzt, die später (VI. Abschnitt) ausführlich behandelt werden. Sie besitzen dann meist an irgend einer Stelle eine Auskehlung, an die die Längen-Messwerkzeuge angehangen oder angestossen werden es ist zweckmässig, wenn die Durchmesser dieser Stellen bei den einzelnen, oft in grösserer Anzahl zu verwendenden Aufstellungsschrauben überall gleich sind.

Die Verziehschrauben und auch die Aufstellungsvorrichtungen für Theodoliten werden auch häufig in sog. Spreizen befestigt. Es sind dies Holzstücke von entsprechender Länge, die auf passende Weise im Gestein festgekeilt werden, sodass für ein festes Liegen während der Messung Gewähr geleistet wird. Sie müssen selbstverständlich auch die nöthige Stärke besitzen, damit nicht etwa eine Durchbiegung stattfindet.

Sowohl beim Schlagen der Spreizen, als auch beim Bohren der Dübellöcher für die festen Punkte ist natürlich vorher das Gestein auf seine Festigkeit zu prüfen, sodass nicht etwa hereinbrechende Wände Unheil anrichten können.

II. Abschnitt.

Hilfsmittel zur Messung kleiner Grössen: Nonius, Messkeil, Messschraube. Hilfsmittel zum Vertikal- und Horizontalstellen: Loth, Libelle. Optische Hilfsmittel für Vermessungsinstrumente: Lupe, Schätzmikroskop, Schraubenmikroskop, Fernrohr. Aufstellungsvorrichtungen.

Hilfsmittel zur Messung kleiner Grössen.

Es kommt sehr häufig vor, dass man sehr kleine lineare Grössen, die man nicht mehr mit dem blossen Auge ablesen kann, oder auch grössere Theile sehr genau zu messen hat.

Als Hilfsmittel hierzu treten auf der Nonius, der Messkeil und die Messschraube.

Der Nonius oder Vernier

dient zur Messung sehr kleiner Längen oder Bogen, kommt daher an Längenmessinstrumenten, an Barometern, an Kathetometern und hauptsächlich an Winkelmessinstrumenten vor.

Es treten zwei Gattungen von Nonien auf, entweder sind (n — 1) Theile der Haupttheilung oder auch (n + 1) Theile in n Theile am Nonius zerlegt. Bezeichnet man die Grösse des Intervalls der Haupttheilung (Fig. 41) mit T, die eines Noniustheils mit t, so ist für den ersten Fall:

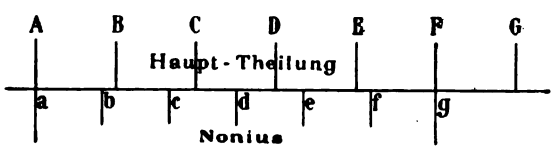


Fig. 42.

$$(n-1)\,T = n\,t \quad \ldots\ldots\ldots \quad 28)$$

oder:

$$T - t = \frac{T}{n} = a,$$

welche Grösse man als Angabe des Nonius bezeichnet.

Für den zweiten Fall ist:

$$(n+1)T = nt,$$

oder:

$$t - T = \frac{T}{n} = a \quad \ldots\ldots\ldots \quad 29)$$

in der Wirkung sind also beide Einrichtungen gleich. Betrachtet man den ersten Fall, und fällt nun der Nullstrich des Nonius mit einem, etwa dem p ten Theilstriche der Haupttheilung in eine einzige gerade Linie, oder wie man oft auch sagt, coincidirt der Nullstrich des Nonius mit einem, etwa dem p ten Strich der Haupttheilung, so wird auch, bei richtiger Theilung des Nonius, der n te Strich des Nonius mit dem $[p+(n-1)]$ ten Strich der Haupttheilung zusammenfallen.

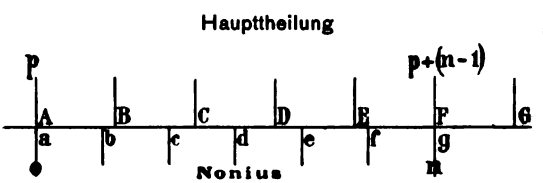


Fig. 42.

Nach nebenstehender Fig. 43 ist dann:

$$Aa = 0.a$$

$$B.b = AB - ab = 1(T-t) = 1.a = 1\frac{T}{n}$$

$$C.c = AC - ac = 2(T-t) = 2.a = 2\frac{T}{n}$$

. . . . . .

$$Ff = AF - af = 5(T-t) = 5.a = 5\frac{T}{n}$$

$$Gg = AG - ag = n(T-t) = n.a = T.$$

Da nun die Ablesung stets bis zum Nullstrich des Nonius auszuführen ist, also der Punkt a (Fig 44) jede beliebige Stellung zwischen zwei Strichen, etwa A und B der Haupttheilung einnehmen kann, so muss noch zur Ablesung an der Haupttheilung, also entsprechend der vorigen Figur am p ten Theilstrich, die Grösse Aa hinzugefügt werden.

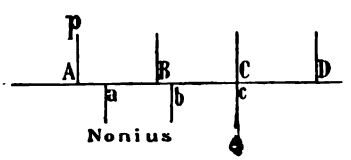


Fig. 44.

Coincidirt nun:

B mit b, so ist entsprechend $Aa = 1\frac{T}{n}$

C „ c, „ „ $Aa = 2\frac{T}{n}$

F „ f, „ „ $Aa = (n-1)\frac{T}{n}$

Fällt also C mit c zusammen, so ist einerseits A a, die Grösse die zu p.T hinzukommt $2.\frac{T}{n}$; andrerseits liegen aber auch zwischen

a und c zwei Theile am Nonius, man erhält daher die Grösse A a einfach dadurch, dass man auf dem Nonius die Theile abzählt, die zwischen dem coincidirenden Striche des Nonius und dessen Nullpunkt liegen, welche Anzahl = q sei, und dieses q mit der Noniusangabe $\frac{T}{n}$ multiplizirt. Demnach könnte man die Ablesung L durch die allgemeine Form:

$$L = p.T + q.\frac{T}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 30)$$

darstellen, die für beide Fälle der Eintheilung des Nonius Gültigkeit hat.

Die Formel für die Ablesung erscheint etwas unbequem, die Ablesung selbst aber gestaltet sich sehr einfach, wenn n zweckmässig gewählt wird, und die Bezifferung des Nonius richtig ausgeführt ist.

Sind bei einem Nonius n Theile gleich n — 1 Theil der Hauptskala, ist also das Noniusintervall kleiner als das Hauptintervall, so muss der Nullpunkt des Nonius so angebracht sein, dass er bei Verschiebung des Nonius in steigender Bezifferungsrichtung der Haupttheilung immer hinten nachgeht; man bezeichnet deshalb einen derartigen Nonius als nachtragenden. Im zweiten Falle, wenn $(n+1)T = nt$ ist, geht der Nullpunkt voraus, und man bezeichnet dann den Nonius als vortragenden.

Was die Wahl der einen oder anderen Noniuseintheilung anlangt, so ist zu bedenken, dass man mit einem nachtragenden Nonius bis an den Anfang der Theilung, mit einem vortragenden dagegen bis ans Ende der Theilung ohne weiteres ablesen kann.

Ebenso wie für gradlinige Theilungen lässt sich der Nonius auch für Kreistheilungen anwenden. Hierbei ist es am zweckmässigsten, als Hauptinterwall entweder $^1/_2{}^0$, $^1/_3{}^0$ oder $^1/_6{}^0$ anzuwenden, während bei $^1/_4{}^0$ Theilung die Ablesungen wegen der Vielfachen von $^1/_4{}^0 = 15'$ leichter durch einen Additionsfehler entstellt werden können.

Es mögen hier noch einige Bemerkungen Platz finden, die sich auf die Praxis der Ablesungen am Nonius beziehen. Man sieht zunächst bereits aus dem Stande des Noniusnullstrich gegen die Striche p und p + 1 der Haupttheilung, an welcher Stelle des Nonius man die coincidirenden Striche zu suchen hat; was für die Geschwindigkeit der Ablesung von Vortheil ist.

Um ganz sicher den coincidirenden Strich zu finden, ist es vortheilhaft, die nebenliegenden Striche mit ins Auge zu fassen (Fig. 45). Das Auge ist besonders bei nicht zu grossen Abständen von parallelen Geraden von einander sehr empfindlich für die gleiche Grösse der Zwischenräume, weshalb man auch vor dem Nullstrich und hinter dem Endstrich des Nonius noch sogenannte Ueberstriche anbringt, die die Coincidenz dieser Punkte deutlich hervortreten lassen.

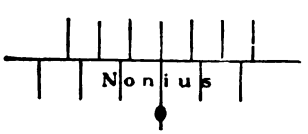


Fig. 45.

Bei gröberen Theilungen kann auch der Fall eintreten, dass kein Strich des Nonius mit einem der Haupttheilung zusammenfällt. Wie in diesem Falle die Ablesung zu bewirken ist, geht aus dem Folgenden hervor. In nebenstehender Figur 46 seien die beiden Striche p und q diejenigen, die sich am nächsten stehen; es wird also die Ablesung zwischen:

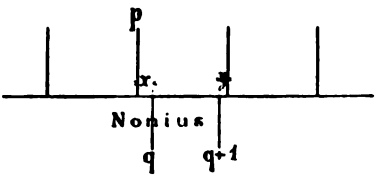


Fig. 46.

$$q\,\frac{T}{n} \text{ und } (q+1)\,\frac{T}{n}$$

liegen, man muss nämlich zur Grösse $q\,\frac{T}{n}$ noch die kleine Grösse x hinzufügen, sodass die Gesammtablesung:

$$L = p\,T + q\,\frac{T}{n} + x$$

ist. Der Strich $q+1$ des Nonius stehe von dem ihm am nächsten befindlichen Haupttheilungsstrich um die Grösse y ab. Dann wird man meist bequem das Verhältniss von x zu y in Zahlen angeben können, die mit c_1 und c_2 bezeichnet werden mögen. Es ergiebt sich

$$x : y = c_1 : c_2 \text{ oder:}$$

$$x : (x+y) = c_1 : (c_1 + c_2) \text{ oder:}$$

$$x = \frac{c_1}{c_1 + c_2}\,(x+y) = \frac{c_1}{c_1 + c_2} \cdot \frac{T}{n} \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

Gewöhnlich wird man $c_1 = c_2$ finden, also:

$$\frac{c_1}{c_1 + c_2} = \frac{1}{2};$$

man kann daher meist bis auf die halbe Noniusangabe ablesen.

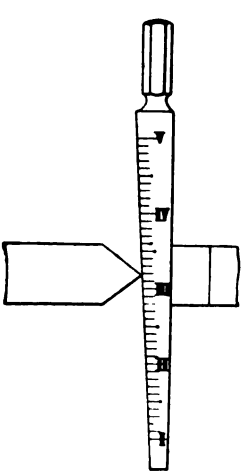


Fig. 47.

Bei feineren Theilungen benutzt man eine Lupe zum Ablesen und man hat dann darauf zu achten, dass bei der Ablesung die zusammenfallenden Striche sich in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden, weil sonst sehr leicht ein Fehler in die Ablesung kommen kann. Häufig wird ein weisses Knochen- oder Elfenbeinblättchen schräg gegen die Theilung des Nonius an der Ablesestelle befestigt, um eine günstigere Beleuchtung herbeizuführen.

Der Messkeil.

Dieser dient zur genauen Bestimmung von Zwischenräumen, etwa zwischen zwei Schneiden von Messstangen, die sich nicht berühren. Er ist ein Keil aus Stahl oder aus Glas von sehr geringem Anzuge, der auf einer der beiden parallelen Flächen eine Theilung trägt. (Fig. 47.)

Ist z. B. die Dicke eines von 0 bis X bezifferten Keiles an der Stelle des Theilstrichs X = 4,1 mm, am Theilstriche 0 = 2 mm; ist ferner der Abstand der Theilstriche 0 und X = 140 mm, und ist dieser Abstand in 100 Theile getheilt, so ist der Keildickenunterschied an zwei aufeinanderfolgenden Theilstrichen $= \frac{2{,}1}{140} = 0{,}015$ mm, und da man noch Zehntel der 1,4 mm grossen Theile bequem schätzen kann, so ist die Grösse, die man mittels des Keiles ablesen kann, 0,0015 mm. Wäre z. B. die Ablesung 1,84, so würde die Grösse des Intervalles = 2 mm + 1,84 . 0,15 mm = 2,276 mm sein. In Figur 47 ist der Keil, wie er beim Gebrauch benutzt wird, zwischen zwei Schneiden eingeschoben, von denen eine horizontal, die andere vertikal steht.

Gewöhnlich benutzt man Tabellen, aus denen man für jede Keilablesung die Grösse des Zwischenraumes entnehmen kann. Die Untersuchung der Keilstärken an den einzelnen Theilstrichen geschieht mittels besonderer Apparate und ist eine sehr umständliche Arbeit.

Die Messschraube.

Ein weiteres Hilfsmittel zur Messung kleiner Längen und Winkel bieten sorgfältig gearbeitete Schrauben von geringer Ganghöhe, man bezeichnet sie als Mess- oder Mikrometerschrauben. Sie sind meist in ihrer Längsrichtung unverschiebbar gelagert und bewegen infolgedessen den messenden Theil, der mit der Mutter in Verbindung steht. Derartige Schrauben kommen z. B. vor an Längen-Theilmaschinen, am Legebrete u. s. w. und dann häufig an Mikroskopen.

Die Schrauben besitzen einen grossen, getheilten Kopf (Fig. 48), mit Hilfe dessen man die Ganzen und Bruchtheile der Umdrehungen der Schraube ablesen kann. Der Kopf ist entweder in Form einer Scheibe oder in Form einer Trommel ausgeführt, je nachdem die Ablesung in der Längsrichtung der Schraube oder senkrecht hierzu geschieht.

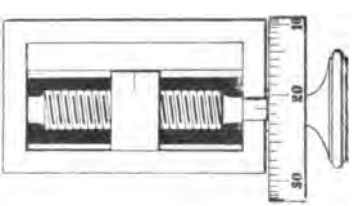


Fig. 48.

Ist z. B. die Ganghöhe der Schraube 0,25 mm und der Kopf derselben in 100 Theile getheilt, so entspricht einer Drehung der Schraube um solch einen Theil eine Längsverschiebung von 0,0025 mm; man kann also mit einer solchen Schraube ebenfalls sehr kleine Grössen messen.

Die Messschrauben werden entweder in horizontaler Lage verwendet, dann dienen sie gewöhnlich zur Messung kleiner Längen, oder in vertikaler Richtung. In diesem Falle ist die Schraubenmutter meist das Ende eines Trägers, der durch Drehen der Schraube um kleine Winkel geneigt wird; ist nun die Ganghöhe der Schraube und deren Entfernung von der Drehungsachse des Trägers bekannt, so kann man auch kleine Neigungswinkel messen.

Hilfsmittel zum Vertikal- und Horizontalstellen.

Zur Vertikal- und Horizontalstellung, die im Vermessungswesen ausserordentlich häufig auftritt, besitzt man zwei Hilfsmittel, nämlich das Loth und die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit.

Lothe.

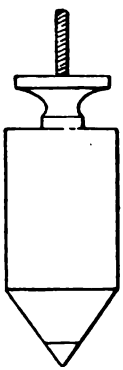


Fig. 49.

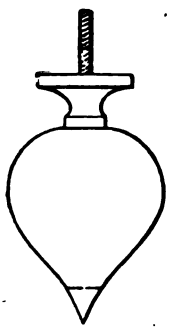


Fig. 50.

Das Loth (s. Fig. 49—51) besteht aus einem schweren Körper, der an einem Faden oder einem Draht aufgehangen ist, sodass bei ruhig hängendem Lothe der Faden oder Draht von selbst die Richtung der Schwere annimmt. Der Lothkörper ist gewöhnlich ein beliebig geformter Umdrehungskörper aus Messing oder Eisen, der am unteren Ende in eine Spitze endigt, die in der Verlängerung des Lothfadens liegen muss. In der Markscheidekunde kommen für gewisse, die Anschluss- und Orientirungs-Messungen sehr grosse und schwere Lothkörper vor, ihr Gewicht steigt bis etwa 10 kg. Die Lothe haben dann meist die nebenstehende Form (Fig. 52 u. 53), der obere Theil ist zum Herausschrauben eingerichtet, das untere Ende der Schraube trägt eine vertiefte Rinne, in die ein kleiner eiserner Knebel mit eingedrehter Vertiefung eingelegt wird. An diesem wird der durch den herausschraubbaren Theil gezogene Draht durch mehrmaliges Umwickeln befestigt. Der Lothdraht, dessen Länge bis 900 m beträgt, ist dabei auf einer besonderen Rolle befindlich, die zum Aufwickeln mit Kurbel und Sperrvorrichtung versehen ist. (S. Abschn. IX.)

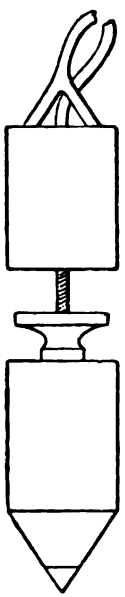


Fig. 51.

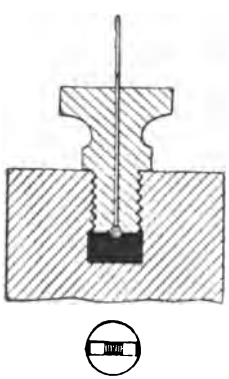


Fig. 52 u. 53.

Die Lothe dienen einerseits zum Senkrechtstellen von Signalstangen und andererseits zum Herauf- oder Herunterlothen von Punkten; auch beurtheilt man damit oft, ob eine gerade Linie horizontal ist oder nicht.

Libellen.

Die grösste Genauigkeit bei der Horizontal- und Vertikalstellung bietet die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit, welche in den sogen. Wasserwagen oder Libellen oder Niveaus zur Verwendung gelangt. Bei der Libelle ist die Flüssigkeit in

einem Gefäss aus Glas eingeschlossen, welches oben mit einem gekrümmten Deckel verschlossen ist. Die Flüssigkeit füllt den Raum nicht völlig aus, sondern es bleibt ein kleiner Raum, die Luftblase übrig, die immer die höchste Stelle einnimmt. Je nach der Form des Gefässes unterscheidet man Röhren- oder Dosenlibellen, bei ersteren ist das Behältniss eine innen gekrümmt ausgeschliffene Glasröhre, bei der zweiten ist das Gefäss ein niedriger Metallcylinder, der oben mit einem innen ebenfalls gekrümmten Deckel aus Glas verschlossen ist. Die zur Füllung der Libellen benutzte Flüssigkeit war früher Wasser, die Blase wurde von atmosphärischer Luft gebildet; in neuerer Zeit verwendet man für untergeordnete Libellen als Flüssigkeit Weingeist, für die feinsten Aether, und es besteht dann die Blase aus den Dämpfen der Flüssigkeit, sodass gefährliche Spannungen im Innern des Glasgefässes, die durch Temperaturunterschiede entstehen, unschädlich gemacht werden.

Bei den Röhrenlibellen besteht das Glasgefäss aus einem ursprünglich cylindrischen Glasrohre, das im Innern tonnenförmig nach einem gewissen Krümmungsradius über einem entsprechend gekrümmten Dorn mit freier Hand ausgeschliffen wird (Fig. 54). Nach beendigtem Schleifen wird die Libelle mit der Flüssigkeit gefüllt und darnach an den Enden entweder zugeschmolzen, oder, da hierbei leicht Veränderungen im Krümmungsradius des Innern eintreten können, an den Enden mit eingeschliffenen Glasdeckeln verkittet (Fig. 55). Da sich nun bei steigender Temperatur die Blase verkleinert, bei fallender vergrössert, es aber andrerseits wieder zweckmässig ist, eine möglichst gleichbleibende Länge der Blase zu haben, so hat man Libellen hergestellt, bei denen man die Länge der Blase innerhalb gewisser Grenzen ändern kann. Man bezeichnet sie als Kammerlibellen (Fig. 56). Bei diesen ist an dem einen Ende der Libelle im Innern der Röhre noch eine Scheibe aus Glas eingekittet, die an der tiefsten Stelle eine Oeffnung besitzt. Hierdurch wird die Libelle in zwei Räume getheilt, die beide mit Aether gefüllt sind; den kleineren nennt man Kammer oder Reservoir, seine Stelle ist meist an der Libelle kenntlich gemacht. Durch entsprechendes Neigen der Libelle kann man es dann dahin bringen, dass entweder aus der Kammer Flüssigkeit in die eigentliche Libelle oder umgekehrt tropfenweise eintritt, und dadurch eine Veränderung der Blasenlänge ermöglicht wird.

Fig. 54.

Fig 55.

Fig. 56

Zum Schutze der zerbrechlichen Glasröhre wird dieselbe meist mit je zwei durch Schrauben zu verbindenden Ringtheilen in einer

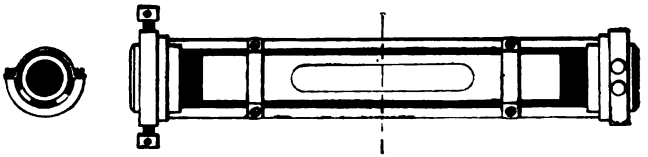


Fig. 57 u. 58.

Messingröhre befestigt, welche am oberen Theile einen länglichen Ausschnitt besitzt, um die Stellung der Blase sehen zu können (Fig. 57 und 58).

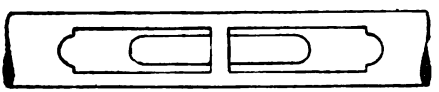


Fig. 59.

Um diese Stellung genauer beurtheilen zu können, sind die Libellen meist auf der Oberfläche der Glasröhre mit einem Zeiger versehen (Fig. 59). Bei untergeordneten Libellen ist oft nur ein einziger Strich in der Mitte des durch den Ausschnitt im Messingrohre sichtbaren Röhrentheiles angebracht (Fig. 60), dem gegenüber man die Stellung der Blase beurtheilt; oder zwei von der Mitte gleichweit entfernte seitliche Striche, deren Abstand etwa der Blasenlänge gleich ist (Fig. 61).

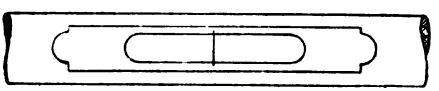


Fig. 60.

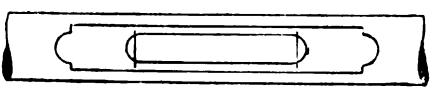


Fig. 61.

Bei feineren Libellen ist eine ausgedehntere Theilung angebracht, die entweder eine durchlaufende ist (Fig. 62) und bei der gewöhnlich eine fortlaufende Bezifferung von 10 zu 10 der Theilstriche vorhanden ist. Eine andere Theilungsweise ist die, dass die Theilung in der Mitte durch eine beliebige Grösse unterbrochen ist (Fig. 63), und von diesen Punkten aus die Theilung, meist ohne Bezifferung, nach beiden Seiten hin gleichmässig verläuft.

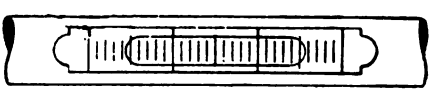


Fig. 62.

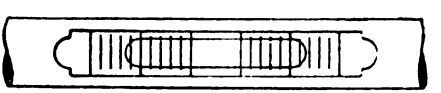


Fig. 63.

Die Messingfassung der Libellen ist nun an der untern Seite mit einer Vorrichtung versehen, die die Libelle geeignet macht, sie auf eine Unterlage aufzusetzen. Diese Unterlage kann entweder eine Ebene oder ein Cylinder sein, und darnach unterscheidet man Setzlibellen für Ebenen oder Setzlibellen für Cylinder, die man auch als Reiterlibellen bezeichnet.

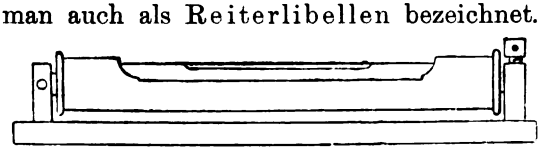


Fig. 64.

Bei ersteren ist die Röhrenlibelle auf einem linealartigen Metallstück befestigt, dieses trägt nahe der Enden zwei senk-

rechte kleine Träger, in denen die Enden der messingenen Fassung der Libellenröhre lagern (s. Fig. 64 und 65).

Fig. 65.

Zur Berichtigung der Libellen sind beide Enden der Messingfassung der Röhre, oder wenigstens das eine derselben, in vertikaler Richtung verstellbar, was bei verschiedenen Mechanikern auf verschiedene Weise ermöglicht wird, wie dies wohl ohne weitere Beschreibung aus den nebenstehenden Abbildungen ersichtlich ist (Fig. 66, 67, 68 u. 69).

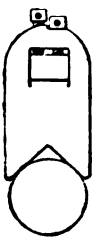


Fig. 68.

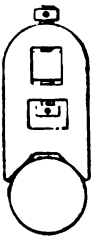


Fig. 69.

Bei den Reiterlibellen endigt die Röhrenfassung in zwei Füsse, mit Hilfe deren die Libelle auf eine cylindrische Achse aufgesetzt werden kann.

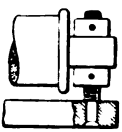


Fig. 66.

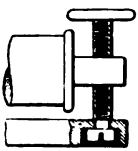


Fig. 67.

Die Form dieser Füsse ist eine verschiedene, entweder sind sie cylindrisch ausgedreht, sodass sie ziemlich ihrer ganzen Fläche nach wirklich aufsitzen, oder die Libellen werden mittels zweier eben begrenzten Füsse aufgesetzt, sodass die Berührung nur an zwei Mantellinien des Cylinders stattfindet (Fig. 68, 69 und 70). Zur Berichtigung solcher Reiterlibellen muss ausser der Verschiebung der Libelle in vertikaler Richtung noch eine solche in horizontaler Richtung vorhanden sein. Es giebt auch hier wieder verschiedene Konstruktionen (Fig. 70 und 71).

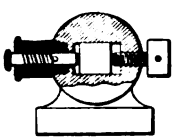


Fig. 71.

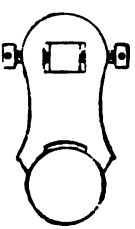


Fig. 70.

Ausser diesen beiden Arten giebt es noch Libellen, die an eine cylindrische Achse oder an eine Schnur angehangen werden, und die man als Hängelibellen bezeichnet. Sie sind am Ende mit hakenartigen Ansätzen versehen (Fig. 72), und diese Ansätze sind zur besseren Ausgleichung der Massen gegen einander um 180° versetzt befestigt.

Fig. 72.

Theorie der Libellen.

Den Ort, an dem sich die Mitte der Blase befindet, bezeichnet man als Spielpunkt. Man sagt nun, die Libelle spielt ein, wenn von den Enden der Blase auf beiden Seiten symmetrisch gegen die Mitte der Theilung liegende Striche berührt werden, und es ist in diesem Falle die Libellentangente oder Libellenachse horizontal.

Wenn die Libelle nicht einspielt, die Blasenenden also nicht symmetrische Striche decken, so bezeichnet man den Abstand des

Mittelpunktes der Blase vom Mittelpunkt der Theilung als Ausschlag der Libelle; derselbe tritt stets ein, wenn die Libellenachse nicht horizontal ist, sondern einen Winkel mit der Horizontalen bildet.

Es besteht nun ein einfacher Zusammenhang zwischen Libellenausschlag und dem Neigungswinkel der Libellenachse. Es sei PN (Fig 73) eine Unterlage, auf der die Libelle ABDE so aufgestellt ist, dass die Blase einspielt im Punkte M. Wird nun die Unterlage PN um den Winkel i geneigt, sodass sie in die Lage PN_1 kommt, so sei ABDE in die Lage $A_1B_1D_1E_1$, M nach M_1 und C nach C_1 gerückt. In der zweiten Lage befindet sich der neue Spielpunkt M_2 senkrecht über C_1, es hat also bei der Neigung der Unterlage PN um den Winkel i die Blase den Weg M_1M_2 zurückgelegt, welcher Ausschlag mit a bezeichnet werden mag. Ist der Krümmungsradius des inneren Röhrenrückens = r, so ergiebt sich, da i und a kleine Werthe sind:

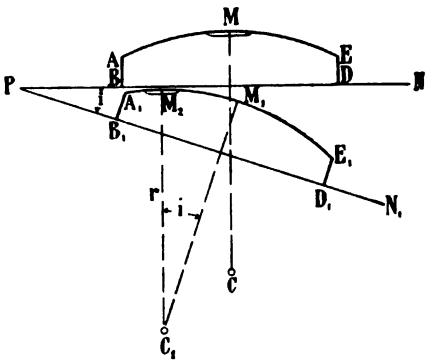


Fig. 73.

$$i'' = \varrho'' \frac{a}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

Hierin ist der Ausschlag in Bogenmaass gemessen durch die Strecke M_1M_2, da aber die besseren Libellen eine Theilung besitzen, so werden wir den Ausschlag besser durch die Skalentheile messen, und zwar sei:

$$a = a_0 t \quad \ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

wobei t die lineare Entferung der einzelnen Theilstriche von einander, und a_0 die Anzahl der durchwanderten Theilstriche bezeichnet. Setzt man diesen Werth in Gleichung 32 ein, so folgt:

$i'' = \varrho'' \frac{t}{r} \cdot a_0$, wenn man $\varrho'' \frac{t}{r} = \varkappa''$ setzt, $i'' = \varkappa'' . a_0$, oder:

$$\frac{a_0}{i''} = \frac{r}{\varrho'' . t} = \frac{1}{\varkappa''} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 34)$$

Dieser Ausdruck ist offenbar eine konstante Grösse und man bezeichnet sie als die Empfindlichkeit der Libelle. Setzt man $a_0 = 1$ und bezeichnet das zugehörige i" für diesen Ausschlag um einen Theilstrich mit i_0'', so kann man die Grösse $\varkappa''$ der Libelle auch auffassen als denjenigen Winkel, um den die Unterlage geneigt werden muss, um einen Theilstrich Ausschlag zu erhalten.

Aus Gleichung 34 geht hervor, dass die Empfindlichkeit um so grösser wird, je grösser r und je kleiner t gewählt worden ist. Für t, den Abstand der einzelnen Theilstriche, nimmt man herkömm-

lich die ungefähre Grösse einer pariser Linie gleich rund 2 mm, da man dann noch 0,1 t bequem schätzen kann. Andererseits darf man r nicht zu gross wählen, da sonst die Blase sehr langsam zur Ruhe kommt. Es würde infolgedessen bei Instrumenten für untergeordnete Messungen verfehlt sein, sehr empfindliche Libellen anzuwenden.

Ist die Empfindlichkeit der Libelle bekannt, so lässt sich der Krümmungsradius r des Röhrenrückens berechnen, es ist nämlich nach 34:

$$r = \varrho'' \frac{a_0}{i''} . t = \frac{\varrho''}{\varkappa''} . t \quad . . . . . 35)$$

Um einen Ueberblick über die Grösse von r zu bekommen, sei ein einfaches Beispiel angeführt. Die Reiterlibelle eines guten Winkelmessinstrumentes hatte eine Empfindlichkeit $\varkappa'' = 1'',35$, es war ferner $t = 2{,}2$ mm, woraus folgt $r = 336{,}1$ m.

Zur Bestimmung der Empfindlichkeit einer Libelle oder des Winkels, der einem Skalentheile Ausschlag entspricht, kann man verschiedene Methoden anwenden.

Oft benutzt man eine besondere Vorrichtung, das sogenannte Justir- oder Legebret (Fig. 74). Dasselbe ist meist ein metallener T-förmiger Träger, der drei vertikale Schrauben besitzt, zwei, A und B, deren Gewinde nicht besonders fein geschnitten zu sein braucht, die sich am T-Ansatz befinden, und eine dritte, C, die sich in der Mittelsenkrechten der beiden anderen befindet, und die eine sehr geringe Ganghöhe besitzt. Der Kopf derselben endigt in eine grosse Scheibe, die in eine gewisse Anzahl von Theilen getheilt ist, und deren ganze Umdrehungen man an einem vertikalen Zeiger ablesen kann. Zur Erhöhung der Genauigkeit der Untersuchung von Libellen legt man unter die beiden groben Schrauben Metallplatten, unter die feine, die Messschraube, eine Glasplatte.

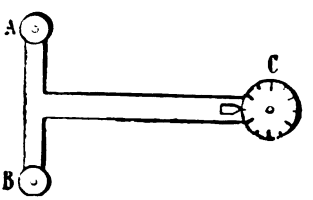


Fig. 74.

Denkt man sich das Legebret erst horizontal aufgestellt (Fig. 75), bezeichnet den Abstand der Schraube C von A B mit d, und hebt oder senkt das Legebret mittels der Schraube C in vertikaler Richtung um den Betrag h, so ist der Neigungswinkel des Legebretes gegen den Horizont hiernach:

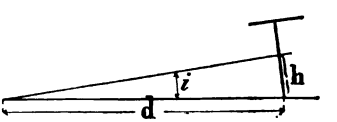


Fig. 75.

$$\tan i = \frac{h}{d}, \text{ oder da i ein}$$

kleiner Winkel ist:

$$i'' = \varrho'' \frac{h}{d}.$$

Die Grösse h lässt sich aber darstellen durch:

$$h = n \cdot h_0,$$

worin h_0 die Ganghöhe der Schraube und n die Anzahl der ausgeführten Umdrehungen darstellt. Es wird dann:

$$i'' = \frac{\varrho'' h_0}{d} \cdot n \quad \ldots\ldots\ldots \quad 36)$$

Das Glied $\frac{\varrho'' h_0}{d}$ ist für ein und dasselbe Legebret eine constante Grösse, die mit K'' bezeichnet werde, infolgedessen erhält man:

$$i'' = K'' \cdot n \quad \ldots\ldots\ldots \quad 37)$$

Zur Bestimmung der Grössen h_0 und d, die in K'' enthalten sind, verfährt man am sichersten folgendermaassen: Um die Ganghöhe h_0 der Schraube C mit möglichster Schärfe auszuwerthen, schraube man dieselbe mit der grössten Vorsicht aus ihrer Mutter und drücke sie sehr behutsam auf weisses Papier. Dadurch erhält man eine Schaar paralleler Linien. Der Abstand je zweier derselben giebt die Ganghöhe h_0 an. Man nimmt am besten die Entfernung einer grösseren Anzahl derselben nach einem genauen Maassstabe ab und zählt die Anzahl unter Zuhilfenahme einer Lupe. Messen beispielsweise 80 Schraubengänge gerade 20 mm, so ist die Ganghöhe $h_0 = \frac{20}{80}$ mm $= 0{,}25$ mm.

Für die Ermittelung der Entfernung d setzt man das Legebret auf ein Stück Papier, drückt die Spitzen ab und ermittelt dann durch Fällen des Lothes von C auf die Linie AB den Abstand d.

In einem gegebenen Falle war z. B.

$$h_0 = 0{,}25 \text{ mm}; \quad d = 286{,}5 \text{ mm},$$

daher ist $K'' = 180'$. Ausserdem war der Kopf der Messschraube in 180 Theile getheilt, sodass einem Theile des Kopfes ein Neigungswinkel von 1" entspricht.

Setzt man nun auf das Legebret eine Libelle, liest an der Libelle ab, bewegt die Schraube um irgend eine Anzahl von Theilen, so bekommt man einerseits den Ausschlag an der Libelle, andrerseits durch Ablesung an der Messschraube den entsprechenden Winkel. Aus diesen Grössen kann man die Empfindlichkeit bestimmen.

Am zweckmässigsten ist es, um einen genauen Einblick in die zu untersuchende Libelle zu erhalten, dass man die ganze Libelle durchprobirt, also die Schraube um einen gewissen Betrag verstellt, dann die entsprechenden Ausschläge notirt und die Berechnung in der aus dem folgenden Beispiele ersichtlichen Weise durchführt.

Nr.	Ablesung an der Schraube	Ablesung an der Libelle l	Ablesung an der Libelle r	Blasenlänge 2x +	Ausschlag a_0 l	Ausschlag a_0 r	Mittel der Ausschläge l und r	v
1	20	20,9	1,7	22,6	2,5	2,5	2,50	— 0,29
2	40	18,4	4,2	22,6	2,4	2,3	2,35	— 0,14
3	60	16,0	6,5	22,5	2,0	2,1	2,05	+ 0,16
4	80	14,0	8,6	22,6	2,4	2,4	2,40	— 0,19
5	100	11,6	11,0	22,6	2,1	2,1	2,10	+ 0,11
6	120	9,5	13,1	22,6	2,3	2,3	2.30	— 0,09
7	140	7,2	15,4	22,6	2,1	2,1	2,10	+ 0,11
8	160	5,1	17,5	22,6	1,9	1,9	1,90	+ 0,31
9	0	3,2	19,4	22,6	2,2	2,2	2,20	+ 0,01
10	20	1,0	21,6	22,6				
					19,9	19,9 Mittel	19,90 2,21 partes	[vv] = 0,2939

$$i'' = 20', \qquad a_0 = 2{,}21, \qquad t = 1{,}5 \text{ mm},$$

$$\varkappa'' = \frac{i''}{a_0} = \frac{20}{2{,}21} = 9'',05,$$

$$r = \frac{\varrho''}{\varkappa''} \cdot t = 34190 \text{ mm} = 34{,}19 \text{ Meter},$$

mittlerer Fehler m einer Beobachtung:

$$m = \pm \sqrt{\frac{0{,}2939}{n-1}} = \pm 0{,}1917 \text{ partes} = \pm 1'',73,$$

mittlerer Fehler M des arithmetischen Mittels:

$$M = \pm 0'',58.$$

Die Bestimmung des Werthes von $\varkappa''$, also des Winkelwerthes, dem ein Theilstrich Ausschlag entspricht, kann in dem Falle, wo die Libelle in feste Verbindung mit einem Fernrohr gebracht ist, oder eine Libelle auf ein Fernrohr aufgesetzt werden kann, noch auf andere Weise ausgeführt werden. Man stellt in einer gewissen Entfernung H vom Fernrohr eine getheilte Latte (Nivellirlatte) senkrecht auf, verstellt das Fernrohr in der Höhenrichtung, liest an der Latte ab und bemerkt den zugehörigen Ausschlag an der Libelle. Es ist dann (Fig. 76):

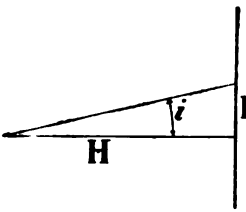


Fig. 76.

$$i'' = \varrho'' \frac{h}{H},$$

$i'' = \varkappa'' a_0$, worin a_0 dem h entspricht.

Ferner:

$$\frac{a_0}{i''} = \frac{l}{\varkappa''} = \frac{r}{\varrho''.t}, \quad \varkappa'' = \varrho'' \frac{h}{a_0 H} \text{ also:}$$

$$r = \frac{a_0 t H}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 38)$$

Nr.	Ablesung an der Latte Meter	Ablesung an der Libelle l	Ablesung an der Libelle r	Blasenlänge 2x +	Ausschlag a_0 l	Ausschlag a_0 r	Mittel	v	
1	0,545	12,7	0,2	12,9	1,9	1,9	1,90	− 0,26	[vv] = 0,2222
2	0,550	10,8	2,1	12,9	1,7	1,7	1,70	− 0,06	
3	0,555	9,1	3,8	12,9	1,8	1,8	1,80	− 0,16	$m = \sqrt{\frac{0,2222}{7-1}}$
4	0,560	7,3	5,6	12,9	1,4	1,4	1,40	+ 0,24	
5	0,565	5,9	7,0	12,9	1,5	1,5	1,50	+ 0,14	m = ±0,1924
6	0,570	4,4	8,5	12,9	1,8	1,7	1,75	− 0,11	= ±4",56
7	0,575	2,6	10,2	12,8	1,4	1,5	1,45	+ 0,19	M = ±1",72
8	0,580	1,2	11,7	12,9					
				Mittel:	11,5	11,5	11,50	− 0,02	
					1,643				

H = 26,43 Meter, $a_0 = 1,643$, $\varkappa'' = 23'',79$,

t = 2,26 mm,

r = 19,6 Meter.

Für den Fall, dass eine grosse Genauigkeit in der Bestimmung der Empfindlichkeit der Libelle nöthig ist, wie für astronomische Bestimmungen, ist es angebracht, die Untersuchungen mehrere Male auszuführen, besonders auch in rückläufiger Bewegung der Blase.

Den Ausschlag a_0, also den Weg der Blasenmitte, kann man sich auch aus den Ablesungen links und rechts an den Blasenenden bestimmen. Setzt man z. B. eine Libelle voraus, deren Theilung in der Mitte unterbrochen ist durch die Grösse 2x (Fig. 77), und die einspielt, so berührt die Blase auf beiden Seiten symmetrische Striche, deren Anzahl gleich m sei. Bezeichnet man die Blasenlänge mit L, so ist:

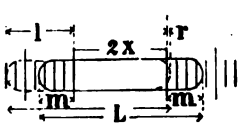


Fig. 77.

$$L = 2m + 2x \quad \ldots\ldots\ldots \quad 39)$$

Schlägt dagegen die Libelle aus, und macht man dann links die Ablesung l, rechts die Ablesung r, so wird:

$$L = l + r + 2x \quad \ldots\ldots\ldots \quad 40)$$

Zieht man Gleichung 40 von 39 ab, so folgt:

$$0 = 2m - l - r \text{ oder:}$$

$$m = \frac{l + r}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 41)$$

welche Gleichung die Stellung für das Einspielen der Libelle aus den Ausschlägen links und rechts zu berechnen gestattet.

Der Ausschlag a_0 ist dann nach der Figur:

$$a_0 = l - m = m - r \text{ oder:}$$

$$a_0 = \frac{l - r}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 42)$$

Dabei ist der Ausschlag positiv, wenn das linke Ende höher als das rechte; negativ, wenn das rechte Ende der Libelle höher ist als das linke.

Für den Neigungswinkel i'', der dem Ausschlag a_0 entspricht, erhält man ferner noch aus Gleichung 34 und 42:

$$i'' = \varkappa'' \cdot \frac{l - r}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 43)$$

Ist dagegen die Libelle durchlaufend von 0 bis 2n beziffert (Fig. 78), so befindet sich der Spielpunkt für das Einspielen der Libelle im nten Striche, die Ablesungen an den Blasenenden seien entsprechend links und rechts, l_0 und und r_0. Schlägt dann die Libelle aus, sodass man links l_1 und rechts r_1 abliest, so bekommt man ähnlich wie vorher:

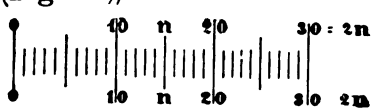


Fig. 78.

$$r_0 = n + \frac{r_1 - l_1}{2}; \quad l_0 = n - \frac{r_1 - l_1}{2} \quad \ldots \quad 44)$$

und:

$$a_0 = n - \frac{r_1 + l_1}{2}, \text{ sowie } i'' = \varkappa'' \left\{ n - \frac{r_1 + l_1}{2} \right\} \quad . \quad 45)$$

wobei wieder a_0 positiv oder negativ ausfällt, je nachdem das Nullende der Libelle höher oder tiefer liegt.

Bei einer berichtigten Libelle soll nun deren Achse parallel zur Unterstützungsfläche sein, die entweder eine Ebene oder ein Cylinder sein kann. Ist dies der Fall, so wird man die Unterstützungsfläche durch die an ihr befindlichen Bewegungsschrauben horizontal stellen können, wenn man die Libelle zum Einspielen bringt. Ist dagegen die Libelle nicht justirt, so wird bei einspielender Libelle die Unterstützung nicht horizontal, sondern gegen den Horizont geneigt sein.

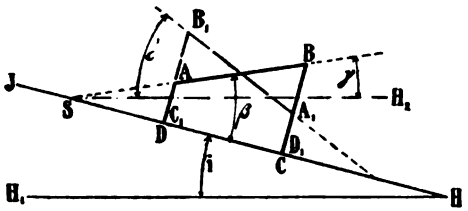


Fig. 79.

Zur Untersuchung der hierbei auftretenden Verhältnisse sei nach Maassgabe nebenstehender Figur 79 HJ die Unterstützungsfläche der Libelle A B C D, sie sei um den Winkel i gegen den Horizont H H_1 geneigt. Andererseits bilde die Libellenachse A B mit der Aufsatzfläche C D den Winkel β. In diesem Falle bildet die Libellenachse mit der Horizontalen einen Winkel γ, dessen Grösse nach Gleichung 43 sich berechnet zu:

$$\gamma = \varkappa'' \frac{l_1 - r_1}{2},$$

wenn bei dieser Stellung A B C D der Libelle die Ausschläge links und rechts bezw. mit l_1 und r_1 bezeichnet werden.

Setzt man jetzt die Libelle auf der Unterlage um, dass sie in die Lage A_1 B_1 C_1 D_1 kommt, so bildet jetzt die Libellenachse mit der Horizontalen einen Winkel δ, dessen Grösse sich findet zu:

$$\delta = \varkappa'' \frac{l_2 - r_2}{2},$$

wenn l_2 und r_2 die Ablesungen links und rechts in dieser zweiten Lage bezeichnen. Aus der Figur folgt ferner, dass:

$\delta = 2\ \beta + \gamma$ ist, und daraus:

$$\beta = \frac{\delta - \gamma}{2} = \frac{\varkappa''}{2} \left\{ \frac{l_2 - r_2}{2} - \frac{l_1 - r_1}{2} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad 46)$$

Dies ist der Winkel, den die Libellenachse mit der Aufsatzfläche bildet; die Libelle ist nun justirt, wenn diese Achse parallel zur Aufsatzfläche ist, wenn also:

$$\beta = 0$$

ist. Dies ist aber nur möglich für $\delta = \gamma$, oder für $l_2 - r_2 = l_1 - r_1$ oder für $l_2 - l_1 = r_2 - r_1$ und dieser Fall tritt nur ein für:

$$l_2 = l_1 \text{ und } r_2 = r_1,$$

weil, wenn $l_2 > l_1$ ist, auch stets $r_1 > r_2$ sein muss.

Die Libelle ist also richtig, d. h. ihre Achse parallel zur Aufsatzfläche, wenn vor und nach dem Umsetzen derselben die Ausschläge nach derselben Seite hin einander gleich sind.

Sind dagegen die Ausschläge nicht gleich, so ergiebt sich, dass die Libellenachse mit der Aufsatzfläche einen Winkel β bildet, der sich nach Gleichung 46 berechnen lässt. Es fragt sich nun, wie man aus den Ausschlägen, die durch die Ablesungen l_1, l_2, r_1 und r_2 an der Libelle dargestellt sind, die Libelle berichtigt. In diesem Falle muss die Libellenachse AB mit der Linie HJ parallel sein, also mit der Horizontalen den Winkel i bilden.

Nun ist aber:

$$i = \beta + \gamma = \frac{\delta + \gamma}{2} \text{ oder:}$$

$$i = \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 47)$$

Diese Gleichung giebt uns den Winkel i, um den die Unterlage, die wir als fest betrachtet haben, gegen den Horizont geneigt ist. Man kann also den Neigungswinkel i der Libellenunterstützung auch in dem Fall genau bestimmen, wenn die Libelle nicht berichtigt ist; es ist nur nöthig, die Libelle umzusetzen.

Diese Erkenntniss ist sehr wichtig, da man bessere Libellen nie für längere Zeit völlig genau berichtigen kann, also mit unberichtigten Libellen arbeiten muss.

Denkt man sich andererseits die Libelle berichtigt, und sie giebt dann beim Aufsetzen auf die um den Winkel i gegen den Horizont geneigte Auflagerung links und rechts den Ausschlag l bez. r, so würde nach Gleichung 43 sein:

$$i'' = \frac{\varkappa''}{2}\left\{ l - r \right\}$$

Aus der Verbindung dieser Gleichung mit 47 folgt, dass dann sein muss:

$$\left.\begin{aligned} l &= \frac{l_1 + l_2}{2} \\ \text{und:} \qquad r &= \frac{r_1 + r_2}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 48)$$

Daraus ergiebt sich folgende Regel:

Die Libelle wird — unter Voraussetzung einer festen, unverstellbaren Unterlage — parallel zur Unterstützungsfläche gestellt, indem man die vertikalen Berichtigungsschrauben der Libelle solange benutzt, bis das eine Ende der Blase eine Ablesung giebt, die gleich ist dem arithmetischen Mittel der auf derselben Seite erhaltenen Ablesungen vor und nach dem Umsetzen der Libelle.

Ist hingegen die Unterlage verstellbar, ein Fall, wie er beispielsweise bei Instrumenten auftritt, die mit einem Dreifusse versehen sind, so vereinfacht sich die Berichtigung etwas. Man bringt nach dem Aufsetzen der Libelle diese durch Verstellen der Unterlage zum Einspielen, wodurch der Winkel $\gamma = 0$ wird. Setzt man jetzt die Libelle um 180° um, so wird die unberichtigte Libelle nicht mehr einspielen, vielmehr den Winkel δ durch die Ausschläge angeben. Da nun aber $\gamma = 0$ war, so folgt in diesem Falle:

$$\beta = \frac{\delta}{2} \text{ und } i = \frac{\delta}{2},$$

d. h. man braucht die eine Hälfte des Ausschlages nur mit den Stellschrauben der Unterlage, die andere Hälfte mit den

vertikalen Berichtigungsschrauben der Libelle zu beseitigen, um die Libellenachse parallel zur Unterstützungsfläche zu stellen.

Die angegebene Regel gilt im Allgemeinen auch für Setzlibellen für Cylinder. Bei diesen ist aber die Berichtigung nicht allein auf die Parallelstellung von Libellenachse und Aufsatzcylinderachse zu erstrecken, sondern es kommt noch die Herbeiführung des Parallelismus zwischen Vertikalebene durch die Libellenachse und durch die Cylinderachse hinzu. Diese Prüfung ist am zweckmässigsten vor der Parallelstellung zwischen Libellenachse und Cylinderachse vorzunehmen.

Die Untersuchung würde nicht nothwendig sein, wenn die Setzlibelle für Cylinder nur in einer ganz bestimmten festen Lage aufgesetzt würde; da es aber erforderlich ist, eine völlige Berührung der Füsse der Reiterlibelle mit dem zugehörigen Cylinder herbeizuführen, so muss die Reiterlibelle einen gewissen Spielraum senkrecht zur Achse des sie tragenden Cylinders gestatten. Es ist also fast immer eine seitliche Bewegung der Libelle auf dem Cylinder möglich. Man denke sich eine vollständig unberechtigte Libelle (Fig. 80) auf einer Achse, bei der also weder die Libellenachse parallel zur Cylinderachse ist, noch die Vertikalebene durch die Libellenachse in die Vertikalebene des Cylinders fällt oder mit ihr parallel ist und bringe die Libelle auf der höchsten Stelle des Cylinders zum Einspielen. Dann sei die Lage der Libelle in nebenstehender Figur schematisch durch den Linienzug A B C D dargestellt; A B wäre der kurze, C D der lange Libellenfuss und B C die Libellenachse, die jetzt horizontal ist. Bewegt man jezt die Libelle auf dem Cylinder um ein gewisses Stück, sodass die in die Lage $A_1 B_1 C_1 D_1$ gelangt, dann ist Bogen $A A_1 = D D_1$ und die Füsse stehen radial. Nun ist der Höhenunterschied der beiden Punkte A und A_1 grösser als der der Punkte D und D_1, infolgedessen wird jetzt das Ende C_1 der Achse höher liegen, als das Ende B_1, also nach C_1 hin ein Ausschlag der Libelle erfolgen. Dieser Ausschlag hat mithin seinen Grund in dem Nichtparallelsein der beiden Vertikalebenen durch Libellenachse und Cylinderachse. Um den Parallelismus herbeizuführen, sind die seitlichen Berichtigungsschrauben an der Setzlibelle nothwendig.

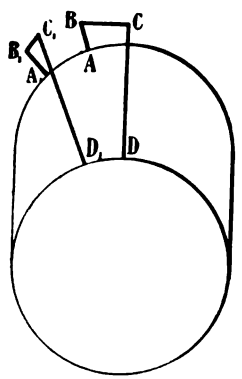


Fig. 80.

Es ergiebt sich nun aus der vorigen Darlegung folgende Regel für die Berichtigung der Libelle:

Man drehe die einspielende Libelle auf dem Cylinder nach dem Beobachter zu und hat dann dasjenige Libellenende nach dem Beobachter zuzubewegen, nach welchem hin der Ausschlag der Libelle erfolgt.

Ist diese Prüfung erfolgt, so ist noch die Parallelstellung der Libellenachse zur Aufsatzfläche durch Umsetzen der Libelle in der bereits angegebenen Weise auszuführen.

Man hat es ferner häufig mit Libellen zu thun, welche sich um eine vertikale Achse drehen und den Zweck haben, diese Achse entweder genau vertikal zu stellen oder die Abweichung dieser Achse von der genauen vertikalen Lage zu ermitteln. Dazu soll die Libellenachse senkrecht zur Drehachse sein. Es sei in nebenstehender Figur 81 MZ_1 die wirkliche Vertikale, MN die Lage der Achse, die um den Winkel v gegen die Vertikale geneigt ist und AB die Libellenachse, die aber nicht senkrecht auf MN steht. Bringt man jetzt die Libelle zum Einspielen, so ist zwar die Libellenachse horizontal, nicht aber die Drehungsachse vertikal, sie weicht vielmehr um den Winkel v von dieser Lage ab. Dreht man jetzt die Libelle um die Achse um 180°, wobei die Drehachse MN ihre Lage im Raume beibehält, so kommt die Libellenachse in die Lage $A_1 B_1$ und schlägt aus. Dieser Ausschlag giebt, wie ohne weiteres ersichtlich, den Winkel $2v$ an; beseitigt man nun die Hälfte des Ausschlags an den vertikalen Berichtigungsschrauben der Libelle, so wird die Libellenachse rechtwinklig auf der noch um den Winkel v gegen die Vertikale geneigten Drehachse stehen, welcher dann mit Hilfe der Fussschrauben der Drehachse beseitigt werden kann.

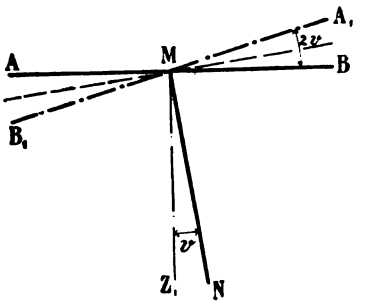


Fig. 81.

Es ergiebt sich also für die Senkrechtstellung von Libellen zu Vertikaldrehachsen die Regel: Man bringt die Libelle zum Einspielen und dreht sie um die vertikale Drehachse um 180°. Zeigt sich hierbei ein Ausschlag, so ist die Hälfte des Ausschlages an den Libellenschräubchen, die andere Hälfte an den Fussschrauben der Drehungsachse zu beseitigen, wodurch dann diese gleichzeitig vertikal gestellt wird.

Es ist hier ebenfalls wieder von Wichtigkeit, zu bemerken, dass man eine Achse auch vertikal stellen kann, ohne dass die Libellenachse senkrecht auf ihr steht, dass also auch eine unberichtigte Libelle benutzt werden kann.

Denkt man sich nämlich die Aehse MN, (Fig. 82) auf der die Libellenachse AB aber nicht senkrecht steht, sondern um einen Winkel β von dieser Lage abweicht,

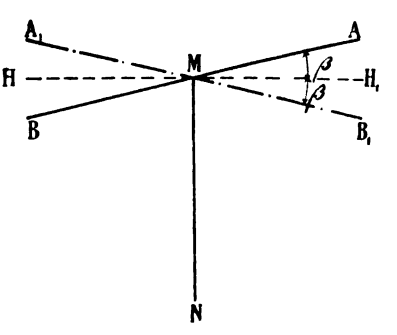


Fig. 82.

genau vertikal, so ergiebt sich jetzt an der Libelle ein Ausschlag links $= l_1$ und rechts $= r_1$. Dreht man nun die Liebelle um 180° um die Achse und verändert hierbei der Beobachter seine Stellung nicht, so kommt die Libellenachse in die Lage A_1B_1 und es ergeben sich die Ausschläge l_2 und r_2 und zwar ist hierbei:

$$l_1 = r_2 \text{ und } r_1 = l_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 49)$$

Es muss also der Ausschlag der Libelle nach demselben Libellenende hin vor und nach dem Drehen um 180° derselbe sein, wenn die Achse vertikal stehen soll.

Gebrauch der Libellen.

Die Libellen werden benutzt

1. zur Horizontalstellung von Linien oder Achsen,
2. zur Horizontalstellung von Ebenen,
3. zur Vertikalstellung von Achsen,
4. zur Ermittlung kleiner Winkel,

und zwar hat man immer zu unterscheiden, ob a, die Libelle, justirt ist oder b, ob man es mit nicht berichtigter Libelle zu thun hat. Der letztere Fall würde bei feineren Messungen vorliegen, wo die Berichtigung der Libelle, wie bereits bemerkt, nicht völlig möglich ist.

1. Horizontalstellung von Linien oder Achsen.

a. Ist die Libelle justirt, so ist die Sache einfach, man setzt sie auf die betreffende Linie oder Achse auf und bringt die Unterlage mit den Stellschrauben in eine solche Lage, dass die aufsitzende Libelle einspielt.

b. Bei unberichtigter Libelle setzt man nach dem früheren die Libelle auf die Linie oder Achse auf und macht eine Ablesung links l_1 (oder rechts r_1), setzt dann auf der Geraden die Libelle um 180° um und macht eine Ablesung rechts r_2 (oder links l_2). Sind diese gleich, so ist die Unterstützungsfläche der Libelle horizontal; sind die Ablesungen verschieden, so hat man das arithmetische Mittel aus beiden Ablesungen also $\frac{l_1 + r_2}{2}$ $\left(\text{oder } \frac{r_1 + l_2}{2}\right)$ zu nehmen und die Unterlage so lange zu verstellen, bis die Libelle auf das arithmetische Mittel einsteht.

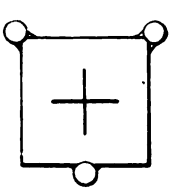


Fig. 83.

2. In ähnlicher Weise hat man zu verfahren, wenn es sich um die Horizontalstellung von Ebenen handelt. Diese sind meist mit drei Fussschrauben versehen, man stellt sie horizontal, indem man zwei zueinander senkrechte Linien derselben horizontal stellt, von denen eine parallel zur Verbindungslinie zweier Fussschrauben steht (Fig. 83).

Ausserdem kommen, wenn auch selten, Ebenen mit vier Fussschrauben vor, dann sind die beiden Verbindungslinien je zweier diametral gegenüber liegenden Fussschrauben horizontal zu stellen. (Fig. 84.) Derartige mit vier Fussschrauben versehene Ebenen erfordern aber eine besondere Aufmerksamkeit in der Horizontalstellung insofern, als alle vier Schrauben auch wirklich auf der Unterstützungsfläche aufsitzen müssen.

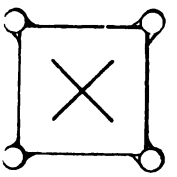


Fig. 84.

3. Vertikalstellung von Achsen.

Die vertikal zu stellenden Achsen befinden sich meist verbunden mit einem Dreifusse mit drei Stellschrauben an den Instrumenten angebracht, die Libelle ist um die Vertikalachse drehbar. Ist a. die Libelle berichtigt, steht sie also senkrecht auf der vertikalen Achse, so bringt man sie in eine solche Lage, dass die Libellenachse parallel wird zur Verbindungslinie einer Dreifussschraube mit der Instrumentmitte und bringt mit dieser Stellschraube die Libelle zum Einspielen, dann dreht man die Libelle um 90° um die Vertikalachse und bringt die Libelle, die jetzt parallel ist zur Verbindungslinie der beiden anderen Dreifussschrauben, durch Drehen dieser Schrauben, die einander entgegengesetzt bewegt werden müssen, zum Einspielen, welches Verfahren unter Umständen wiederholt werden muss. Ist b. die Libelle nicht berichtigt, steht sie also nicht senkrecht auf der vertikalen Achse, so bringt man die Libelle zuerst über eine Fussschraube und mit dieser zum Einspielen, und dreht hierauf die Libelle genau um 180°, was bei Instrumenten mit einem Horizontalkreise sehr einfach möglich ist. Dann wird die Libelle nicht mehr einspielen und es ist die Hälfte des Ausschlags mit derselben Fussschraube zu beseitigen. Hierauf wird in einer um 90° von der vorigen abweichenden Lage der Libelle dasselbe Verfahren unter Benutzung der beiden andern Dreifussschrauben wiederholt. Beim vorsichtigen Drehen der Libelle um die vertikal gestellte Achse wird dann die Libelle nicht mehr einspielen, die Blasenränder aber immer dieselben Libellentheilstriche treffen.

4. Messung kleiner Neigungswinkel.

Bei manchen Messungen ist es nothwendig, die Neigung einer Linie oder einer Achse gegen den Horizont, welche als kleiner Winkel auftritt, zu bestimmen. Dies geschieht a. bei berichtigter Libelle dadurch, dass man die Libelle auf die Linie oder die Achse aufsetzt, die Ablesungen l und r an der Theilung der Libelle macht und nach Maassgabe der Gleichung 43 den Neigungswinkel i berechnet aus:

$$i = \frac{\varkappa''}{2}(l - r).$$

Ist b. die Libelle nicht berichtigt, so setzt man sie auf die Linie oder die Achse auf und macht die Ablesungen links l_1 und rechts r_1, dann setzt man die Libelle um und macht jetzt die Ab-

lesungen links l_2 und rechts r_2, dann findet man die Neigung i der Linie oder Achse nach der Gleichung 47:

$$i = \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2}\right)$$

für den Fall einer symmetrisch von der Mitte aus getheilten Libelle; und ähnlich für den Fall einer durchgehends bezifferten Libelle (Seite 43):

$$\text{a)}\quad i = \varkappa''\left(n - \frac{r_1 + l_1}{2}\right)$$

$$\text{b)}\quad i = \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_2 - l_1}{2} + \frac{r_2 - r_1}{2}\right),$$

wobei der Zeiger 1 die Ablesungen für Nullpunkt links, 2 für Nullpunkt rechts andeutet. Diese Gleichungen ergeben auch gleichzeitig, welches Ende der Linie oder Achse das höhere ist.

Etwas umständlicher ist die Messung etwa des kleinen Winkels, um den eine nahezu vertikalstehende Achse von der wirklichen Vertikalen abweicht. Dieser Fall wird eingehend bei den Achsenfehlern des Theodolits (VI. Abschnitt) besprochen werden.

Die Libellen lassen sich auch noch zur Bestimmung anderer Grössen benutzen, z. B. zur Ermittlung der Schwankungen erhöhter Beobachtungspunkte durch die Wirkung der Sonne, Bewegung von Thürmen beim Läuten von Glocken, zur Ermittelung sehr geringer Dickenunterschiede, worauf aber hier nur hingewiesen werden soll.

Während die Röhrenlibellen zu den feinsten Messungen eingerichtet und verwendet werden können, indem man den Krümmungsradius der Röhre sehr gross macht, benutzt man für untergeordnete Zwecke, bei denen eine besonders grosse Genauigkeit nicht erforderlich ist, eine andere Form der Libelle, die sogenannte Dosenlibelle. Dieselbe besteht aus einem niedrigen Metallcylinder (Fig. 85), der oben mit einem kugelförmig ausgeschliffenen Glasdeckel verschlossen ist, in der Mitte desselben ist oben ein Kreis eingeätzt. Der Fuss des Cylinders ist eben abgedreht, und die Füllung der Libelle, welche mit Spiritus geschieht, erfolgt durch eine oder besser zwei dicht schliessende Schrauben im Boden. Beim Vorhandensein zweier Schrauben geht die Einfüllung der Flüssigkeit besser von statten, da die Luft entweichen kann Die Libelle soll so berichtigt sein, dass beim Aufsetzen einer horizontalliegenden Ebene die Luftblase den eingeätzten Kreis konzentrisch umgiebt. Man untersucht eine Dosenlibelle auf ihre Richtigkeit, indem man sie auf einer Ebene zum Einspielen bringt und sie um die Cylinderachse auf der Ebene dreht. Um die Drehung bequem ausführen zu können, zieht man um den Fuss herum mit einem Bleistift einen Kreis, innerhalb dessen die Libelle gedreht wird. Spielt hierbei die Libelle immer ein, so ist sie richtig; wenn nicht, so muss sie

Fig. 85.

vom Mechaniker geändert werden, wenn sie nicht etwa, wie dies hin und wieder auch vorkommt, keinen ebenen Fuss, sondern 3 ziemlich streng gehende Schräubchen besitzt, mittels deren der nach einer Drehung der Libelle um 180° sich zeigende Ausschlag zu halbiren ist.

Die Empfindlichkeit der Dosenlibellen ist bedeutend geringer als die der Röhrenlibellen, die Krümmungsradien des Glasdeckels bewegen sich in der Nähe von 1 Meter.

Die Dosenlibellen werden benutzt zur Horizontalstellung von Ebenen und zur Senkrechtstellung von getheilten Latten, an denen sie mittels eines kleinen Trägers befestigt sind. Ferner sind sie an verschiedenen Instrumenten angebracht und dienen dann zur vorläufigen Horizontal- oder Vertikalstellung. Viele Beobachter halten sie in diesen Fällen für unentbehrlich, welche Ansicht der Verfasser nicht theilt, da ein geübter Beobachter in derselben Zeit mit den ohnehin noch einzustellenden Röhrenlibellen auch zum Ziele gelangt.

Optische Hilfsmittel für Vermessungsinstrumente.

Diese Hilfsmittel sind Spiegel, Prismen und Linsen, sowie deren Vereinigungen. Da besonders die Linsen eine ausgedehnte Verwendung bei den Instrumenten finden, so möge das nöthigste über diese und ihre Vereinigungen hier seinen Platz finden, während Spiegel- und Prismeninstrumente später (Seite 80 und 82) betrachtet werden.

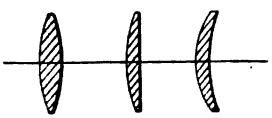


Fig. 86 bis 88.

Die Linsen sind Glaskörper, welche von zwei Kugelflächen begrenzt sind, die vorkommenden Formen sind die folgenden: Sammel- oder Convexlinsen (Fig. 86 bis 88), Zerstreuungs- oder Concavlinsen (Fig. 89 bis 91), von denen fast nur die Sammellinsen gebraucht werden. Die Mittelpunkte M_1 und M_2 der die Linsenflächen bildenden Kugel bezeichnet man als geometrische Mittelpunkte, ihre Verbindungslinie als Achse der Linse (Fig. 92). Auf dieser Achse giebt es einen ausgezeichneten Punkt O in der Linse, den man als optischen Mittelpunkt bezeichnet, und der der Schnittpunkt der Achse mit denjenigen auf die Linse auffallenden Strahlen ist, bei denen der austretende Strahl dem einfallenden parallel ist, und die man als Hauptstrahlen bezeichnet.

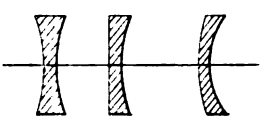


Fig. 89 bis 91.

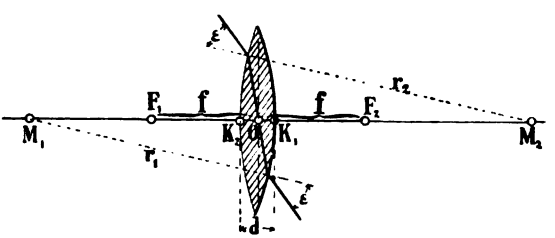


Fig. 92.

Sind die Krümmungsradien der die Linse begrenzenden Kugelflächen r_1 und r_2, die Linsendicke $K_1 K_2$, gemessen auf der Linsenachse d, so bestimmt sich $K_1 O$ aus der Gleichung:

$$K_1 O = \frac{r_2 \cdot d}{r_1 + r_2}. \quad \ldots \ldots \quad 50)$$

Ferner sind noch zwei Punkte F_1 und F_2 auf der Linsenachse ausgezeichnet; sie liegen beide in dem Abstande f vom optischen Mittelpunkte O der Linse nach zwei verschiedenen Seiten, man bezeichnet sie als Brennpunkte, ihren Abstand f vom optischen Mittelpunkt als Brennweite der Linse. In ihnen vereinigen sich die auf die Linse auf der einen Seite parallel zur Linsenachse auffallenden Strahlen, oder umgekehrt, wenn von ihnen ausgehend Lichtstrahlen auf die Linse fallen, so verlassen sie die Linse auf der entgegengesetzten Seite parallel der Linsenachse.

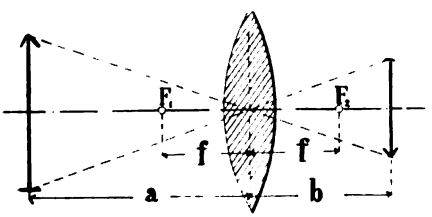


Fig. 93.

Jede Linse erzeugt nun von einem Gegenstande ein Bild, und zwar ist, wenn a die Entfernung des Gegenstandes, b die Entfernung des Bildes vom optischen Mittelpunkt der Linse bezeichnet (Fig 93):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \ldots \quad 51)$$

und hieraus der Abstand b des Bildes vom optischen Mittelpunkt der Linse:

$$b = \frac{a \cdot f}{a - f}. \quad \ldots \ldots \quad 52)$$

Bezeichnet ferner G die Grösse des Gegenstandes, g die Grösse seines von der Linse erzeugten Bildes, so gilt noch die Beziehung:

$$g = \frac{f}{a - f} \cdot G. \quad \ldots \ldots \quad 53)$$

Im besonderen ergiebt sich aus diesen Gleichungen:

für:	$a = \infty$	wird $b = f$	$g = 0$
	$a = 3f$	„ $b = {}^3/_2 f$	$g = {}^1/_2 G$
	$a = 2f$	„ $b = 2f$	$g = G$
	$a = f$	„ $b = \infty$	$g = \infty$
	$a = {}^3/_4 f$	„ $b = -3f$	$g = -4G$
	$a = {}^1/_2 f$	„ $b = -f$	$g = -2G$
	$a = {}^1/_4 f$	„ $b = -{}^1/_3 f$	$g = -{}^3/_4 G.$

Das negative Vorzeichen bei b in den letzten drei Fällen bezeichnet, dass Bild und Gegenstand auf derselben Seite der Linse liegen; bei g, dass das erzeugte Bild aufrecht steht, während positive b angeben, dass Bild und Gegenstand auf verschiedenen Seiten der Linse liegen, und positive g ein umgekehrtes Bild darstellen.

Ausserhalb der Brennweite der Linse liegende Gegenstände werden also verkleinert und umgekehrt; innerhalb der Brennweite gelegene dagegen, vergrössert und aufrecht durch die Linse abgebildet.

Das Gesagte gilt nur für sogenannte Centralstrahlen, die in der Nähe der Achse auffallen, während die sogenannten Randstrahlen, die in der Nähe des Randes die Linse treffen, sich nicht genau im Brennpunkte vereinigen, sondern einen Abweichungsraum bilden, der auch Verzerrungen mit sich bringt und der in der Kugelgestalt der Linsen begründet ist. Ebenso zeigen sich noch durch die Brechung farbige Erscheinungen, die in der verschiedenen Brechbarkeit der verschiedenfarbigen Lichtstrahlen ihren Grund haben.

Zur Vermeidung der störenden Farbenwirkung wendet man meist an Stelle der einfachen Linsen sogenannte achromatische an, die aus zwei eng aneinander gestellten Linsen aus verschieden brechbarem Glase hergestellt sind und bei denen die Farbenwirkung fast gänzlich aufgehoben ist.

Erscheint dem menschlichen Auge ein naher Gegenstand zu klein, oder ist ein Objekt sehr weit entfernt, so bewaffnet man das Auge entweder mit einer Lupe oder einem Mikroskope für den ersten, mit einem Fernrohr für den zweiten Fall.

Lupen.

Diese treten hauptsächlich als Ablesehilfsmittel für Theilungen auf, die an sich mit dem Auge betrachtet, zu fein erscheinen würden, um noch genaue Ablesungen vornehmen zu können. Bei ihnen liegt der zu betrachtende Gegenstand innerhalb der Brennweite der betreffenden Linse oder der Linsenverbindung, sodass also ein vergrössertes Bild erzeugt wird.

Die Wirkungsweise der einfachen Lupe ist folgende (Fig. 94). Von dem innerhalb der Brennweite f der Linse mit dem optischen Mittelpunkt O befindlichen Gegenstand von der Grösse G, der sich im Abstand a von O oder c vom Brennpunkte nach der Linse zu befindet, wird das vergrösserte und aufrechte Bild von der Grösse g im Abstande b vom optischen Mittelpunkt der Linse erzeugt. Damit dasselbe von dem in A befindlichen, vom optischen Mittelpunkt O der Linse im Abstand d stehenden Auge scharf gesehen werde, muss die Entfernung A g gleich der deutlichen Sehweite s des Beobachters, die für verschiedene Augen verschieden ist, sein. Das Verhältniss $\frac{g}{G}$ nennt man die Vergrösserung v der Lupe, und es ergiebt sich für dieselbe:

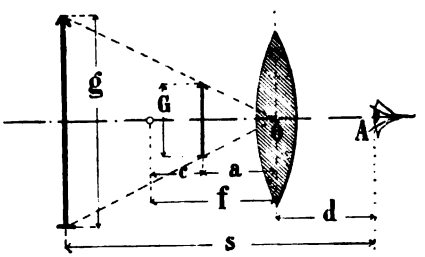


Fig. 94.

$$v = \frac{s - d}{f} + 1 \quad \ldots \ldots \quad 54a)$$

Wählt man, wie dies oft geschieht $d = f$, so wird:

$$v = \frac{s}{f}, \quad \ldots \ldots \quad 54)$$

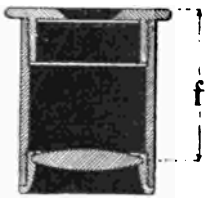


Fig. 95.

welche Einrichtung man als Wilsonsche Lupe bezeichnet (Fig. 95). Macht man dagegen $d = 0$, bringt man also die Linse direkt an das Auge, so wird:

$$v = \frac{s}{f} + 1,$$

also noch etwas grösser.

Aus Gleichung 54 ist übrigens ersichtlich, dass die Vergrösserung um so stärker wird, je kleiner die Brennweite f ist; es hat dies jedoch insofern seine Grenzen, als Linsen mit sehr kleiner Brennweite nur einen sehr kleinen Raum zu übersehen gestatten und eine sehr starke Beleuchtung des Gegenstandes verlangen. Man lässt auch manchmal die Lupen aus zwei Sammellinsen bestehen, um ein grösseres Gesichtsfeld und weniger Verzerrung zu erhalten.

Da die deutliche Sehweite für verschiedene Augen eine verschiedene Grösse hat, so ist es nothwendig, dass die ganze Lupe in ihrer Längsrichtung etwas verschiebbar ist, sie befindet sich meist in einem aufgeschnittenen Metallcylinder als Halter, der so federt, dass wohl eine Verschiebung möglich ist, die Lupe aber trotzdem an jeder Stelle stehen bleibt. Weil die meisten Ablesungslupen einfache Linsen enthalten und deswegen eine starke Verzerrung der Theilstriche herbeiführen, ist es bei der Ablesung nothwendig, die abzulesenden Striche in die Mitte des Gesichtsfeldes zu bringen, worunter man den Raum versteht, der mit der Lupe auf einmal übersehen werden kann.

Mikroskope.

Für das Mikroskop, welches für stärkere Vergrösserungen dient, sind zwei Linsen oder Linsensysteme vorhanden; von der dem Gegenstand zugekehrten — der Objektivlinse — wird ein vergrössertes umgekehrtes Bild vom Gegenstand erzeugt, welches nochmals durch die dem Auge zugewendete Linse — die Okularlinse — vergrössert wird. Bei den geodätischen Instrumenten dienen die Mikroskope meist ebenfalls als Ablesungsvorrichtungen an Theilungen. Es sind besonders zwei Arten gebräuchlich, das Schätzmikroskop und das Schraubenmikroskop.

Das Schätzmikroskop.

Das Schätzmikroskop hat etwa den Querschnitt Fig. 96. Im Hauptrohre, welches vom Mikroskophalter federnd umschlossen wird, sind in der Längsachse beweglich das Okularsystem und das Objektivsystem angeordnet. An der Stelle im Hauptrohre, an der vom Objektiv das vergrösserte Bild des betrachteten Gegenstandes erzeugt wird, befindet sich ein Blendring mit

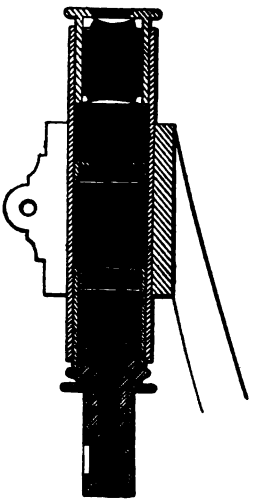


Fig. 96.

einer kreisförmigen Oeffnung, die mit einer getheilten Glasplatte überdeckt ist, die übrigen Blenden dienen zur Abhaltung von Randstrahlen. Die Theilung im Mikroskop ist so bemessen, dass das durch das Objektiv vergrösserte Intervall in eine gewisse Anzahl von Theilen zerlegt wird, meist 10 oder 20. Der eine Endstrich der Mikroskoptheilung ist länger als die anderen und bezeichnet die Stelle, bis zu welcher abzulesen ist. (Fig. 97.) Im Gesichtsfelde sieht man nun gleichzeitig die stark vergrösserte abzulesende Haupttheilung und die aus feinen Strichen bestehende Mikroskoptheilung. Da bei dieser verschiedenen Stärke der Striche die Ablesung erschwert wird, so lässt man die Haupttheilungsstriche in feine Spitzen auslaufen. Die Ablesung mit diesen Schätzmikroskopen ist sehr einfach und geht schnell von statten. In der Figur 97 ist das Gesichtsfeld dargestellt, die starken Striche sind die der Haupttheilung, die von $^1/_6{}^0$ zu $^1/_6{}^0$ fortschreitet und deren ganze Gradstriche von Grad zu Grad fortlaufend beziffert sind und im Gesichtsfeld sichtbar werden. Das Intervall der Mikroskoptheilung ist so bemessen, dass seine Grösse gleich dem $^1/_6{}^0$-Intervall der Haupttheilung erscheint, also hier 10′ entspricht, welches durch Theilung in 10 Theile einzelne Minuten und durch Schätzung noch Zehntel derselben abzulesen gestattet. In der Figur 97 kommt zur Ablesung 5° 30′ an der Haupttheilung noch das Intervall hinzu, welches zwischen dem Indexstrich der Mikroskoptheilung und dem 5° 30′ — Strich liegt, was hier 6,9 ergiebt, daher ist die Ablesung im vorliegenden Falle 5° 36′,9.

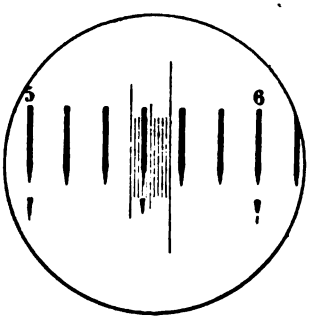


Fig. 97.

Es kommt auch die Einrichtung vor, dass das Hauptintervall $^1/_3{}^0$ ist (Fig. 98), das Mikroskopintervall aber auch nur 10 Teile enthält; dann ergeben die Ablesungen Doppelminuten, bezw. Doppelzehntelminuten. Man rechnet dann am besten jedes Hauptintervall ebenfalls 10 Doppelminuten, sodass der Grad deren 30 enthält. Die Verwandlung der Doppelminuten in einfache ist meist nicht nöthig, da gewöhnlich, besonders bei Kreistheilungen, zwei Mikroskope abzulesen und aus diesen beiden die Mittel zu nehmen sind, welche sich in diesem Falle einfach

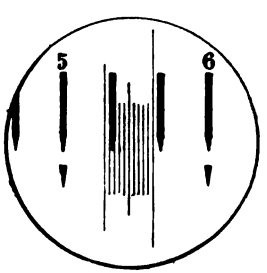


Fig. 98.

als Summe der beiden Doppelminutenablesungen ergeben. Ist z. B. die Ablesung:

		Doppel-Minuten		Einfache Minuten	
am Mikroskop	I	310° 15,4	=	310° 30,8	Mittel 310° 31',2
„ „	II	15,8	=	31,6	
so ist:	Summe	310° 31',2			

Das Schraubenmikroskop.

Das Schraubenmikroskop unterscheidet sich vom Schätzmikroskop dadurch, dass an der Stelle, wo das Bild vom Objektiv erzeugt wird, nicht eine feine Theilung vorhanden ist, sondern eine Messschraube, mit Hilfe deren ein paar feine parallele Fäden bewegt werden können. Der Abstand der Doppelfäden ist etwas grösser als die scheinbare Dicke der Haupttheilstriche, so dass man die Mitte der Doppelfäden mit der Mitte des Haupttheilstriches zur Deckung bringen kann. Die Schraubenganghöhe wird so berechnet, dass entweder eine oder mehrere Umdrehungen der Schraube nothwendig sind, um die Fäden von einem Theilstrich zum andern zu bringen.

Die Theilung der Trommel wird entsprechend beziffert, sodass man meist Sekunden oder deren Bruchtheile mit Hilfe der Trommel am Index ablesen kann. Ist z. B. die Haupttheilung von 10' zu 10' durchgeführt und werden die Doppelfäden durch eine einzige Trommelumdrehung von einem Theilstrich zum andern bewegt, so haben sich die Fäden bei einer Schraubenumdrehung um 10' weiter bebewegt, die Trommel ist infolgedessen erst in 10 grössere Intervalle, die einzelnen Minuten entsprechen und meist durch stärkere Zahlen hervorgehoben sind, und die Minutenabtheilungen dann in kleinere Theile zerlegt, die Sekunden zu schätzen gestatten.

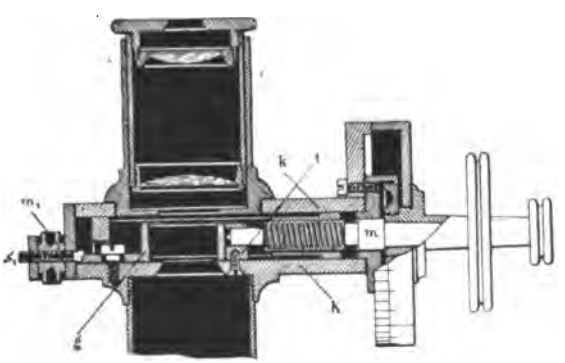


Fig. 99.

Die innere Einrichtung ist aus den Figuren 99 und 100 ersichtlich, das Mikroskop unterscheidet sich vom Schätzmikroskop nur durch den Mikrometerkasten, in dem sich die Messschraube befindet. In einem rechteckigen Kasten, dessen Rahmen im nebenstehenden Querschnitt mit k bezeichnet ist, befindet sich ein durchbrochener Schlitten s, der einmal die Doppelfäden trägt, und mittels der mit Trommel versehenen Messschraube m, die auf der einen Seite im Mikrometerkasten geführt wird und die ihre Mutter im durchbrochenen Schlitten hat, hin und her bewegt werden kann. Zur Vermeidung todten Ganges, und um die Messschraube immer in

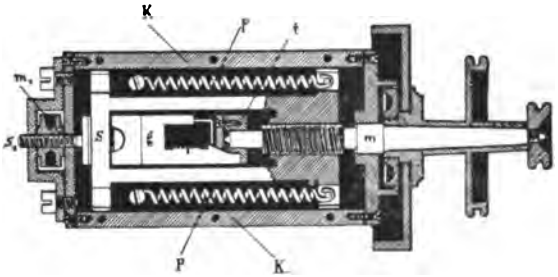


Fig. 100.

ihrer Lage zu halten, sind die beiden Spiralfedern p im Kasten einerseits durch Schrauben und andrerseits im Schlitten befestigt. Das andre Ende der Messschraube ist in einem auf den Boden des Mikrometerkastens angeschraubten Metallstück t gelagert. Der innere Raum des Schlittens zwischen diesem Metallstück, und dem in der Figur linken Ende des Schlittens wird theilweise ausgefüllt durch ein zweimal rechtwinklich gebogenes Metallstück g, welches bis nahe an die Doppelfäden heranreicht und einen Ausschnitt mit dem Index für die Ablesung trägt. Das Metallstück g ist am Ende mit einer Schraube versehen und kann mit Hilfe der Mutter m_1 in der Richtung der Messschraubenachse etwas bewegt werden. Durch Verstellung der Mutter m_1 kann man es dahin bringen, dass bei der Einstellung der Trommel auf 0 ihrer Theilung die Doppelfäden sich in der Mitte des Index befinden. Der Ausschnitt im Metallstück g liefert die Begrenzung des Gesichtsfeldes, in dem der Index hervortritt. Dieser ist für den Fall, dass eine einzige Umdrehung ausreicht, die Fäden von einem Theilstrich zum anderen zu bewegen, ein einfacher Ausschnitt oder eine Ausbuchtung der zu den Theilstrichen des Kreises senkrechten Begrenzung des Gesichtsfeldes (Fig. 101). Sind dagegen mehrere Umdrehungen der Messschraube nothwendig, um die Fäden von einem Theilstrich zum andern zu führen, so muss eine besondere Vorrichtung im Gesichtsfeld angebracht werden, die einmal den Index unzweideutig angiebt und andrerseits gestattet, die einzelnen Umdrehungen zu zählen, bezw. zu übersehen. Dies wird erreicht durch den sog. Rechen, (Fig. 102) mit den durch die Umdrehung der Schraube bedingten Zähnen; der Abstand der Zahnmitten oder der Zahnlücken entspricht dann der Ganghöhe der Schraube, sodass eine Schraubenumdrehung etwa die Fäden von einer Zahnlücke zur anderen führt. Die Indexzahnlücke ist durch tiefere Einbuchtung oder auf andere Weise besonders hervorgehoben.

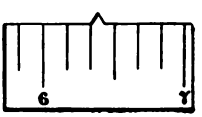


Fig. 101.

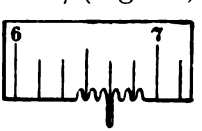


Fig. 102.

Da die Trommel der Schraube Null zeigt, wenn die Doppelfäden sich im Index befinden, und die Bezifferung der Trommel so eingerichtet ist, dass bei einer Drehung der Schraube entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung die Zahlen wachsen, so wird z. B.

nach der Einstellung des Haupttheilstriches links vom Index mit den Doppelfäden an der Trommel ohne weiteres der Theil x abgelesen, der zum Werthe des vom Index links liegenden Theilstriches zu addiren ist, bei Mikroskopen mit mehreren Umdrehungen unter Berücksichtigung der vollen durchlaufenen Umdrehungen, um die endgiltige Ablesung zu erhalten. Da andererseits die Mikroskope so abgestimmt sein sollen, dass gerade eine oder mehrere Umdrehungen der Schraube die Fäden von einem Theilstrich zum andern führen, so ist klar, dass es im Allgemeinen gleichgiltig ist, welchen Theilstrich man mit den Doppelfäden einstellt, bezw. ob von rechts oder von links her. Zur Unschädlichmachung des todten Ganges der Schraube stellt man jedoch die Theilstriche immer in einer bestimmten Richtung ein, hat man zufällig die Fäden zu weit geführt, so dreht man die Schraube erst wieder ein Stück rückwärts und stellt von Neuem ein. Ebenso ist ersichtlich, dass die Stellung der Trommel auf Null vor der Einstellung des Theilstriches völlig überflüssig ist. Oft liest man auch den Strich links und rechts vom Index ab, beide Ablesungen unterscheiden sich denn immer um sehr geringe Beträge, aus denen man übrigens eine Verbesserung der Schraubenablesungen ableiten kann; für viele Messungen reicht es aus, das Mittel aus beiden Trommelablesungen zu bilden.

Sind mehrere, etwa zwei Umdrehungen nothwendig, um die Fäden von einem Theilstrich zum andern zu führen, so entscheidet, wie schon angegeben, der Rechen im Gesichtsfeld darüber, ob die an der Trommel gemachte Ablesung ohne weiteres gilt, oder ob zu dieser Ablesung noch der Werth einer ganzen Trommelumdrehung hinzuzufügen ist. Steht nämlich der Haupttheilstrich links vom Index im ersten Zahne des Rechens, so gilt, da dem Abstande einer Zahnlücke von der andern eine volle Umdrehung der Schraube entspricht, ohne weiteres die an der Trommel gemachte Ablesung; steht dagegen der Theilstrich links vom Index im zweiten Zahne, so kommt zur Trommelablesung noch der Werth einer ganzen Umdrehung der Messschraube hinzu. Nimmt man z. B. in Figur 103 an, die Haupttheilung schreite von 10′ zu 10′ weiter, die Trommel der Messschraube muss aber zwei Umdrehungen ausführen, um die Fäden von einem Theilstrich zu führen, so ist der Umfang zunächst in 5 grössere Theile getheilt und entsprechend beziffert, die einzelnen Minuten entsprechen, und diese dann wieder in Unterabtheilungen zur Ablesung von Sekunden. Würde also hier noch etwa 3′ 35″ an der Trommel abgelesen werden, der Theilstrich aber links vom Index im zweiten Zahne des Rechens stehen, so ist zu 3′ 35″ noch eine volle Umdrehung = 5′ 0″ zu addiren, welcher Werth alsdann mit 1° 30′ verbunden, die schliessliche Ablesung 1° 38′ 35″ ergiebt.

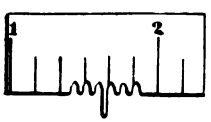


Fig. 103.

Die Ablesungen am Schraubenmikroskop gehen etwas langsamer vor sich als am Schätzmikroskop, sie sind aber genauer, sie

setzen eine sehr gleichmässig ausgeführte Drehung der Messschraube voraus, die aber bald erlernt ist.

Sowohl beim Schätzmikroskop als auch beim Schraubenmikroskop soll nun die Lage der Linsen gegeneinander, gegen die Mikroskoptheilung oder gegen die Doppelfäden und gegen die Haupttheilung eine solche sein, dass das Intervall der Mikroskoptheilung oder der Abstand der Doppelfädenmitten, bei einer gewissen Anzahl von Umdrehungen der Schraube durchlaufen, genau dieselbe Grösse hat, als einem Intervall der Haupttheilung entspricht. Ist dies nicht der Fall, so muss eine Verstellung der Linsen gegeneinander, gegen die Mikroskoptheilung und gegen die Haupttheilung möglich sein, was in der Figur 96 auch ersichtlich ist. Die Berichtigung geht dann aus der folgenden Betrachtung hervor, (Fig. 104) wobei der Einfachheit halber ein Schätzmikroskop mit den beiden Endstrichen abgestimmt werden soll. In nebenstehender Figur seien T_1 und T_2 die beiden Haupttheilstriche, von denen das hier zunächst nur in Frage kommende Objektiv O die beiden Bilder t_1 und t_2 erzeugt, die in Ebene der Mikroskoptheilung liegen mögen. Der Abstand $t_1 t_2$ soll nun gleich dem Abstand $\tau_1 \tau_2$ der beiden äussersten Striche der Mikroskoptheilung sein. Dies möge nicht der Fall sein, sondern es erscheine der Abstand $\tau_1 \tau_2$ grösser als $t_1 t_2$, es muss daher das Bild $t_1 t_2$ grösser gemacht werden, und dies kann, da die Theilung im allgemeinen feststeht, nur dadurch geschehen, dass man das ganze Mikroskop der Theilung nähert. Hierbei mögen das Objektiv nach O_1 und die Mikroskoptheilung nach τ'_1 und τ'_2 kommen, bei dieser Verschiebung wird nun einmal das Bild $t'_1 t'_2$ von T_1 und T_2 erzeugt, welches grösser ist als $t_1 t_2$ und vom Objektiv auch entfernter liegt als $t_1 t_2$, die Grösse des Bildes $\tau_1 \tau_2$ wird durch diese Bewegung nicht geändert, es ist also $\tau'_1 \tau'_2 = \tau_1 \tau_2$ geblieben, es liegt aber die Mikroskoptheilung jetzt nicht mehr in der Ebene, in der vom Objektiv das Bild erzeugt wird, sondern näher an dem Objektive, es muss daher die Blende mit der Mikroskoptheilung vom Objektive entfernt werden. Erscheint dagegen das Bild der Haupttheilung grösser, als das Intervall der Mikroskoptheilung, so ist das ganze Mikroskop zuerst von der Theilung zu entfernen und nachher die Mikroskoptheilung dem Objektiv zu nähern, bis Uebereinstimmung in den beiden Intervallen vorhanden ist. Da nun ausserdem die schliesslich zusammenfallenden Bilder $t'_1 t'_2$ und $\tau'_1 \tau'_2$ sich in der deutlichen Seh-

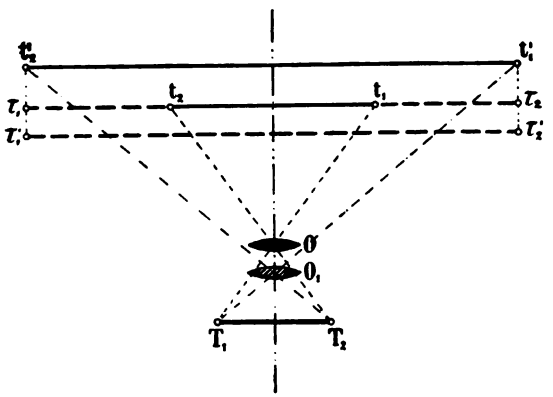


Fig. 104.

weite des Beobachters befinden müssen, die Sehweiten aber für verschiedene Beobachter verschieden sind, so muss auch das Ocular gegenüber der Mikroskoptheilung verstellbar sein.

Dasselbe Verfahren ist beim Schraubenmikroskop anzuwenden, nur treten dort an die Stelle der beiden äussersten Mikroskoptheilstriche beim Schätzmikroskop die Stellung des beweglichen Doppelfadens vor und nach der entsprechenden Anzahl von Umdrehungen der Messschraube.

Der Längsschnitt (s. Fig. 96) zeigt die Einrichtungen, durch welche die einzelnen für die Berichtigung der Mikroskope nöthigen Bewegungen ermöglicht werden; beim Schätzmikroskop steht der Blendring mit der Theilung fest, es können aber sowohl das Objektiv als auch das Okular in ihrer Stellung gegen die Theilung geändert werden; beim Schraubenmikroskop kann die Lage beider Linsensysteme gegen die Mikrometerkammer variirt werden. Durch Anziehen der pressenden Halterringe werden die einzelnen Mikroskoptheile miteinander in feste Verbindung gebracht.

Die Berichtigung der Mikroskope in der angegebenen Weise ist eine ziemlich umständliche und zeitraubende Arbeit, da sie sehr peinlich ausgeführt werden muss; es hält sich aber die Berichtigung meist sehr lange, sodass sie nur sehr selten ausgeführt zu werden braucht.

Das Fernrohr.

Das Fernrohr hat den Zweck, von Gegenständen, die vom freien Auge zu weit entfernt sind, als dass man sie deutlich genug sehen könnte, ein vergrössertes, also näher und infolgedessen auch schärfer erscheinendes Bild zu erzeugen.

In seiner einfachsten Gestalt besteht das Fernrohr aus zwei Linsen, die dem Gegenstand zugewendete heisst Objektivlinse, die dem Auge zugelegene Okularlinse. Die erste erzeugt von dem entfernten Gegenstand ein umgekehrtes, verkleinertes Bild, welches durch die Okularlinse entsprechend vergrössert wird. Die Objektivlinse ist stets eine Sammellinse, die Okularlinse kann eine Zerstreuungs- oder eine Sammellinse sein und man unterscheidet hiernach das holländische oder Gallilei'sche und das Kepler'sche Fernrohr.

Beim holländischen oder Galilei'schen Fernrohrwürde die Objektivlinse O_1, wenn sie allein vorhanden wäre, das Bild m n des Gegenstandes M N geben, (Fig. 105) dieses Bild kommt aber gar nicht zu Stande, sondern tritt gleichsam als Gegenstand für die Zerstreuungslinse O_2 auf, durch die es vergrössert in m_1 n_1 erscheint. Das Bild ist also aufrecht.

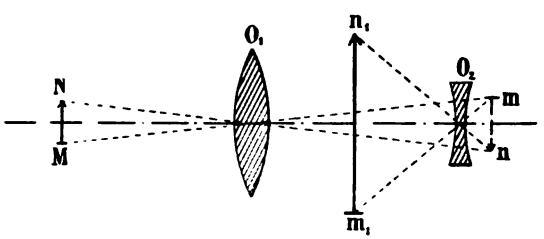


Fig. 105.

Das holländische Fernrohr ist für geodätische Zwecke insofern nicht zu gebrauchen, als sich in demselben kein Fadenkreuz anbringen lässt. Es ist vielfach in Anwendung als sogenanntes Opernglas.

Für Messfernrohre benutzt man stets das Keplersche Fernrohr, bei dem nur Sammellinsen vorhanden sind; je nachdem nun das erzeugte Bild verkehrt oder aufrecht erscheint, unterscheidet man astronomische und terrestrische Fernrohre.

Das astronomische Fernrohr hat in seiner einfachsten Gestalt folgende Zusammenstellung und Wirkungsweise (Fig. 106). Das Objektiv O_1 erzeugt vom Gegenstand M N ein umgekehrtes Bild m n, welches durch die Okularlinse O_2 in m_1 n_1 vergrössert wird und umgekehrt erscheint.

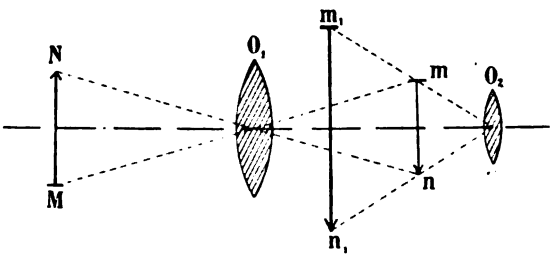


Fig: 106.

Beim terrestrischen Fernrohr (Fig. 107) sind 3 Linsen vorhanden, die Objektivlinse O_1 erzeugt das umgekehrte Bild m n des Gegenstandes M N, welches durch die zweite Linse O_2 in m_1 n_1 wieder umgekehrt wird, und durch die Okularlinse O_3 in m_2 n_2 vergrössert und aufrecht erscheint.

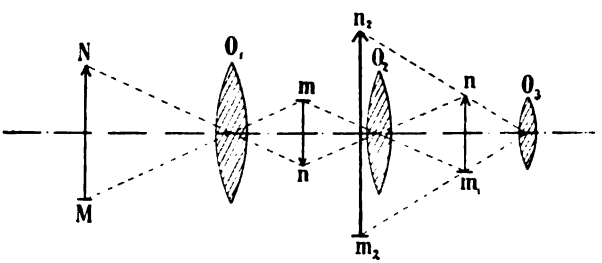


Fig. 107.

Da durch die Brechung des Lichtes in den Linsen Helligkeitsverluste entstehen, so ist ersichtlich, dass unter gleichen Umständen ein astronomisches Fernrohr eine grössere Helligkeit liefert als ein terrestrisches, da es weniger Linsen enthält.

Um die optische Wirkung der Fernrohre zu erhöhen, stellt man die Objektive meist achromatisch her, um die Farbenwirkung aufzuheben; ferner schaltet man noch sogenannte Kollektivlinsen ein, die den Zweck haben, schärfere Bilder zu erzeugen, was dadurch erreicht wird, dass das vom Kollektiv erzeugte Bild näher an diesem liegt, als das vom Objektiv erzeugte von diesem entfernt ist, also schärfer und deutlicher ist.

Die Wirkungsweise eines astronomischen Fernrohrs mit Kollektivlinse ist die folgende (Fig. 108 Seite 62.) Das Objektiv O_1 würde für sich allein das umgekehrte Bild m n erzeugen, durch Einschaltung der Kollektivlinie C wird aber das dieser näher liegende Bild m_1 n_1 erzeugt, welches nun durch das Okular O_2 in m_2 n_2 vergrössert wird und umgekehrt ist.

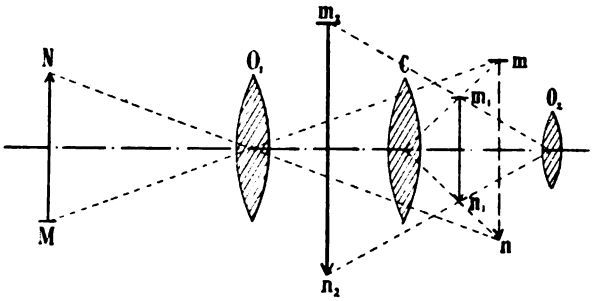


Fig. 108.

Da nach Gleichung 52 für verschieden weit entfernte Gegenstände auch das erzeugte Bild verschiedene Entfernung von der Objektivlinse besitzt, andrerseits sich aber das Bild immer in einer bestimmten Entfernung vom Okular befinden muss, um deutlich gesehen zu werden, so ist es nothwendig, die Entfernung zwischen Okular und Objektiv verändern zu können, was dadurch erreicht wird, dass sich das Okular in einem besonderen Rohre befindet, welches sich im Hauptrohre, das das Objektiv trägt, in seiner Längsrichtung verschieben lässt. Es ist daher die Länge l des Fernrohrs, unter der man den Abstand der Objektivlinse von der Okularlinse versteht, veränderlich. Sind f und f_1 die Brennweiten des Objektivs und des Okulars, so ist für einen unendlich entfernten Gegenstand die Länge l_0 des Fernrohrs:

$$l_0 = f + f_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 55)$$

Dies ist der kürzeste, beim Gebrauch des Fernrohrs vorkommende Abstand zwischen Okular und Objektiv. Kann dieser Abstand bei manchen Fernrohren durch das Verstellen des Okularrohrs noch kürzer gemacht werden, so ist dies entweder überflüssig, oder aus dem Grunde geschehen, um das Fernrohr durchschlagen zu können.

Zielt man ferner einen Gegenstand in der Entfernung a vom Objektiv an, so ist nach Gleichung 52 die Länge l_a des Fernrohrs

$$l_a = \frac{a\,f}{a-f} + f_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 56)$$

Die Grösse der Verschiebung des Okulars, die hierbei ausgeführt worden ist, also die Grösse $l_a - l_0$, nennt man den Auszug A der Okularröhre; derselbe berechnet sich zu:

$$A = l_a - l_0 = \frac{f^2}{a-f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 57)$$

Für markscheiderische Instrumente ist es wegen der häufig vorkommenden kurzen Zielweiten zweckmässig, bei einem gegebenen Instrumente den Auszug A gross zu machen. Soll z. B. mit einem Theodoliten, dessen Objektivbrennweite 25 cm beträgt, noch auf eine Entfernung von 1,5 m gezielt werden, so berechnet sich:

$$A = \frac{0{,}25^2}{1{,}50 - 0{,}25} \text{ Meter} = 50 \text{ mm}.$$

Die in den Fernrohren erzeugten Bilder sind um so deutlicher und schärfer, je mehr die Linsen den theoretischen Anforderungen entsprechen, man benutzt infolgedessen meist Linsenkombinationen, bei denen die sphärische und chromatische Abweichung möglichst beseitigt ist. Ausserdem sind die schädlich wirkenden Seitenstrahlen möglichst abzuhalten, was dadurch erreicht wird, dass das Innere des Fernrohres matt geschwärzt ist und sich in ihm eine Reihe von Blenden befinden, deren Oeffnungen nach dem Okulare zu kleiner werden.

Man untersucht die Deutlichkeit eines Fernrohrs dadurch, dass man das Fernrohr etwa nach einem bekannten Doppelstern richtet, der entsprechend dem Abstande seiner beiden Sterne bei einer gewissen Vergrösserungsgrenze noch getrennt erscheinen muss. Oder man zielt mit dem Fernrohre eine weisse Tafel an, auf welcher regelmässige schwarze Figuren von verschiedener Grösse in scharfer Begrenzung aufgezeichnet sind; alsdann müssen diese Figuren auch im Fernrohre, und zwar sowohl in der Mitte als auch am Rande des mit dem Fernrohr zu übersehenden Raumes regelmässig und unverzerrt erscheinen, es dürfen ausserdem auch keine stark bunten Ränder vorhanden sein.

Was die Vergrösserung eines Fernrohres anlangt, so ist dieselbe bekanntlich das Verhältniss des Durchmessers eines vom Fernrohr auf der Netzhaut erzeugten Bildes zu dem Durchmesser des Bildes, welches durch Sehen mit blossem Auge auf der Netzhaut hervorgerufen wird.

Die Vergrösserung v selbst ist:

$$v = \frac{f}{f_1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 58)$$

worin f die Brennweite des Objektives, f_1 die des Okulars bezeichnet, welche Gleichung allerdings nur angenähert richtig ist, da die Vergrösserung auch von der Entfernung eines Gegenstandes vom Objektiv und von der deutlichen Sehweite des Beobachters abhängig ist.

Aus der Gleichung 58 geht hervor, dass die Vergrösserung um so stärker wird, je grösser die Brennweite des Objektives gegenüber der des Okulares ist.

Zur Bestimmung der Vergrösserung hat man mehrere Methoden. Die einfachste und auch unsicherte besteht darin, dass man das Fernrohr nach einer gleichmässig getheilten Latte richtet und diese scharf einstellt. Sieht man alsdann mit dem einen Auge durch das Fernrohr und mit dem andern direkt nach der Latte, so kann man es durch eine seitliche Drehung des Fernrohrs dahin bringen, dass beide Bilder scheinbar übereinander liegen. Man braucht dann nur nachzusehen, wieviele von den mit blossem Auge gesehenen Intervallen von einem mit dem Fernrohr gesehenen gedeckt werden, die gefundene Zahl giebt dann die angenäherte Vergrösserung.

Ein zweites Verfahren, von Valz herrührend, besteht darin, dass man das auf unendlich eingestellte Fernrohr nach der Sonne

richtet, das auf der Okularseite entstehende Sonnenbild auf einem Schirmchen auffängt und den Durchmesser δ dieses Sonnenbildchens, sowie seinen Abstand e von der Okularlinse misst. Ist d der Sonnendurchmesser, so ergiebt sich die Vergrösserung:

$$v = \frac{\delta}{e} . \cot d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 59)$$

Der Sonnendurchmesser d ist nahezu konstant und gleich 32' 0", mithin ist dann:

$$v = 107{,}4 . \frac{\delta}{e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 60)$$

Das dritte Verfahren ist von Ramsden angegeben; man stellt dazu das Fernrohr ebenfalls auf unendlich, und richtet es nach dem freien Himmel, nachdem man vorher das Objektiv mit einem dunklen Papier bedeckt hat, welches einen rechteckigen oder kreisrunden Ausschnitt von bekannnter Grösse hat. Misst man nun die Grösse des Bildes, welches hierbei durch das Fernrohr auf der Okularseite erzeugt wird, etwa mit einem Mikroskop mit $^1/_{100}$ Millimeter-Theilung, so ergiebt der Quotient beider Maasse ohne weiteres die Vergrösserung. So war z. B. in einem Falle die lange Seite des rechteckigen Ausschnittes in dem das Objektiv bedeckenden Papiere gleich 10 mm, ihr Bild auf der Okularseite fand sich zu 0,4 mm, demnach ist die Vergrösserung:

$$v = \frac{10}{0{,}4} = 25.$$

Das letzte Verfahren ist jedenfalls das schärfste und nicht schwierig auszuführen. Im allgemeinen reicht aber das zuerst angegebene für die meisten Fälle aus, da es gewöhnlich nur auf die ungefähre Bestimmung der Vergrösserung ankommt; man hat meist Interesse daran zu erfahren, ob das Fernrohr etwa 10mal oder 40mal vergrössert, weniger aber daran, ob etwa 21 oder 22mal.

Die Fernrohre sollen ein grosses Gesichtsfeld besitzen, man versteht darunter den kegelförmigen Raum, den man mit dem Fernrohre mit einem Male übersehen kann; das Maass für das Gesichtsfeld ist der Winkel, unter welchem man denselben Raum mit freiem Auge überblicken würde, den man mit dem Fernrohr übersehen kann. Die Grösse des Gesichtsfeldes ist der Vergrösserung umgekehrt proportional, je stärker also die Vergrösserung, um so kleiner das Gesichtsfeld.

Man bestimmt die Grösse des Gesichtsfeldes, indem man eine getheilte Latte in einer gewissen Entfernung D vom Objektive des zu untersuchenden Fernrohrs aufstellt und zusieht, wie gross der innerhalb des Fernrohrs sichtbare Theil l der Latte ist; dann ist das Gesichtsfeld α bestimmt durch die Gleichung:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2 . D}, \text{ oder da } \alpha \text{ klein ist: } \alpha'' = \varrho'' \frac{l}{D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 61)$$

In einem gegebenen Falle war z. B. $l = 0{,}52\,m$, $D = 20{,}0\,m$, mithin:

$$\alpha = 5400'' = 1^0\,30'.$$

Man kann auch so verfahren, dass man in einer grossen Entfernung vom Fernrohre die Endpunkte des horizontalen Durchmessers des Gesichtsfeldes bezeichnet und dann mit dem Theodoliten den Winkel misst, unter dem die beiden Punkte vom Objektiv des zu untersuchenden Fernrohrs aus erscheinen.

Ferner soll das Fernrohr einen gewissen Grad von Helligkeit besitzen, die bedingt ist durch die Lichtstrahlen, die zur Erzeugung des Bildes auf der Netzhaut beitragen. Man unterscheidet natürliche und dioptrische Helligkeit, und zwar versteht man unter der natürlichen diejenige, unter welcher ein Gegenstand beim Sehen mit blossem Auge erscheint, unter der dioptrischen die, unter welcher der Gegenstand sich durchs Fernrohr darstellt.

Setzt man die natürliche Helligkeit gleich 1, so wird infolge der Lichtschwächung beim Durchgang durch die Linsen die dioptrische Helligkeit kleiner als 1 sein. Die Helligkeit H eines Fernrohrs ist abhängig von der freien Oeffnung des Objektives, deren Halbmesser gleich r_1 sein möge, ferner von dem Halbmesser r_2 der Pupille und von der Vergrösserung v des Fernrohrs, und zwar ist:

$$H = \frac{{r_1}^2}{v^2 {r_2}^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 62)$$

Da der Pupillen-Durchmesser $2r_2$ wenig veränderlich ist, so ist die Helligkeit eines Fernrohres um so grösser, je grösser die freie Oeffnung des Objektivs und je geringer die Vergrösserung gewählt wird.

Der Lichtstrahl, welcher von einem leuchtenden oder beleuchteten Punkte ausgeht und ins Auge gelangt, heisst Sehstrahl und wird durch die Gerade dargestellt, welche durch den Kreuzungspunkt der Strahlen im Auge nach jenem Punkte verläuft. Geht der Sehstrahl durch zwei bestimmte Punkte, so heisst er Visur, Visirlinie oder Ziellinie, die Horizontalprojektion derselben Visir- oder Zielrichtung. Das Visiren oder Zielen nach einem Punkte besteht darin, diesen Punkt in eine Gerade zu bringen, die durch zwei an einem Instrument gegebene Punkte bestimmt ist.

Das einfachste Visirinstrument besteht aus einem Lineale mit zwei Stiften, welche die beiden Punkte darstellen. Besser ist die Bestimmung dieser Punkte durch den Schnittpunkt zweier zu einander senkrechten Fäden oder Rosshaare oder Drähte (Fig. 109), die in einen Rahmen befestigt sind. Hierbei tritt der Uebelstand

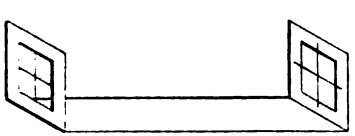


Fig. 109.

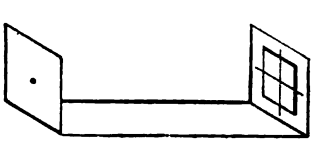


Fig. 110.

ein, dass bei einem Wanken des Auges auch ein Bewegen der Zielung eintritt, man ersetzt daher auch das eine Fadenkreuz durch eine Platte mit einer feinen Oeffnung (Fig. 110 s. Seite 65). Derartige Einrichtungen bezeichnet man als Absehen oder Diopter, die für untergeordnete Zwecke an einzelnen Instrumenten Verwendung finden.

Um ein Zielen in zwei entgegengesetzten Richtungen, also vorwärts und rückwärts, zu ermöglichen, ist in jeder Diopterplatte eine Oeffnung und ein Fadenkreuz angebracht, denen entsprechend ein Fadenkreuz und eine Oeffnung gegenüberstehen (Fig. 111). Für manche Zwecke hat das Diopter auch die Form Fig. 112 bis 115, die Reihe der Zielöffnungen wird auch manchmal durch schmale Spalte ersetzt, die aber weniger vortheilhaft ist.

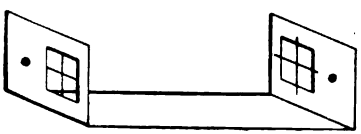


Fig. 111.

Die Diopter sind, wie bereits bemerkt, an manchen Instrumenten angebracht, um das Einstellen desselben in eine bestimmte Richtung bequemer ausführen zu können; sie haben aber meist den grossen Uebelstand, dass sich die beiden Abseher in sehr kurzer Entfernung von einander befinden, infolgedessen eine Akkomodation des Auges beim Zielen ziemlich schwierig ist und die Genauigkeit natürlich keine grosse sein kann.

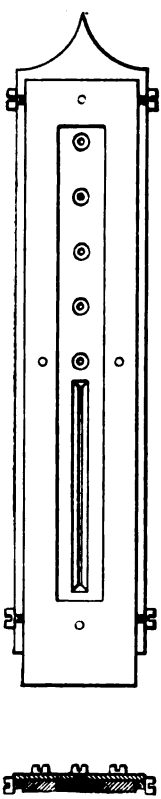


Fig. 112. 113.

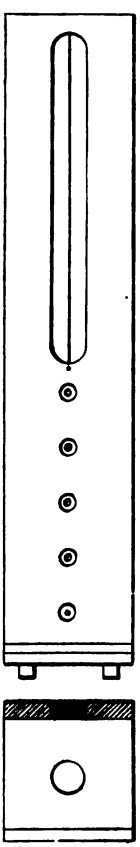


Fig. 114. 115.

Einen trefflichen Ersatz für die einfachen Abseher bilden die eben behandelten Fernrohre.

In der angedeuteten einfachen Gestalt ist nun ein Fernrohr noch nicht für die Zwecke des Geodäten und Markscheiders geeignet. Um Messungen damit ausführen zu können, ist es nothwendig, dass eine Linie des Fernrohrs in eine ganz bestimmte Richtung gebracht wird. Diese Linie des Fernrohrs, die sog. Zielachse, wird durch zwei Punkte dargestellt, deren einer der optische Mittelpunkt des Objektives und deren anderer das sog. Fadenkreuz oder Fadennetz bildet, welches sich an der Stelle des Okularrohres befindet, an der das von dem angezielten Gegenstand durch das Objektiv erzeugte Bild erscheint.

Die Fäden des Fadenkreuzes bestehen meist aus sehr feinen Spinnenfäden, die frisch und völlig rein sein

müssen, oder auch aus ganz feinen Platindrähten, die auf einem besonderen Blendring aufgebracht sind. Die Form der Fadenkreuze ist je nach der Verwendung des Fernrohrs verschieden, entweder ist, wie aus den folgenden Figuren ersichtlich ist, ein horizontaler und ein vertikaler Faden vorhanden, oder beides sind Doppelfäden, oder es sind mehrere Horizontalfäden vorhanden, oder wie bei astronomischen Instrumenten, Systeme von verschiedenen parallelen Fäden (Fig. 116 bis 122).

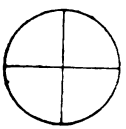


Fig. 116.

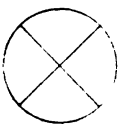


Fig. 117.

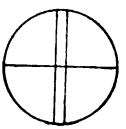


Fig. 118.

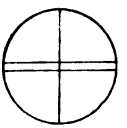


Fig. 119.

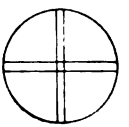


Fig. 120.

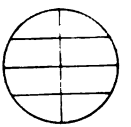


Fig. 121.

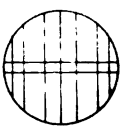


Fig. 122.

Einfache Fadenkreuze kann sich der Markscheider selbst aufziehen; man nimmt dazu einen feinen, frischgesponnenen Faden (nicht etwa einen aus einem Spinnennetz, am besten sind Fäden aus einem Spinnen-Kokon) auf eine Gabel aus Draht oder auf einen Zirkel, befestigt ihn durch Wachs oder durch Umwickeln an dieser, und spannt ihn nach vorhergehenden Anhauchen oder Anfeuchten mit Wasser vorsichtig an, damit er straff werde. Alsdann legt man ihn in die auf seinem Blendringe eingerissenen Linien und befestigt ihn mit einem Tröpfchen Klebwachs. Es ist darauf Rücksicht zu nehmen, dass der Faden die richtige Spannung besitzt, ist er nicht straff genug gespannt, so wird er bei feuchtem Wetter schlaff und wellig; bei zu grosser Spannung reisst er leicht in hoher Temperatur.

Dicht nebeneinander liegende Fäden oder zusammengesetztere Fadennetze kann man ohne besondere Hilfsmittel, wie sie dem Mechaniker zu Gebote stehen, nicht aufziehen.

Es kommen auch Fadenkreuze vor, die durch feine, in Glas mit dem Diamanten eingerissene Linien dargestellt werden, die aber den Uebelstand zeigen, dass sich auf diesem Glasplättchen sehr leicht kleine Wassertröpfchen niederschlagen, die sich dann in die eingerissenen Linien zusammenziehen und dadurch scheinbare Verdickungen und Knoten an den Fadenkreuzlinien bilden, die das genaue Anzielen eines Gegenstandes sehr erschweren, und die sehr schwer zu entfernen sind.

Da sich das Fadenkreuz, um mit dem angezielten Gegenstand gleichzeitig deutlich sichtbar zu sein, an der Stelle befinden muss, wo das Fernrohrobjektiv das Bild erzeugt; der Abstand des Bildes von der Objektivlinse aber je nach dem Abstande des Gegenstandes vom Objektive selbst wechselt, so muss sich das Fadenkreuz mit seinem Blendringe, wie schon angegeben, im Okularrohre verschieben lassen. Andererseits muss es, um vom Okular aus deutlich gesehen zu werden, in der deutlichen Sehweite des Beobachters angebracht sein; und da diese für verschiedene Beobachter verschieden ist, so muss das Fadenkreuz, wenn das Fernrohr von verschiedenen Beobachtern

benutzt werden soll, in der Längsrichtung des Fernrohrs verstellbar sein. Ausserdem ist es für die meisten Zwecke noch nothwendig, dass die Zielachse, die durch den optischen Mittelpunkt der Objektivlinse und durch den Fadenkreuzmittelpunkt dargestellt wird, in eine ganz bestimmte Lage zu einer andern Achse des Fernrohrs gebracht werden kann. Es ist daher nothwendig, das Fadenkreuz noch in zwei zu einander senkrechten Richtungen gegen die Zielachse selbst zu verstellen. Ausserdem muss auch noch eine genaue Vertikal- oder Horizontalstellung der Fäden möglich sein. In den Figuren 123 und 124 ist eine Einrichtung dargestellt, die diese angegebenen Bewegungen ermöglicht und gleichzeitig Schutz gegen eintretende Verunreinigung gewährt. Die die Fäden tragende Blende ist durch zwei Paare einander entgegen wirkender Schrauben in zwei zu einander senkrechten Richtungen verstellbar, in den Längsschlitzen im Okularrohre kann das ganze Fadenkreuz in der Längsachse des Fernrohres verschoben werden, und der über das Okularrohr gelegte Ring, durch den die Stellschrauben ohne Zwischenraum hindurch gehen, schützt das Innere. Die Verschiebung des Fadenkreuzes wird auch sehr zweckmässig jetzt dadurch ermöglicht, dass in den das Fadenkreuz tragenden Blendring eine Schraube mit Kopf eingesetzt ist, die sich in einen zur Längsachse des Fernrohrs schräg gestellten Schlitz bewegt. Mit dieser Einrichtung, die zuerst von Hildebrand in Freiberg ausgeführt worden ist, lässt sich eine sehr feine Verstellung ausführen (Fig. 125).

Fig. 123.

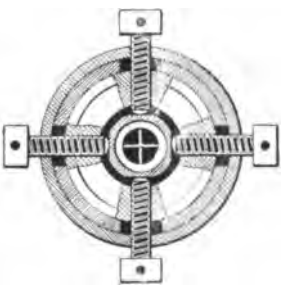


Fig. 124.

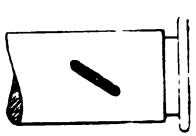


Fig. 125.

Wie bereits mehrfach angeführt, müssen das vom Objektiv erzeugte Bild und das Fadenkreuz in einer Ebene liegen; ist dies nicht der Fall, so entsteht eine Unsicherheit im Anzielen, der sogenannte parallaktische Fehler oder die Parallaxe, die einen eben so grossen Visurfehler mit sich bringt. Ist z. B. (Fig. 126) das Fernrohr durch Verstellen des Okulares auf einen Gegenstand M N scharf eingestellt, so wird das Bild in m n erzeugt; befindet sich nun beispielsweise das Fadenkreuz nicht an der Stelle m n, sondern zwischen m n und Okular, das Auge dagegen in A_1, so wird das Fadenkreuz, das an sich schon deutlich gestellt ist, den

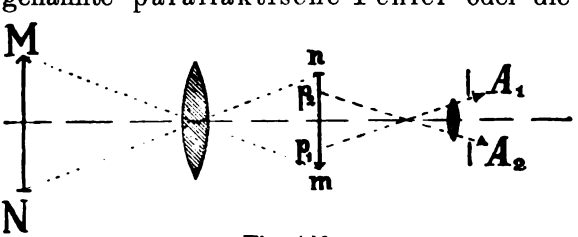


Fig. 126.

Punkt p_1 des Gegenstandes M N decken; bewegt man nun das Auge abwärts nach A_2, so wird vom Fadenkreuz der Punkt p_2 getroffen werden. Wenn sich daher beim Abwärtsbewegen des Auges der Gegenstand scheinbar nach der entgegengesetzten Seite bewegt, so ist das Fadenkreuz noch ein wenig vom Okulare zu entfernen, bewegt er sich dagegen nach derselben Seite wie das Auge, so ist das Fadenkreuz dem Augenglase zu nähern.

Die Beseitigung des parallaktischen Fehlers ist von grosser Wichtigkeit für die Genauigkeit der Beobachtungen, sie ist besonders nach Benutzung eines Instrumentes durch einen anderen Beobachter wieder herbeizuführen; auch bei demselben Beobachter macht sich, besonders bei länger andauernden Beobachtungen, eine Berichtigung in diesem Sinne infolge der Anstrengung der Augen mitunter erforderlich. Das Gesagte findet auch auf die Ablesungen an Mikroskopen seine Anwendung.

Wie bereits bemerkt, sind die Objektiv- und Okularlinsen bei den markscheiderischen Instrumenten nicht einfache Linsen, sondern Linsenverbindungen. So ist z. B. das Objektiv stets achromatisch, und das Fernrohr enthält noch eine Kollektivlinse, deren Anordnung eine verschiedene sein kann.

Das Okularsystem muss, wie schon öfter angeführt, gegen das Objektiv verstellbar sein; um dies zu erreichen, befindet sich die Okularlinsenverbindung in einem besondern Rohre, welche sich in dem das Objektiv tragenden Hauptrohr verschieben lässt. Diese Verschiebung (Fig. 127 und 128) wird durch zwei im Hauptrohre befindliche Ringe gesichert, und wird entweder aus freier Hand, oder mit Zahnstange und Trieb ausgeführt. Im ersten Falle ist das Okularrohr mit einem prismatischen Ansatz versehen, welcher in einer entsprechenden Nut des Hauptrohrs geführt wird, etwa nach Maassgabe der obigen Figuren. Gegen den prismatischen Ansatz wirken zwei Schrauben, die gleichzeitig dazu dienen, die Vertikalstellung des lothrechten, oder die Horizontalstellung des wagrechten Fadens herbeizuführen und die Bewegung leichter oder schwerer zu gestalten.

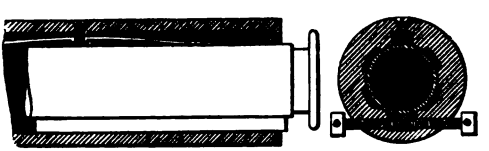


Fig. 127. Fig. 128.

Meist kommt die Anwendung von Zahnstange und Trieb vor, bei welcher der prismatische Ansatz als Zahnstange ausgearbeitet ist, in den ein im Hauptrohre gelagertes Zahnrad mit Kopf eingreift.

Die Führung der Okularröhre soll möglichst genau centrisch, in der Richtung der Längsachse des Okularrohrs erfolgen. Bei Betrachtung der einzelnen Instrumente wird auf diese Untersuchung der centrisch-parallelen Führung der Okularröhre zurückgekommen werden.

Von den Okularlinsenverbindungen kommen hauptsächlich zwei Arten vor, die von Huyghens und die von Ramsden. Erstere

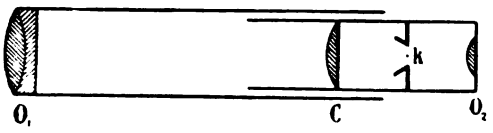


Fig. 129.

Einrichtung wird durch die Figur 129 dargestellt; dabei ist O_1 das achromatische Objektiv, C die Kollektivlinse, O_2 die eigentliche Okularlinse und k die Stelle des Fadenkreuzes. Bezeichnet man die Vergrösserung eines Fernrohrs ohne Kollektivlinse mit v_0, sein Gesichtsfeld mit α_0, seine Helligkeit mit H_0, die für die Huyghens'sche Anordnung dagegen entsprechend mit v_h, α_h und H_h, so ergiebt sich für die Huyghens'sche Anordnung:

$$v_h = \frac{2}{3} v_0,$$

$$\alpha_h = \frac{3}{2} \alpha_0,$$

$$H_h = \frac{9}{4} H_0.$$

Man erhält also durch die Einschaltung der Kollektivlinse gegenüber dem einfachen Fernrohr den Vortheil, dass man grösseres Gesichtsfeld und grössere Helligkeit erreicht, während die Vergrösserung etwas geringer geworden ist, doch macht dies bei Fernrohren für geodätische Zwecke nicht so sehr viel aus, wenn nur die Vergrösserung noch genügt, um die Gegenstände deutlich erkennen zu können.

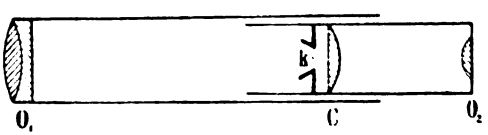


Fig. 130.

Bei der Anordnung von Ramsden, die durch Fig. 130 schematisirt ist, ergiebt sich, wenn v_r, α_r und H_r die Vergrösserung, das Gesichtsfeld und die Helligkeit des Ramsden'schen Fernrohrs bezeichnen:

$$v_r = \frac{10}{9} v_0,$$

$$\alpha_r = \frac{9}{10} \alpha_0,$$

$$H_r = \frac{81}{100} H_0.$$

Hier ist also die Vergrösserung etwas stärker, dagegen das Gesichtsfeld kleiner und die Helligkeit geringer als beim einfachen Fernrohr.

Die Huyghens'sche Anordnung hat den Nachtheil, dass die vom Objektiv in das Auge gelangenden Strahlen nicht durch dieselben Linsen gehen, als wie die vom Fadenkreuz kommenden; daher erscheinen bei der Huyghens'schen Anordnung nur die Fäden als gerade Linien, die Durchmesser sind, die übrigen je nach

ihrem Abstand von der Mitte des Gesichtsfeldes mehr oder weniger gekrümmt. Man verwendet deshalb gewöhnlich die Huyghens'sche Anordnung für einfache Fadenkreuze, die Ramsden'sche für Fadennetze mit seitlichen Fäden.

Ausser der schon erwähnten Zielachse eines Fernrohrs, die man auch als Visirachse oder Kollimationsachse bezeichnet, und welche durch den optischen Mittelpunkt des Objektives und den Fadenkreuzmittelpunkt gekennzeichnet ist, unterscheidet man noch die Hauptachse oder optische Achse, in welcher die optischen Mittelpunkte aller Linsen liegen sollen. Bei manchen Instrumenten spricht man noch von einer mechanischen oder Ringachse, nämlich dann, wenn das Fernrohr auf seiner äussern Fläche mit Ringen versehen ist, mit deren Hilfe das Fernrohr in besondere Lager eingelegt werden kann, in denen es sich um seine Längsachse drehen lässt.

Bei derartigen Fernrohren muss nun die Zielachse in die mechanische gebracht werden, und man hat dabei zu untersuchen, ob die Objektivlinse und ob die Okularlinse centrirt sind, sich also ihre optischen Mittelpunkte in der mechanischen Achse befinden, und ob der Fadenkreuzmittelpunkt in der Ringachse liegt.

Die Untersuchung, ob die Objektivlinse centrirt ist, geschieht dadurch, dass man einen Gegenstand anzielt und das Fernrohr um seine mechanische Achse dreht. Ist nun die Objektivlinse nicht centrisch zur mechanischen Achse (Fig. 131), so wird von dem Gegenstand P ein Bild p_1 erzeugt. Dreht man nun das Fernrohr um die Ringachse um 180°, so kommt der optische Mittelpunkt des Objektivs aus der ersten Lage O_1 nach O_2, und es wird, weil bei der Drehung die Linie RS ihre Lage beibehält, ein Bild p_2 vom Punkte P erzeugt; demnach beschreibt bei der Drehung des Fernrohrs das Bild scheinbar einen Kreis.

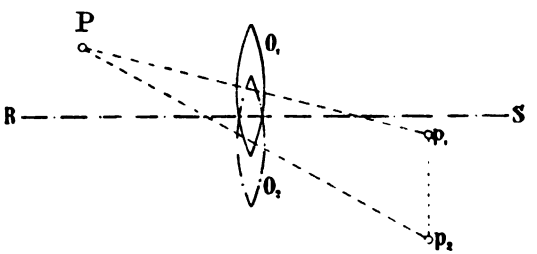


Fig. 131.

Dasselbe tritt ein, wenn die Okularlinsen nicht centrirt sind, wohl aber das Objektiv, wie dies aus der Fig. 133 ohne weiteres verständlich sein dürfte.

Sind beide Linsensysteme excentrisch, so tritt im allgemeinen erst recht eine scheinbare Bewegung bei der Drehung des Fernrohres um die Ringachse hervor. Es ist nun

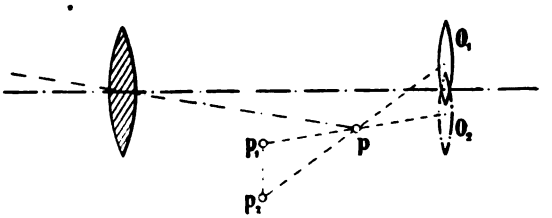


Fig. 132.

hauptsächlich darauf zu achten, dass die Objektivlinse centrisch ist. Um bei einer vorhandenen scheinbaren Kreisbewegung der Bilder zu entscheiden, ob dieselbe von der Objektivlinse herrührt, so hält man die Okularlinse fest und dreht das Fernrohr um die Ringachse. Hört dann die Kreisbewegung auf, so ist die Okularlinse excentrisch, das hat aber nicht viel auf sich. Das Centriren der Linsen kann man meist nicht selbst ausführen, sondern es muss vom Mechaniker geschehen. Zweckmässig ist es bei dieser Untersuchung, das Fadenkreuz so zu stellen, dass es nicht sichtbar ist.

Ferner soll auch der Fadenkreuzmittelpunkt centrisch sein. Um dies zu untersuchen, beseitigt man die Parallaxe des Fadenkreuzes, stellt einen Gegenstand ein und dreht dann das Fernrohr um seine Ringachse um 180°. Deckt dann das Fadenkreuz denselben Gegenstand noch wie vorher, so ist es centrisch, wenn nicht, so muss die Hälfte der Abweichung, die durch das Drehen um 180° hervorgerufen worden ist, mit Hilfe der Fadenkreuzschräubchen beseitigt werden.

Sind dann alle drei Achsen centrirt, so deckt der Fadenkreuzmittelpunkt beim Drehen des Fernrohrs stets denselben Punkt und es findet auch keine scheinbare Kreisbewegung der Bilder hierbei statt.

Vielfach sind Fernrohre mit einer Umdrehungsachse verbunden, die senkrecht auf der Zielachse stehen soll, damit beim Drehen des Fernrohres um die Umdrehungsachse die Zielachse eine Ebene be- schreibt, die entweder horizontal, vertikal oder auch geneigt im Raume liegen kann, das letztere kommt bei astronomischen Instrumenten vor.

Die Prüfung dieser rechtwinkligen Lage zwischen Zielachse und Drehungsachse fällt nach den verschiedenen Fernrohrkonstruktionen verschieden aus, doch lässt sich eine allgemeine Untersuchungsmethode angeben, die in den meisten Fällen anwendbar ist. Stellt man nämlich (Fig. 133) das zu untersuchende Fernrohr in einem Zwischenpunkte C einer in der Natur bezeichneten Geraden A B_1 auf und zielt etwa den Zielpunkt A an, so wird die Umdrehungsachse die Lage DD_1 einnehmen. Steht nun die Zielachse ZZ_1 nicht, wie es sein soll, senkrecht auf der Umdrehungsachse, so wird sie, wenn man das Fernrohr um die Drehungsache um 180° bewegt hat, in die Lage $Z'Z'_1$ kommen, und es wird dann nicht mehr der Zielpunkt B_1, sondern ein andrer, etwa B_2, vom Fadenkreuzmittelpunkte gedeckt werden, der sich in derselben Entfernung von C befinde wie B_1. Man halbirt nun die so gefundene Strecke $B_1 B_2$ in B und verstellt das Faden-

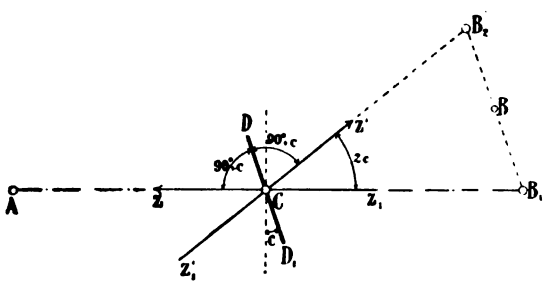


Fig. 133.

kreuz solange, bis der Punkt B vom Fadenkreuzmittelpunkt gedeckt wird. Da alle diese Berichtigungsverfahren nur näherungsweise sind, so ist die Prüfung nochmals zu wiederholen, bis keine Abweichung mehr vorhanden ist.

Die praktische Ausführung des angegebenen Verfahrens scheitert aber meist daran, dass es im Allgemeinen fast unmöglich ist, ohne besondere Hilfsmittel das Fernrohr centrisch in C in der Geraden aufzustellen, da man äusserlich am Fernrohr keinen genauen Anhalt an die Lage der Zielachse hat.

Gauss hat nun ein Mittel angegeben, die Aufstellung eines Fernrohrs sehr genau in einer Geraden zu ermöglichen. Richtet man nämlich zwei auf unendlich eingestellte Fernrohre, die man meist als Gauss'sche Hilfsfernrohre oder Kollimatoren bezeichnet, mit den Objektiven O_1 und O_2 auf einander (Fig. 134) und beleuchtet das Fadenkreuz des einen, etwa F_1, durch einen entsprechend aufgestellten Spiegel oder eine weisse Papierfläche, so verlassen die Lichtstrahlen, da sie aus dem Brennpunkte von O_1 kommen, dieses Objektiv parallel, fallen parallel auf das Objektiv O_2 auf und werden nach dessen Brennpunkt F_2 vereinigt, wo sich auch das Fadenkreuz befindet. Infolge dessen sieht man beim Hineinblicken in das Fernrohr O_2 sowohl dessen Fadenkreuz, als auch das des andern Fernrohrs. Bringt man beide Fadenkreuzmittelpunkte zur Deckung, so sind die Zielachsen beider Hilfsfernrohre parallel, bez. fallen zusammen, bilden also eine gerade Linie.

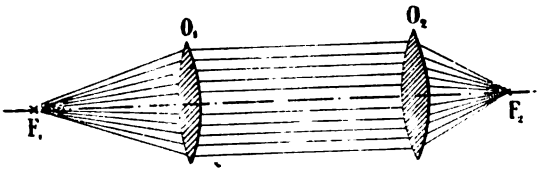


Fig. 134.

Zwischen diese beiden Hilfsfernrohre, A und B, die man in beliebiger Entfernung von einander aufstellen kann (Fig. 135), bringt man das zu prüfende C so, dass sein Fadenkreuz etwa das von A deckt, dreht dann das Instrument C um 180°, und es muss dann das Fadenkreuz des Fernrohrs B von dem von C gedeckt werden, wenn die rechtwinklige Lage zwischen Zielachse und Umdrehungsachse vorhanden ist. Ist dies nicht der Fall, so muss die Abweichung mit Hilfe der Berichtigungsschrauben, die den Fadenblendring bewegen, halbirt werden.

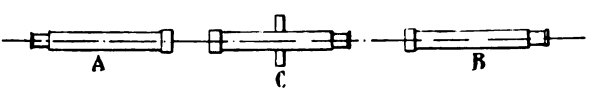


Fig. 135.

Da bei Anwendung von zwei Hilfsfernrohren die gerade Linie A B streng genommen durch vier Punkte bezeichnet wird, nämlich durch die beiden Fadenkreuzmittelpunkte und durch die optischen Mittelpunkte der Objektive, die Gerade aber bereits durch zwei Punkte bestimmt ist, so kann man auch das eine Hilfsfernrohr, etwa B, durch einen sehr entfernten Gegenstand G ersetzen (Fig. 136), auf welchen das Fernrohr A eingestellt wird.

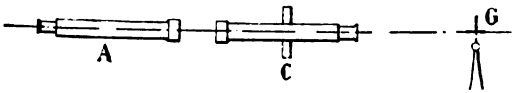


Fig. 136.

Die angeführte Prüfung setzt allerdings mindestens ein Hilfsfernrohr voraus, ist aber sehr scharf und kann trotz ganz kurzer Entfernung der Hilfsinstrumente im Zimmer bei jeder Witterung ausgeführt werden.

Die Stellung der Linsensysteme auf unendlich, die hierbei vorkommt, ist verschiedentlich zu verwenden, da man mit ihrer Hilfe in der Lage ist, mit den nöthigen Vorsichtsmassregeln eine ganz kurze Linie, auf deren Länge vielleicht sonst ein Anzielen mit einem gegebenen Fernrohr nicht möglich ist, in eine unendlich grosse zu verwandeln, und dadurch eine Erhöhung der Zielgenauigkeit zu erreichen. Durch diese Einrichtung sind beispielsweise auf den Sternwarten die früher oft mehrere Kilometer weit entfernten Marken oder Miren, die zur Einstellung eines Fernrohrs in eine ganz bestimmte Richtung, etwa die Nordsüdrichtung dienten, ersetzt durch eine dem Fernrohr gegenüberstehende, fest aufgestellte Linse, in deren Brennpunkt sich eine Marke befindet. Die Freiberger Bergakademie besitzt z. B. auch eine derartige Kollimatorlinse, deren Brennweite etwa 26 m beträgt, mit Hilfe deren genaue Untersuchungen oder Berichtigungen von Instrumenten auch unter ganz ungünstigen Witterungsverhältnissen bequem ausgeführt werden können.

Unter Benutzung der Unendlichstellung eines Hilfsfernrohrs ist es auch, wie Gauss angiebt, möglich, die Vergrösserung eines Fernrohrs genau zu ermitteln, wenn das Hilfsfernrohr mit einem Kreise zu Winkelmessungen versehen ist. Stellt man das Hilfsfernrohr mit seinem Objektive dem gegenüber, dessen Vergrösserung zu ermitteln ist, sodass sich die Objektive zugewendet sind, so sieht man im Hilfsrohre durch das zu untersuchende hindurch Gegenstände, die sich in seiner Achse befinden, ebensoviel Mal verkleinert, als das Fernrohr beim richtigen Gebrauch vergrössert. Misst man nun mit dem Hilfsfernrohr einmal den Winkel zwischen zwei Marken, wie er durch das Fernrohr hindurch erscheint, und ein zweites Mal denselben Winkel zwischen den beiden Marken nach weggenommenem, zu untersuchendem Fernrohr, so giebt das Verhältniss der halben Tangenten der gemessenen Winkel die Vergrösserung des Fernrohrs.

Die vorher angegebene Prüfung, bez. Untersuchung der Rechtwinkligstellung zwischen Zielachse und Umdrehungsachse ist, wie bereits angeführt, eine ganz allgemeine; bei einzelnen Instrumenten giebt es aber einfachere Verfahren, die an den betreffenden Stellen noch besonders angegeben werden.

Aufstellungsvorrichtungen.

Eine wichtige Beigabe zu den Instrumenten bilden die verschiedenartigen Aufstellungsvorrichtungen. Die Instrumente müssen, wenn gute Ergebnisse durch die Messungen erzielt werden

sollen, einen möglichst festen und sicheren Stand haben; ausserdem sollen sie sich in einer für den Beobachter bequemen Höhe über dem Boden befinden.

Für die Messungen über Tage und in geräumigen Gruben mit fester Sohle benutzt man meist tragbare Stative. Die einfachste Form ist das Stockstativ, ein Holzstab, dessen unteres Ende mit einem spitzen eisernen Schuh versehen ist und manchmal eine Nase besitzt, um es in den Boden eintreten zu können. Das obere Ende ist konisch abgedreht, und es wird auf dasselbe das aufzustellende Instrument aufgesteckt. Wegen der geringen Standfestigkeit lässt sich das Stockstativ nur für untergeordnete Zwecke verwenden.

Meist sind dreibeinige Stative gebräuchlich, bei denen am oberen hölzernen oder metallnen Teller drei Beine beweglich angebracht sind, welche am unteren Ende mit spitzen eisernen Schuhen und Nasen, die nicht zu schmal sein sollen, versehen sind, um das Stativ im Boden festtreten zu können.

Diese Stative sind, sowohl was den oberen Teller, als auch die Beine anlangt, in sehr verschiedenen Ausführungen in Gebrauch; die Beine sollen möglichst grosse Verstellbarkeit besitzen, andrerseits soll aber nach Aufstellung des Stativs über einem gegebenen Punkte die Möglichkeit vorhanden sein, die Beine mit dem Teller in unwandelbare Verbindung zu bringen.

Für manche Fälle sind auch Stative mit besonders verlängerbaren und feststellbaren Beinen sehr zweckmässig, besonders bei stark veränderlichem Terrain.

In der Grube benutzt man einmal Spreizen, Hölzer, die in den Stössen der Strecken verkeilt werden und auf die dann die Instrumente entweder ohne weiteres oder durch Vermittlungsglieder aufgestellt werden. Sie werden meist horizontal gelegt, es kommen aber auch vertikalstehende vor. Die horizontalen Spreizen haben den Nachtheil, das man oft, um ablesen zu können, unter ihnen durchkriechen muss. Sie müssen natürlich entsprechend fest sein, sodass keine Durchbiegung durch das Aufsetzen der Instrumente herbeigeführt wird; auf bret- oder pfostenartige Spreizen können gewöhnlich die Instrumente ohne weiteres aufgesetzt werden.

Sind die Spreizen rund, so wird erst eine ebene Fläche geschaffen, auf die dann entweder ein kurzes Stück Pfoste oder Bret

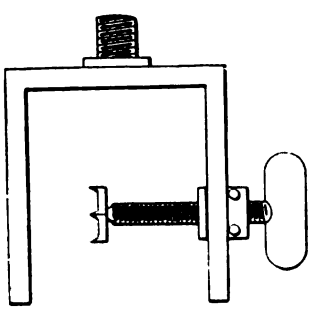


Fig. 137.

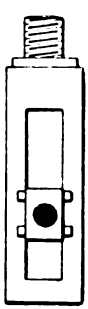


Fig. 138.

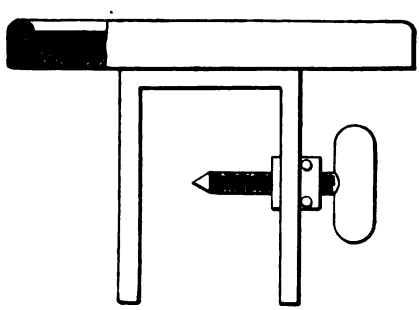


Fig. 139.

aufgenagelt wird, oder an der mit Hilfe einer Zwinge ein tellerförmiger Untersatz für die Instrumente festgeschraubt wird. (Fig. 137 bis 141.)

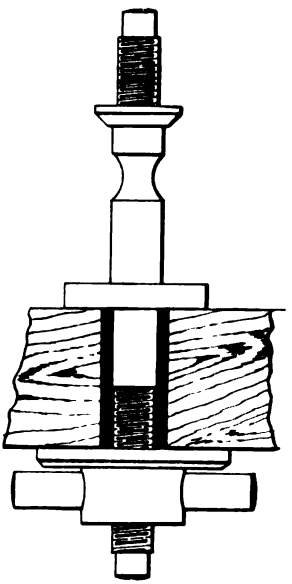


Fig. 140.

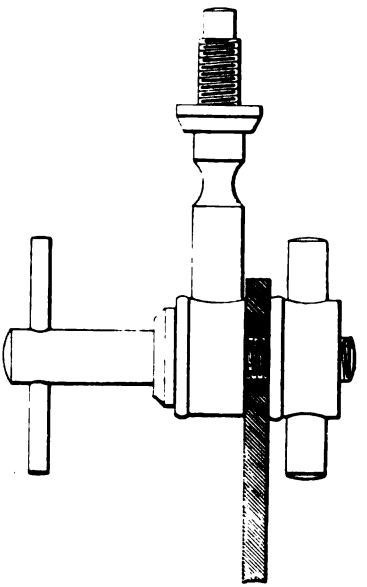


Fig. 141.

Vielfach benutzt man auch sogenannte Armstative oder Konsole (Fig. 142 bis 145) zur Aufstellung der Instrumente. Die-

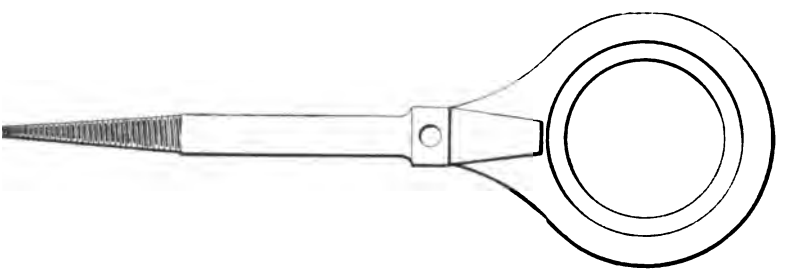


Fig. 142.

Fig. 143.

selben bestehen aus einem eisernen oder bronzenen Arm, der an dem einen Ende mit starkem zugespitzten Gewinde versehen ist, um ihn in vertikale Hölzer einzuschrauben, am anderen Ende einen tellerartigen Ansatz tragen, der zur Aufnahme des Instrumentes direkt

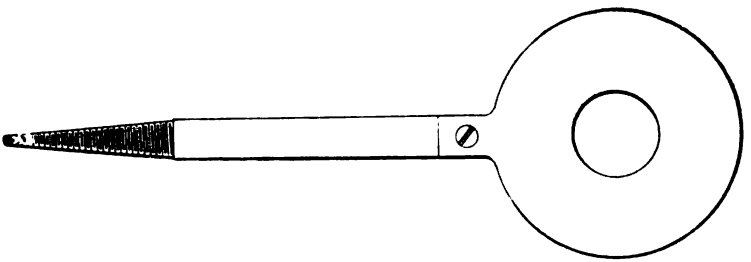


Fig. 144.

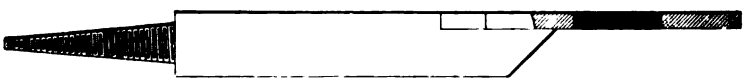


Fig. 145.

und der Vermittlungsglieder dient. Derartige Armstative sind besonders im Kohlenbergbau, wo hölzerne Zimmerung vorhanden ist, in Gebrauch; sie müssen entsprechend konstruirt sein und haben sich sehr gut bewährt.

Man untersucht ihre Standfestigkeit dadurch, dass man mit einem darauf aufgestellten Instrumente einen Gegenstand anzielt. Uebt man dann einen Druck mit dem Finger auf die Unterstützung des Instrumentes aus, so entfernt sich das Fadenkreuz vom Gegenstande, es muss aber nach Aufhebung des Druckes wieder auf ihn zurückkommen. Man muss natürlich beim Beobachten darauf Rücksicht nehmen, dass dabei auf die Stative oder Wandarme keine wechselnden seitlichen Drücke ausgeübt werden.

Die Stativköpfe und die Teller der Armstative gestatten meist eine geringe seitliche Verschiebung der auf ihnen aufzusellenden Instrumente vor ihrer endgiltigen Befestigung, was besonders für das genaue Aufstellen eines Instruments über oder einem gegebenen festen Punkte sehr zweckmässig ist. Die Teller mancher Armstative sind auch mit einer Vorrichtung zum Horizontalstellen versehen.

Abbildungen einiger solcher Aufstellungsvorrichtungen zeigen die Zeichnungen der Theodolite (VI. Abschnitt).

III. Abschnitt.

Das Abstecken gerader Linien. Das Abstecken rechter Winkel. Das Aufsuchen der Schnittpunkte von Geraden. Das Messen gerader Linien. Fehlerquellen bei Längenmessungen.

Abstecken gerader Linien.

Unter dem Abstecken einer geraden Linie versteht man diejenige Operation, die nothwendig ist, um durch zwei gegebene Punkte eine Vertikalebene zu legen und ihren Durchschnitt mit der Erdoberfläche zu versinnlichen; gewöhnlich handelt es sich darum, in einer durch zwei Punkte gegebenen Geraden Zwischenpunkte zu ermitteln, oder die Gerade zu verlängern.

Das einfachste Mittel, eine Gerade in der Natur abzustecken, ist, dass man zwischen den beiden Endpunkten eine Schnur zieht und längs dieser dann Pfähle schlägt. Freilich kann dieses Verfahren nur bei günstigen Bodenverhältnissen und kurzen Entfernungen angewendet werden. Auf grössere Entfernungen bedient man sich des Visirens. Ist z. B. die Gerade P_1 P_3 (Fig. 146) durch zwei Baken gegeben, und es soll ein Zwischenpunkt P_2 ermittelt werden, so stellt man sich hinter dem einen Endpunkte der Geraden, etwa P_1, etwas entfernt auf und bringt das Auge in eine solche Stellung, dass die Visur P_1 und P_3 berührt. Dann wird durch einen Gehilfen im Punkte P_2 eine gleichstarke Bake senkrecht, am besten etwas über dem Boden schwebend, gehalten und solange verändert, bis die P_1 und P_3 berührende Visur auch P_2 berührt. Ist die Lage von P_2 gefunden, so wird die Bake festgestellt und nochmals nachgesehen, ob sie richtig steht.

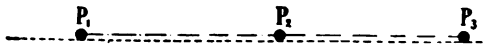


Fig. 146.

Das Einrichten in die Gerade wird um so genauer werden, je besser die Beleuchtung ist; man sucht es so einzurichten, dass man nicht gegen die Sonne sieht.

Ist ein Zwischenpunkt P_2 gefunden, so kann die Ermittelung weiterer Zwischenpunkte durch eine Person erfolgen, was auch beim Verlängern einer Geraden der Fall ist.

Ist es beim Abstecken von Zwischenpunkten einer Geraden nicht möglich, sich hinter einem Endpunkte aufzustellen, so wendet man das Einschwenken (Fig, 147) an, welches zwei Personen erfordert. Ist $P_1 P_2$ die gegebene Gerade, so stellt sich ein Gehilfe in der Nähe der Geraden in P_3 auf und richtet P_4 in $P_1 P_3$ ein, sodann wird P_3 von P_4 aus in die Gerade $P_4 P_2$ nach P'_3 eingewiesen, dann P_4 von P'_3 aus in die Gerade $P_1 P'_3$ nach P'_4 und so fort, bis man sich in der Geraden $P_1 P_2$ befindet.

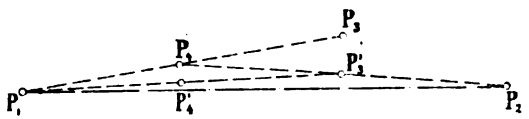


Fig. 147.

Das Verfahren führt sehr schnell zum Ziele und braucht auch nicht so sehr genau ausgeführt zu werden, so lange man noch nicht in der Nähe der Geraden ist; es wird auch dann angewendet, wenn es wegen eines Höhenrückens nicht möglich ist, von P_1 nach P_2 zu visiren.

Es kann auch der Fall eintreten, dass wohl die beiden Endpunkte P_1 und P_2 zugänglich, aber die Gerade $P_1 P_2$ selber nicht übersehbar ist Sollen in einem solchen Falle Zwischenpunkte der Geraden $P_1 P_2$ ermittelt werden, so kommt man meist durch Anwendung der verschiedensten geometrischen Sätze zum Ziele. Ein immer zur Lösung anwendbares Verfahren besteht darin, dass man die Gerade $P_1 P_2$ auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem bezieht und dann mit Hilfe der Rechnung, Absteckung von rechten Winkeln und Messen von Linien, die nöthigen Zwischenpunkte der Geraden ermittelt.

Ist die Entfernung zwischen P_1 und P_2 gross oder soll die Bestimmung der Zwischenpunkte mit grosser Genauigkeit ausgeführt werden, so ersetzt man das unbewaffnete Auge durch ein Fernrohr. Man stellt dies über einem Endpunkte, etwa P_1 auf und zielt P_2 an, nachdem man dafür gesorgt hat, dass das Fernrohr eine Vertikalebene beschreibt, wenn es um seine horizontale Achse gedreht wird. Die Zwischenpunkte werden alsdann der Reihe nach, vom entferntesten angefangen, eingewiesen.

Ehe auf das Messen gerader Linien selbst eingegangen wird, mögen noch die Hilfsmittel betrachtet werden, die zum Abstecken bestimmter, häufig vorkommender Winkel dienen, es sind dies die Winkel von 30°, 45°, 60°, 90° und 180°.

Das einfachste Hilfsmittel ist das Winkelkreuz, (Fig. 148) ein

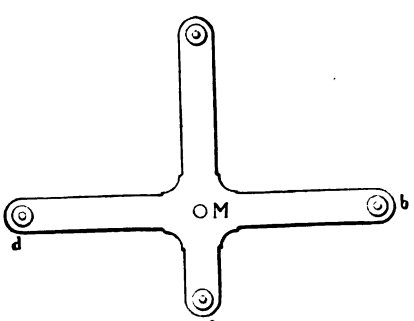


Fig. 148.

rechtwinkliges Kreuz aus Holz oder Metall, welches auf ein einfaches Stockstativ aufgesteckt werden kann. In gleichen Entfernungen von der Mitte dieses Kreuzes befinden sich 4 lothrechte Spitzen so, dass die Linie a c in Figur 148 Seite 79 senkrecht auf b d steht. Bringt man nun das Winkelkreuz mit seiner Mitte M in eine Gerade, sodass etwa b d in diese Linie fällt, so kann man durch Zielen über die Spitzen a und c eine zur gegebenen Linie senkrecht stehende in der Natur angeben. Ebenso kann man Winkel von 45° damit abstecken, wenn man etwa die Spitzen a und b benutzt. Macht man die Entfernung des einen Stiftes von der Mitte, etwa $dM = {}^1/_2\, aM = {}^1/_2\, bM = {}^1/_2\, cM$, so lassen sich mit diesem einfachen Instrumente auch Winkel von 30° und 60°, die aber ebenso wie Winkel von 45° seltener vorkommen, abstecken. Die Genauigkeit ist natürlich nicht sehr gross.

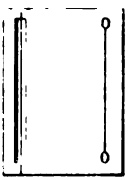


Fig. 149.

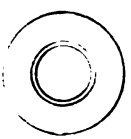


Fig. 150.

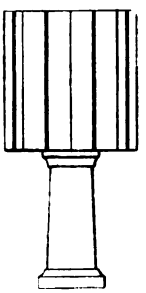


Fig. 151.

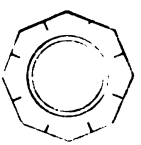


Fig. 152.

Ferner wird auch die Winkeltrommel häufig benutzt, dieselbe ist ein hohler Cylinder oder ein regelmässiges achtseitiges Hohlprisma aus Metall, in dem in zwei zueinander senkrechten Richtungen gegenüberstehende Diopterpaare angebracht sind. Zur Erzielung geneigter Visuren führt man die Trommel auch kegelförmig aus. Diese Instrumente (Fig. 149 bis 152) werden ebenfalls entweder mit einem Conus auf ein Stockstativ aufgesetzt oder sind mit einem Handgriff versehen, den man auf eine kurze Bake aufhält.

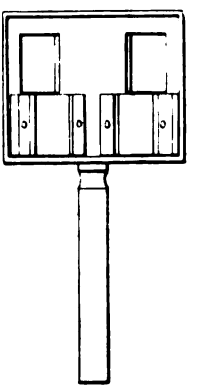


Fig. 154.

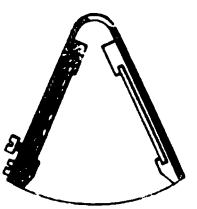


Fig. 155.

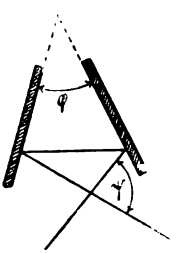


Fig. 153.

Am meisten gebräuchlich sind die auf Spiegelung oder Totalreflexion beruhenden Instrumente, der Winkelspiegel und das Winkelprisma.

Der Winkelspiegel beruht auf dem bekannten Satze, dass, wenn ein Lichtstrahl auf einen von zwei unter dem Winkel φ gegeneinandergestellten Spiegeln fällt (Fig. 153), sich der eintretende und austretende Strahl unter einem Winkel ψ schneiden, dessen Grösse sich bestimmt zu:

$$\psi = 2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad 63)$$

Macht man $\varphi = 45°$, so wird $\psi = 90°$ und dies ist beim Winkelspiegel verwerthet (Fig. 154 u. 155).

Bei diesem sind die beiden Spiegel in einem geschwärzten Gehäuse angebracht, welches zum Zweck des Zielens nach einem

Gegenstande über oder unter den Spiegeln mit Oeffnungen versehen ist. Der Winkel zwischen beiden Spiegeln lässt sich durch Berichtigungsschrauben etwas verändern, sodass er genau gleich 45° gemacht werden kann Das Gehäuse ist am unteren Ende mit einem Handgriff versehen, an dem sich ein Band zum Umhängen befindet, sodass man ihn nach dem Gebrauche fallen lassen kann und ihn immer zur Hand hat. Beim Gebrauch wird er auf eine Bake aufgesetzt.

Bei den genannten Instrumenten ist eine Berichtigung möglich, und zwar geschieht die Untersuchung so, dass man, wenn ein Gehilfe zur Verfügung steht, sich in einem Punkte M (Fig. 156) einer in der Natur durch zwei Baken versinnlichte Gerade P_1 P_2 mit dem zu prüfenden Instrumente aufstellt und nun nach Maassgabe des Instrumentes in der einen Lage eine Bake G_1 ausstecken lässt. Sodann dreht man das Instrument um 180°, dann wird, wenn die rechtwinklige Zielrichtung vorhanden ist, derselbe Punkt G_1 wieder gedeckt werden. Ist dies nicht der Fall, so erhält man jetzt das Ziel G_2, welches sich in derselben Entfernung von M befinden möge wie G_1 von M. Man halbirt dann G_1 G_2 in G und verstellt nun die Spitzen oder Diopter, — wenn dies möglich ist, — oder die Spiegel solange, bis in beiden Stellungen des Instrumentes der Gegenstand G gedeckt wird.

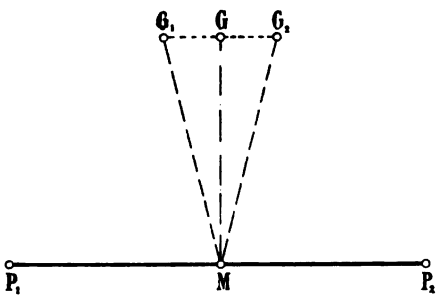


Fig. 156.

Steht kein Gehilfe zur Verfügung, so verfährt man so, dass man sich einen Zielpunkt G (Fig. 157) aussucht, der vom Standpunkte M_1 in der Geraden P_1 P_2 gedeckt wird. Sodann dreht man das Instrument um 180° und sucht sich mit dem Instrument in der Geraden P_1 P_2 den Punkt M_2 auf, von dem aus jetzt G gedeckt wird. Durch Halbiren der Entfernung M_1 M_2 in M erhält man den Fusspunkt des von G auf P_1 P_2 gefällten Lothes, auf dem man sich aufstellt und die Spiegelstellung solange ändert, bis G in beiden Lagen des Instrumentes einsteht.

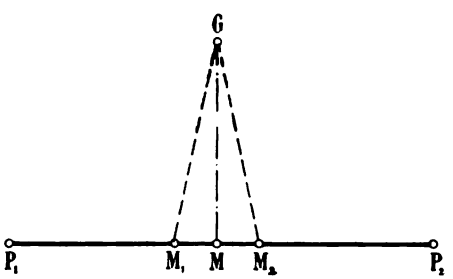


Fig. 157.

Das Winkelprisma ist ein kleines Glasprisma, dessen Hauptschnitt A B C (Fig. 158) ein gleichschenklig rechtwinkliges Dreieck ist. Seine Flächen und Winkel müssen sehr genau hergestellt werden, da man eine Berichtigung eines derartigen Prismas nicht selbst ausführen kann, wie dies beim Winkelspiegel der Fall ist, sondern es

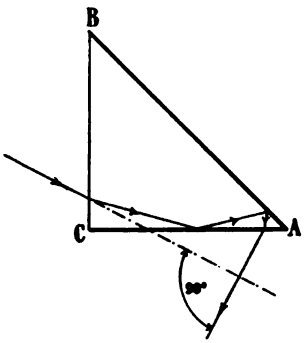


Fig. 158.

muss ein Nachschleifen erfolgen. Fällt auf eine Kathetenebene, etwa B C in der Nähe der rechtwinkligen Ecke C ein Strahl zwischen dem Einfallslothe und der spitzen Ecke B auf, so wird derselbe, wie aus der Figur ersichtlich ist, gebrochen und tritt wieder aus, und es lässt sich unter der Voraussetzung, dass der Hauptschnitt ein gleichschenklig rechtwinkliges Dreieck ist, nachweisen, dass sich der eintretende und austretende Strahl unter einem Winkel von 90° schneiden.

Das Prima ist zum Schutze in einer Messingfassung mit Stiel eingeschlossen, die nur die beiden Kathetenebenen zum Zielen freilässt. Da durch mehrfache Spiegelung und Brechung noch sekundäre Bilder auftreten, so ist es nöthig, die richtigen Bilder herauszufinden, was keine Schwierigkeit verursacht, da diese bei einer kleinen Drehung des Prismas um seinen Stiel an ihrer Stelle bleiben, die sekundären sich dagegen bewegen. Fällt nun auch hier, ähnlich wie beim Winkelspiegel, die Achse des Handgriffs, mit dem das Instrument beim Gebrauch auf eine kurze Bake aufgesetzt wird, nicht genau mit dem Schnittpunkt von eintretendem und austretendem Strahle zusammen, so macht dies doch bei den kleinen Abmessungen — die Katheten des Hauptschnitts des Prismas sind meist höchstens 20 mm lang — nichts aus.

Die Prüfung geschieht ebenso wie beim Winkelspiegel.

Da im Prisma ausser der Brechung nur Totalreflektion und keine künstlich erzeugte Spiegelung wie beim Winkelspiegel auftritt, so sind trotz kleinerer Abmessungen der Prismen deren Bilder schärfer als die des Winkelspiegels. Ebenso ist der Preisunterschied auch sehr gering, so dass dem Prisma der Vorzug zu geben ist, immer natürlich unter der Voraussetzung, dass es richtig geschliffen ist.

Ausser diesem einfachen Prisma kommen noch andre vor, deren Hauptschnitt eine andre Form hat, es ist aber das einfache vorzuziehen.

Erwähnt möge noch das Bauernfeind'sche Prismenkreuz werden, welches ausser Winkeln von 90° auch solche von 180° abzustecken gestattet, mit dessen Hilfe es also möglich ist, Zwischenpunkte einer Geraden ohne weitere Hilfsmittel aufzusuchen. Es besteht aus der Verbindung zweier gleicher Prismen, deren Hauptschnitt ebenfalls ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck ist, übereinander. Der Strahlengang ist aus Figur 159 Seite 83 zu ersehen.

Mit den angegebenen Instrumenten kann man nun entweder in einem gegebenen Punkte einer Geraden eine Senkrechte auf dieser errichten, oder umgekehrt, von einem ausserhalb derselben gelegenen Punkte eine Senkrechte auf die gegebene Gerade fällen. Es möge dabei darauf hingewiesen werden, dass in den Fällen, wo es sich

um grössere Genauigkeit handelt, das Instrument als unberichtigt anzusehen ist, indem man die Bestimmung des betreffenden Punktes in zwei um 180° verschiedenen Stellungen des Instrumentes ausführt und, wenn sich Abweichungen zeigen, das Mittel aus den gefundenen Werthen als den wahrscheinlichsten Werth benutzt.

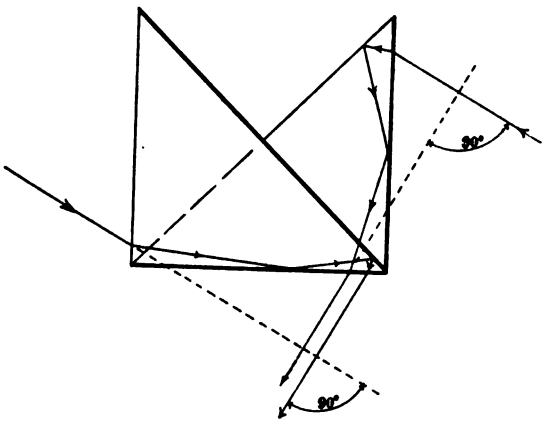


Fig. 159.

Es kommt nun auch vor, dass man bei der Messungsarbeit nicht im Besitze eines der vorgenannten Instrumente ist, aber ein Messband zur Verfügung steht und mit diesem die Absteckung rechter Winkel auszuführen ist. Man handhabt hierbei das Band wie einen Zirkel, wenn man mit demselben auf dem Papiere eine Senkrechte konstruiren will.

Ist z. B. im Punkte P (Fig. 160) der Geraden $P_1 P_2$ eine Senkrechte auf dieser zu errichten, so mache man $p_1 P = P p_2$ und zwar wählt man diese Länge so, dass sie kürzer als die halbe Bandlänge ist. Dann befestigt man die Enden des Bandes in p_1 und p_2, fasst es in der Mitte und zieht es straff. Bezeichnet man dann diesen Punkt mit Q_1 so ist QP eine Senkrechte auf $P_1 P_2$; will man grössere Genauigkeit haben, so wiederholt man das Verfahren auf der andern Seite der Geraden, wodurch man den Punkt Q_1 erhält. Es müssen dann Q, P und Q_1 in einer Geraden liegen.

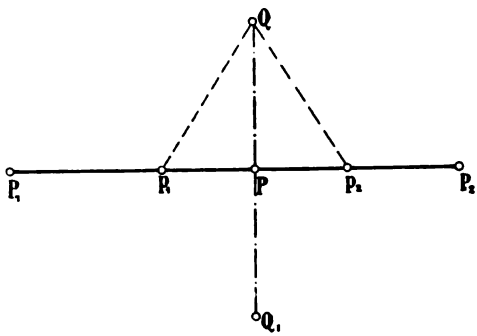


Fig. 160.

Ist andrerseits vom Punkte Q (Fig. 161) ausserhalb der Geraden $P_1 P_2$ auf diese Linie eine Senkrechte zu fällen, so schneidet man die Bandlänge $Q p_1 = Q p_2$ in die Gerade $P_1 P_2$ ein. Die Mitte P zwischen

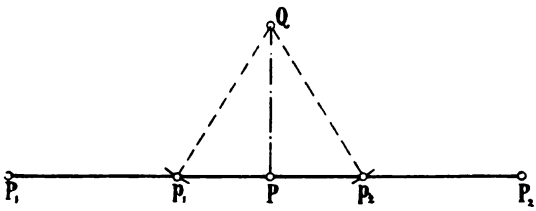


Fig. 161.

p_1 und p_2 ist dann der gesuchte Punkt; hier wird man um so grössere Genauigkeit erzielen, je steiler der Schnitt des Kreisbogen Qp_1 bezw. Qp_2 mit der Geraden $P_1 P_2$ ist.

Fallen diese Schnitte sehr spitz aus, oder ist der Abstand QP grösser als eine Bandlänge, so ist das folgende Verfahren zu empfehlen. Man misst die Entfernungen (Fig. 162):

$$P_1 P_2 = c$$
$$P_1 Q = b$$
$$P_2 Q = a$$

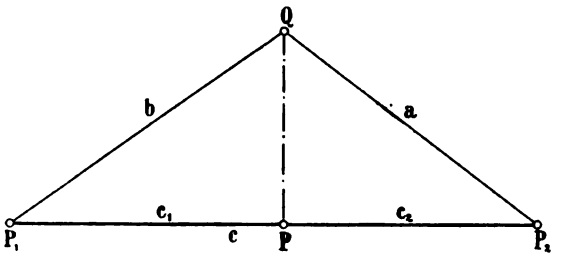


Fig. 162.

und berechnet die Entfernungen c_1 und c_2 des Punktes P von P_1 bezw. P_2 aus den Gleichungen:

$$c_1 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$$
$$c_2 = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c} \quad \ldots\ldots\ldots 63)$$

wobei man gleichzeitig die Probe hat, dass:

$$c_1 + c_2 = c$$

ist.

Bei manchen Messungen, besonders bei Einmessung von Gegenständen auf eine Achse, kommt noch das Abstecken von rechten Winkeln nach dem Augenmaasse vielfach vor. Ist der Abstand der aufzunehmenden Punkte von der Abscissenachse kurz, so legt man einfach über das in der Abscissenachse ausgespannte Band eine Bake über und beurtheilt nach dem Augenmaasse die richtige Lage (Fig. 163). Das Auge ist sehr empfindlich für die rechtwinklige Lage, sodass dieses Mittel in der Praxis sehr häufig angewendet wird und auch ganz gute Ergebnisse liefert, wenn nicht ein zu hoher Genauigkeitsgrad verlangt wird; die Geschwindigkeit der Messung ist hierbei hoch.

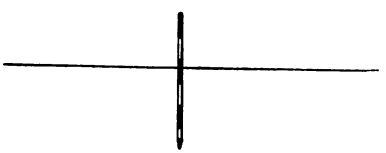


Fig. 163.

Es kommen noch andere Konstruktionen in der Natur vor, wie das Uebertragen von Winkeln, Winkelhalbirungen und ähnliches, was im Allgemeinen in derselben Weise wie auf dem Papiere ausgeführt wird.

Die öfter vorkommende Aufsuchung von Schnittpunkten zweier Geraden kann nach zwei Methoden erfolgen: Bei der ersten stellt sich in die Richtung jeder Geraden eine Person auf, etwa in A und in C, und richet den Gehilfen in S ein (Fig. 164 Seite 85). Dieses Verfahren ist unzweckmässig, da es drei Personen erfordert.

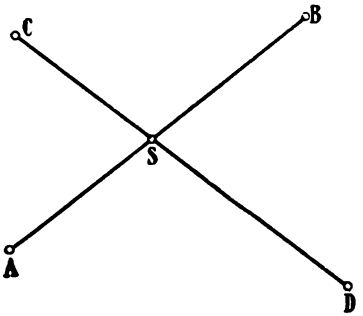


Fig. 164.

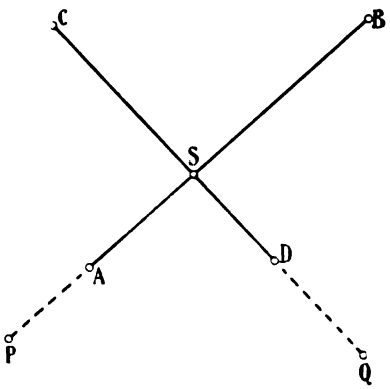


Fig. 165.

Es kann aber das Bestimmen eines Schnittpunktes zweier Geraden auch von einer Person ausgeführt werden. Man bestimmt sich zuerst in der Verlängerung der Geraden A B bez. C D die Punkte P und Q (Fig. 165), und es kann dann das Aufsuchen des Schnittpunktes S bequem ausgeführt werden.

In der Grube erfolgt die Absteckung von Geraden der Natur der Sache nach immer durch Einweisen mit dem Fernrohr, Verbesserung der eingewiesenen Punkte durch Winkelmessung und Berechnung der Verschiebung senkrecht zur eingewiesenen Richtung.

Das Messen gerader Linien.

Durch die Messung einer geraden Linie soll die Entfernung der beiden Endpunkte bestimmt werden, und dies kann entweder unmittelbar oder mittelbar geschehen; eine unmittelbare Messung ist diejenige, bei welcher das zu Gebote stehende Längenmaass soviel Mal aneinander gereiht werden kann, als nöthig ist; eine mittelbare Messung liegt dagegen vor, wenn man das vorhandene Maass nicht ohne weiteres in die Gerade bringen kann, bei welcher man vielmehr noch andere Hilfsmittel heranziehen und die Länge durch Rechnung bestimmen muss.

Hier mögen besonders die unmittelbaren Messungen in Betracht gezogen werden, während die mittelbaren Messungen später behandelt werden sollen.

Das einfachste Hilfsmittel zur Messung einer Geraden ist das Abschreiten, welches freilich an sich kein genaues Ergebniss liefern kann, da die Länge des Schrittes eines Menschen zu verschiedenen Zeiten verschieden ist. Ebenso hat die Bodengestaltung Einfluss auf die Schrittlänge; als mittlere Länge kann man 0,75 m annehmen. Zweckmässig ist es, die Schrittlänge mit Hilfe der Kilometersteine an den Strassen zu ermitteln. Um das Zählen der Schritte entbehrlich zu machen, sind besondere Zählwerke, die Schrittzähler konstruirt worden, die von dem Abschreitenden in der

Tasche getragen werden und die die Anzahl der gemachten Schritte angeben.

Die weiteren Hilfsmittel zur Ausführung von Längenmessungen für den Markscheider sind die Messbänder, Messstäbe und für untergeordnete Zwecke die Messketten.

Die Messbänder sind aus Stahlblech hergestellt, für die Tagemessung sind sie meist 20 oder 25 m lang, 20 mm breit und 0,5—0,6 mm dick. An den Enden sind sie mit drehbaren Ringen (Fig. 166) versehen, deren Mitte den Anfangs- bez Endpunkt des Bandes darstellt. Sie werden gewöhnlich auf einen eisernen Ring aufgewickelt.

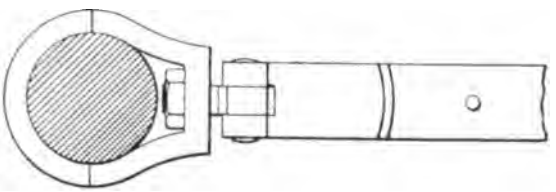


Fig. 166.

Für Grubenzwecke hat man wegen der grösseren Handlichkeit schwächere Bänder von etwa 10—12 mm Breite, 0,4 mm Dicke und verschiedener Länge, 20, 25, 30 oder 50 m. Für besondere Zwecke, wie Schachtmessungen, haben sie noch grössere Längen, man kann sie bis 200 m haben. Die Grubenbänder sind meist in besonderen Gehäusen untergebracht, und können mittels einer Kurbel in diesen auf- und abgerollt werden.

Der Anfangspunkt der Zählung der Grubenbänder ist ein anderer als wie der der Tagebänder; es liegt derselbe nämlich an der inneren Rundung des Endringes, welche dem Bande entgegengesetzt liegt, und ist in der nebenstehenden Figur 167 durch eine gestrichelte Linie dargestellt. Die einzelnen Decimeter sind durch eingeschlagene Körnervertiefung, die einzelnen Meter ausserdem noch durch besonders aufgenietete Messingplättchen mit der betreffenden Meterzahl hervorgehoben.

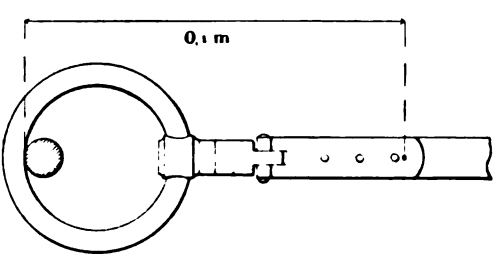


Fig. 167.

Die Messstäbe sind entweder aus Holz oder aus Eisen, bez. Stahl und haben die Länge von 1 bis 5 m. Ihre Endflächen, die das Maass zwischen sich tragen, sind entweder Ebenen, die senkrecht zur Achse des Stabes stehen, oder Schneiden, die meist etwas abgerundet sind, die eine ist gewöhnlich horizontal, die andere vertikal, sie werden bei der Messung zusammengestossen, dass sich entweder die Endflächen berühren, oder dass eine horizontale mit einer vertikalen Schneide mit ihrer Mitte zusammentrifft.

Die Messketten sind etwa 1 bis 2 m lang und sind meist aus decimeterlangen, besonders bezeichneten Gliedern zusammengesetzt; sie dienen nur für Messungen, bei denen ein grosser Genauigkeitsgrad nicht erforderlich ist.

Die Ausführung der Längenmessungen über Tage ist verschieden je nach dem zu Gebote stehenden Längenmaasse. Ist dies ein Messband mit zugehörigen Endbaken, so gehören zur Messung zwei Personen, der Vordermann und der Hintermann. Vor Beginn der Längenmessung (Fig. 168) wird etwa in der Mitte der zu messenden Linie $P_1 P_2$ ein Zwischenpunkt P_3 genau eingerichtet. Der Vordermann richtet sich nun nach den beiden Punkten P_2 und P_3 selbst in die Gerade $P_1 P_2$ ein, während der Hintermann seine Bake im Punkte P_1 senkrecht feststellt. Darauf zieht der Vordermann das Band in der Geraden $P_2 P_3$, am zweckmässigsten mit dem Fusse, gleichmässig scharf an, setzt seine Bake senkrecht in den Boden und bezeichnet diesen Punkt p durch ein eisernes Zählstäbchen, ein einseitig zugespitztes Stück Eisendraht, das am andern Ende mit einer Oese versehen ist, und deren er 10 am Anfang der Messung an einem Ringe bei sich führt. Hierauf wird das Band aufgenommen und weiter gezogen, bis der Hintermann nach p kommt, hier nimmt er das Zählstäbchen auf und setzt seine Bake in das vorher vom Vordermann gestochene Loch und so fort bis zum Punkte P_2. Dieses Verfahren hat den grossen Vortheil, dass die Messung sehr schnell vor sich geht, und vor allem die einzelnen Endpunkte des Messwerkzeuges in Bezug auf die Abweichung von der Geraden von einander unabhängig sind, was nicht der Fall ist, wenn der Hintermann den Vordermann immer erst in die Gerade einrichtet. Durch das Zählen der durch den Hintermann aufgenommenen Zählstäbchen erhält man am Schluss der Messung die Anzahl der vollständig in die Gerade eingelegten Bandlängen, die Endstücke werden dann unter Anwendung eines besonderen Maassstabes am Bande abgelesen.

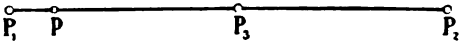


Fig. 168.

Bei Benutzung von Messlatten sind für Tagemessungen entweder zwei oder auch nur eine Person erforderlich. Die Messung erfolgt hierbei entweder längs gespannter Schnur oder an einer auf dem Erdboden angeschnürten Linie, die man dadurch erhält, dass man eine Schnur mit farbiger Kreide einreibt und schnipst, sodass sie einen Abdruck hinterlässt. Es sind hierbei immer zwei Latten in Benutzung, nach dem richtigen Hinlegen der ersten wird die zweite vorsichtig an die erste angeschoben, so dass sich beide berühren; dann wird die erste vorsichtig der Messungsrichtung entgegengesetzt weggezogen, an die zweite angelegt und sofort. Beim Aufheben und Weiterschaffen der Latte wird laut gezählt, man schützt sich dadurch am besten vor einem Zählungsfehler in der Anzahl der Stäbe.

Die Ausführung der Längenmessungen in der Grube.

Bei den Längenmessungen in der Grube benutzt man in den weitaus meisten Fällen das Stahlband und dann auch oft Messstäbe.

Für die Messungen mit dem Stahlbande dienen als feste Anhaltepunkte gewöhnlich Markscheiderschrauben oder bei Theodolitmessungen die Aufstellungsschrauben. Diese sind an den Stellen, an denen das Band angehangen wird, überall von demselbem Durchmesser, der natürlich kleiner als der Durchmesser des Bandringes sein muss.

Sind die festen Punkte in der Förste gegeben und ist bequeme, glatte Sohle vorhanden, so werden die festen Punkte auf das Tragewerk herabgelothet und durch Nägel bezeichnet, zwischen denen die Messung ausgeführt wird. Es ist dies besonders bei lebhafter Förderung vortheilhaft. Sind Eisenbahnschienen auf fester Sohle in Gebrauch, so werden an den betreffenden Stellen über die Schienen Pfosten befestigt, in die die Nägel geschlagen werden; ist nur feste Sohle vorhanden, so werden die Pfostenstücken an den Stössen verkeilt.

Sind die Anhaltepunkte für die Längenmessungen auf Spreizen befindlich, so ist bei der Messung selbst in sofern ein Unterschied, als die zu messende Länge kleiner oder grösser als eine Bandlänge ist. Im ersteren Falle wird der Bandring an der Schraube P_1 angehangen, an P_2 anliegend angezogen, und die Entfernung mit Hilfe eines kurzen Millimetermaassstabes abgelesen. Um die Dicke der Schrauben zu eliminiren, misst man bei der zweiten Schraube bis an ihre dem Bandringe zugekehrte Seite (Fig. 169 und 170).

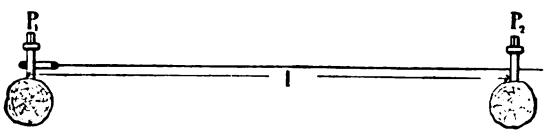


Fig. 169.

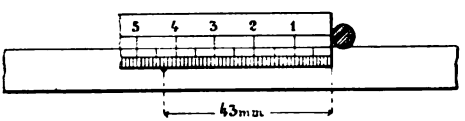


Fig. 170.

Ist der Abstand der Schrauben grösser als eine Bandlänge, aber kleiner als zwei (Fig. 171), so wird zwischen ihnen eine Schnur gespannt, der Bandring an eine Schraube angehangen, das Band der Schnur entlang angespannt und das Ende der Theilung an der Schnur bezeichnet, die Länge möge L sein.

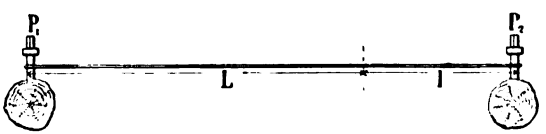


Fig. 171.

Dann wird von der zweiten Schraube rückwärts bis zu diesem selben Punkte auf ähnliche Weise die Länge l abgemessen. In diesem Falle ist die Gesammtlänge E zwischen den Schraubenmitten, wenn deren Durchmesser gleich d ist:

$$E = L + l - d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 64)$$

Hierbei hat man den Vortheil, dass das Band immer gleichmässig straff angezogen werden kann.

Ist die Entfernung E der beiden Schrauben grösser als zwei Bandlängen (Fig. 172), so werden zuerst von den beiden äussersten Schraubenpunkten P_1 und P_2 wieder die Längen L_1 und L_2 wie vorher abgegrenzt. Zur sicheren Messung des noch verbleibenden Zwischenstückes schlägt man dann eine Hilfsspreize P_3 und misst noch die beiden Stücke l_1 und l_2; in diesem Falle ist die Gesammtlänge E:

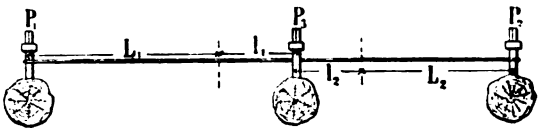


Fig. 172.

$$E = L_1 + L_2 + l_1 + l_2 - 2d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 65)$$

Zur Ermittlung des Zwischenpunktes P_3 benutzt man ohne weiteres die bereits gespannte Schnur, ein besonderes Visirinstrument zur Einrichtung ist nicht nöthig.

In den letzten beiden Fällen kommt also die Schraubenstärke d mit in Rechnung, sie war als gleich für die einzelnen Schrauben vorausgesetzt; ist dies nicht der Fall, sondern hat die eine etwa den Durchmesser d_1, die andere d_2, bez. d_3, so ist in Gleichung 64 anstatt d der Werth $\frac{d_1 + d_2}{2}$, in Gleichung 65 für 2d der Werth $\frac{d_1 + d_2}{2} + d_3$ einzuführen.

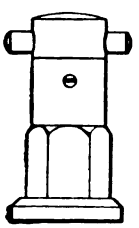


Fig. 173.

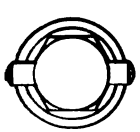


Fig. 174.

Professor Junge hat eine Einrichtung konstruirt, die auf seine Aufstellungsschraube passt, und die gestattet, von der Mitte der Schraube aus zu messen. Sie besteht aus einem um eine vertikale Achse drehbaren Cylinder mit zwei kurzen seitlichen Armen (Fig. 173 und 174). An diese wird das Band mit seinem besonders eingerichteten Ringe mit zwei an diesem befindlichen Haken eingehangen. Will man das Band in der gewöhnlichen Weise benutzen, so wird in die beiden Haken des Ringes ein Verbindungsstück (Fig. 175 bis 177) eingesteckt und befestigt.

Es giebt auch andere Aufstellungsschrauben, an denen das gewöhnliche Band an einem Haken angehangen wird, es muss dann dessen Entfernung von der Mitte der Aufstellungsschraube bekannt sein (Fig. 178 Seite 90).

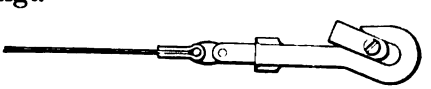


Fig. 175.

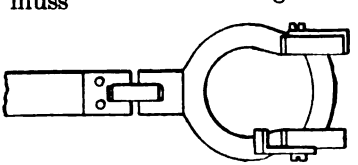


Fig. 176.

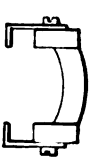


Fig. 177.

Die Längenmessung mit Stäben erfolgt meist

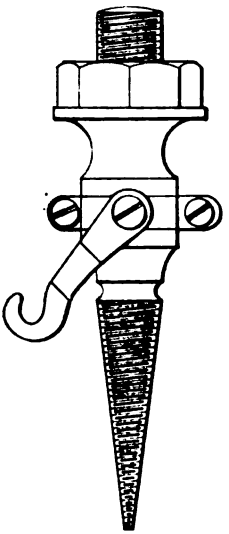


Fig. 178.

längs gespannter Schnur; sind zwei Stäbe vorhanden, so werden sie wie über Tage vorsichtig an einander gestossen.

Ist nur ein Stab vorhanden, so bezeichnet man das Ende desselben durch um die Schnur geschlungene Fäden, an die man dann wieder anlegt. Dieses Verfahren ist aber zeitraubend und ungenau.

Besser ist dann das sogenannte Abkneipen. Man legt dabei den Stab an die Schnur, setzt den rechten Daumennagel scharf an das Ende des Stabes, nimmt den Stab weg, setzt an den rechten Daumennagel den linken und stösst an diesen den Stab an. Diese Methode ist zweckmässig und liefert gute Resultate.

Die Messung mit den noch an einigen Orten gebräuchlichen Messingketten, die aus zwei Messingdrähten bestehen, liefert keine grosse Genauigkeit, da sich dieselben sehr leicht dehnen. Gewöhnlich verwendet man dabei Pfriemen, die durch die Gliederringe der Ketten hindurch gesteckt werden.

Die Stahlbandmessung ist sehr vortheilhaft, sie beansprucht weniger Zeit als die Stabmessung, und steht mit dieser in Bezug auf die Genauigkeit auf gleicher Stufe.

Fehlerquellen bei Längenmessungen.

Bei den Längenmessungen treten sowohl konstante oder einseitigwirkende, als auch unregelmässige Fehlerquellen auf.

Zu den ersteren gehören:

1. die unrichtige Länge des verwendeten Masses,
2. seine Abweichung aus der zu messenden Geraden, die bei allen Messwerkzeugen in Frage kommen. Dient zur Messung der Länge ein Stahlband, so kommt zu dem Angeführten noch hinzu:
3. die Ausdehnung des Bandes durch die Wärme,
4. die falsche Spannung des Bandes während der Messung, und
5. die Durchbiegung des freischwebenden Bandes.

Es mögen die Einflüsse der genannten Fehler auf die Längenmessungen der Reihe nach betrachtet werden.

1. Hat das zur Messung benutzte Maass nicht seine richtige Länge, so wird natürlich auch die zu messende Länge falsch gefunden, und zwar wird, wenn der Maassstab zu lang ist, die gemessene Länge zu klein erhalten, es ist daher am Ergebniss der Messung ein positive Verbesserung anzubringen. Ist dagegen das Maass zu kurz, so erhält man bei der Messung zuviel Maass und die Verbesserung ist negativ.

Zur Bestimmung der wahren Länge des Maasses, die am zweckmässigsten von Zeit zu Zeit wiederholt wird, dienen besondere Vergleichsapparate oder Komparatoren, die nach der Art der Maasse verschieden sind.

Zur Vergleichung selbst ist immer ein Normalmaass erforderlich, dessen Länge für eine gewisse Temperatur genau bekannt ist; für andere Temperaturen lässt sich die Grösse mit Hilfe des Ausdehnungskoeffizienten berechnen. Meist sind die Normalmaasse aus Stahl hergestellt, haben eine Länge von 1 oder 2 m und sind an den Enden entweder senkrecht zu ihrer Längsachse abgeschnitten oder endigen in etwas abgerundete Schneiden.

Für Messstäbe aus Holz oder Stahl besteht der Vergleichsapparat gewöhnlich aus einer festen Unterlage, auf der in gewissen Abständen, entsprechend den Längen der zu vergleichenden Maasse, Stahlkörper befestigt werden können, deren Abstand etwas grösser ist als der zu untersuchende Stab. Zwischen diese Stahlkörper legt man zuerst das Normalmaass — unter Umständen mehrere Male — ein und misst den verbleibenden kleinen Zwischenraum mittels eines Keiles, wodurch man den Abstand der Stahlkörper für die mit zu beobachtende Temperatur erhält. Hierauf wird der zu vergleichende Stab eingelegt und der jetzt verbleibende Zwischenraum wieder mit dem Keil gemessen. Hieraus lässt sich alsdann für die Vergleichstemperatur die wirkliche Länge des Messstabes ermitteln. Ist z. B. der Abstand der Stahlkörper = A, die Länge des Normalmaasses = L und die bei Einlegung desselben gefundene Keilablesung = k_1, so ist $A = L + k_1$; wird nun der Messstab von der Länge L eingelegt, so möge die Keilablesung k_2 sein, mithin ist $A = L' + k_2$ und hieraus:

$$L' = L + k_1 - k_2.$$

Die Vergleichsapparate für Stahlbänder bestehen meist aus einem Balken aus Holz oder besser aus Eisen von der Länge des zu untersuchenden Bandes; auf diesem wird das Band an einer Seite angehangen, am anderen Ende über eine Rolle geführt und mit den der Normal-Spannung entsprechenden Gewichten belastet.

Mit Hilfe eines Normalbandes oder von Normalmaassstäben, deren genaue Länge durch eine Gleichung, die die Temperatur enthält, gegeben ist, wird nun zugesehen, ob das zu untersuchende Maass mit dem Normalmaasse übereinstimmt bez. wie gross die Abweichung ist.

Als Beispiel dafür möge das Folgende dienen:

Es war die Länge eines 50 m langen Bandes zu bestimmen; zu Gebote stand ein Vergleichsapparat von 20 m Länge und zwei Normalmeter von O. Fennel, bezeichnet mit Nr. 236 und 237, deren Länge bestimmt ist laut Beglaubigungsschreiben der Normal-Aichungskommission zu:

$$\text{Nr. } 236 = \text{Nr. } 237 = 1\text{ m} + 0{,}00\text{ mm} + 0{,}011\,(t - 18^\circ\text{C})$$

d. h. die Stäbe haben bei $t = 18^\circ$C bis auf 0,00 mm ihre richtige Länge; die Grösse 0,011 ist der Ausdehnungskoeffizient des Stahles für 1 m Länge und 1° Temperaturänderung. Ausserdem war noch

ein gutes Thermometer vorhanden, mit dem man die Temperaturen bequem auf 0,1° Celsius ermitteln konnte.

Das Band wurde auf den Vergleichsapparat, mit einem Gewichte von 10 kg belastet, ausgespannt und die Länge der ersten 20 Bandmeter markirt, dann wurden in ähnlicher Weise die zweiten 20 Bandmeter und schliesslich die letzten 10 Bandmeter bezeichnet und gemessen. Band, Normalmeter und Thermometer lagen vor der Vergleichung etwa eine Stunde auf dem Vergleichsapparate, damit völlige Temperaturausgleichung stattfinden konnte

Es ergab nun die am 10. November 1897 früh 10h begonnene Vergleichung:

$$\begin{array}{lll} 10^h\ 0^m & \text{Temperatur} & = -2^0{,}8\,\text{C} \\ 10^h\ 30^m & \text{„} & = -2{,}6\ \text{„} \\ \hline & \text{Mittel} & = -2^0{,}7\,\text{C.} \end{array}$$

Ferner:

$$\begin{array}{llllll} \text{die ersten} & 20 & \text{Bandmeter} & = 20 & \text{Stäbe} & + 4{,}0\,\text{mm} \\ \text{„ zweiten} & 20 & \text{„} & = 20 & \text{„} & + 3{,}9\ \text{„} \\ \text{„ letzten} & 10 & \text{„} & = 10 & \text{„} & + 2{,}0\ \text{„} \end{array}$$

demnach:

$$50\ \text{Bandmeter} = 50\ \text{Stäbe} + 9{,}9\ \text{mm.}$$

Nun ist bei $-2{,}7^0$ C die Länge der 50 Stäbe gleich 49,9886 m, daher die Länge der 50 Bandmeter bei $-2{,}7^0$ C gleich 49,9985 m. Bei 0° Temperatur hat das Band demnach eine Länge von $49{,}9985 + 2{,}7 \,.\, 0{,}011 \,.\, 50 = 50{,}0000$ m; es hat also bei Null Grad Temperatur seine richtige Länge.

Ein anderes zu der gleichen Zeit verglichenes Band von 25 m Länge hatte bei der Temperatur von $-2^0{,}7$ C die wirkliche Länge 24,9980 m, war also um 2 mm zu kurz, daher berechnet sich die Temperatur, für welches das Band seine richtige Länge hat, zu:

$$-2^0{,}7 + \frac{2{,}0}{0{,}011 \,.\, 25} = -2^0{,}7 + 7^0{,}3 = +4^0{,}6\,\text{C.}$$

2. Da es nicht möglich ist, das Maass völlig genau in die zu messende Linie einzulegen, vielmehr dasselbe immer mit seinen Enden etwas ausserhalb der zu messenden Linie liegen wird, so wird durch das öftere Aneinanderreihen eines Maassstabes eine Länge immer zu gross erhalten. Es fragt sich nun, wie gross der Einfluss einer Abweichung von der zu messenden Geraden auf das Messungsergebniss ist, beziehentlich wie gross die Abweichung aus der Geraden werden darf, ehe ein gewisser Einfluss auf die Längenmessung bemerkbar ist. Der Fehler wird nun, wie ohne weiteres klar ist, seinen grössten Einfluss ausüben, wenn bei jeder Anlage des Maassstabes von der Länge l das eine Ende um die Grösse Δl aus der Geraden abweicht, und diese Abweichung Δl einmal auf der einen und das folgende Mal auf der entgegengesetzten Seite von der Geraden auftritt, welcher Fall durch die Fig. 179

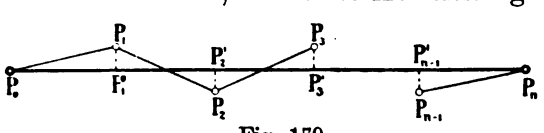


Fig. 179.

dargestellt wird. Unter der Annahme, dass die Linie $P_0 P_n$ auf dem so entstehenden Zickzackwege n Maassstabeinlagen enthält, bekommt man:

$$P_0P_1 + P_1P_2 + \ldots + P_{n-1}P_n = n.l;$$

hingegen sei die geradlinige Entfernung:

$$P_0P_n,$$

daher der durch die Ausweichung aus der Geraden hervorgerufene Fehler:

$$x_1 = P_0P_1 + P_1P_2 + \ldots + P_{n-1}P_n - P_0P_n.$$

Nun ist:

$$P_0P_n = P_0P'_1 + P'_1P'_2 + \ldots + P'_{n-1}P_n,$$

und unter der Voraussetzung, dass Δl dem l gegenüber klein auftritt, also die Wurzel nach dem Binomischen Satze entwickelt werden kann:

$$P_0P'_1 = l - {}^1/_2 \frac{(\Delta l)^2}{l}$$

$$P'_1P'_2 = l - 2\frac{(\Delta l)^2}{l}$$

$$P'_2P'_3 = l - 2\frac{(\Delta l)^2}{l}$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$P'_{n-1}P_n = l - {}^1/_2 \frac{(\Delta l)^2}{l},$$

und hieraus durch Addition:

$$P_0P_n = n.l - (2n-3)\frac{(\Delta l)^2}{l},$$

folglich:

$$x_1 = (2n-3)\frac{(\Delta l)^2}{l} = 2n\frac{(\Delta l)^2}{l} - 3\frac{(\Delta l)^2}{l} \quad \ldots \quad 66a)$$

Das letzte Glied kann vernachlässigt werden, denn es beträgt z. B. für $\Delta l = 0{,}25$ m, was nur bei einer ganz liederlichen Messung vorkommen könnte, und für $l = 20$ m:

$$3\frac{(\Delta l)^2}{l} = 0{,}009 \text{ m},$$

sodass für x_1 der Werth:

$$x_1 = 2n\frac{(\Delta l)^2}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 66)$$

als Fehler übrig bleibt.

Meist will man den relativen Fehler wissen, also x_1 dividirt durch die Gesammtlänge L, die im vorliegenden Falle genügend genau dargestellt wird durch:

$$L = n.l,$$

und es ergiebt sich:

$$\frac{x_1}{L} = 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 67)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung kann man für bekannte Werthe von Δl, l und n den Werth von x_1 ermitteln.

Es interessirt aber diejenige Frage mehr, wie gross die Abweichung von der Geraden werden darf, damit ein gewisser relativer Fehler, der allgemein mit $\frac{1}{N}$ bezeichnet werden möge, nicht überschritten werde. Es muss dann sein:

$$\frac{x_1}{L} \leqq \frac{1}{N},$$

oder unter Einführung von x_1:

$$\Delta l \leqq l \cdot \sqrt{\frac{1}{2N}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 68)$$

Die sächsische Markscheiderverordnung vom 3. Dezember 1868 verlangt als Genauigkeit einer Längenmessung $\frac{1}{5000}$ der gemessenen Länge. Setzt man nun, da bei der Messung noch verschiedene andere Fehlerquellen hinzukommen können, in der Gleichung $N = 20\,000$, so wird:

$$\Delta l = 0{,}005 \cdot l \quad \ldots\ldots\ldots \quad 69)$$

und diese Gleichung liefert für:

$l =$	3 m	5 m	20 m	25 m	30 m
$\Delta l =$	0,015 m	0,025 m	0,100 m	0,125 m	0,150 m;

es kann also beispielsweise unter Benutzung eines 20 m langen Bandes jeder Punkt eines Bandendes um 0,100 m von der zu messenden Geraden abweichen, ehe der relative Fehler von 1:20 000 erreicht wird.

Aus den vorstehenden Betrachtungen geht hervor, dass bei kurzen Maassen das Innehalten der Geraden nöthiger ist als bei langen, wesshalb man auch bei den kurzen Messstäben längs gespannter Schnur oder längs einer angeschnürten Linie hinmisst. Bei Benutzung von Messbändern von über 20 m Länge braucht man aber nicht so peinlich auf das Bleiben in der Geraden zu achten, es genügt vollkommen, die Bandbaken nach dem Augenmaasse in die Gerade einzurichten, zumal wenn man noch berücksichtigt, dass Gleichung 66 den grössten Fehler darstellt und es nicht anzunehmen ist, dass man immer nach entgegengesetzter Richtung von der Geraden abweicht. Dagegen ist aber bei kurzen Endstücken darauf zu achten, dass der vorletzte Messungspunkt möglichst genau in die zu messende Gerade zu liegen kommt.

Je grösser aber die verlangte Genauigkeit in der Längenmessung ist, also bei Grundlinien, um so mehr ist auf das genaue Einrichten in die Linie Rücksicht zu nehmen; es geschieht dies alsdann mit Hilfe eines Fernrohres.

3. Die Ausdehnung der Längenmaasse kommt, wie schon bemerkt, hauptsächlich bei den Stahlbändern und Metallmaassstäben in Frage, während sie bei Holzmaassstäben als verschwindend angesehen

werden kann. Es ist die Ausdehnung des Bandes durch die Wärme oft sehr beträchtlich; die Messungen über Tage beziehen sich meist auf die Temperatur 0^0, während in der Grube häufig hohe Temperaturen vorkommen, und es muss dann in Uebereinstimmung mit der Tagemessung die Ausdehnung durch die Wärme berücksichtigt werden. Da der Ausdehnungskoeffizient des Stahls etwa 0,000012 für den Grad des hunderttheiligen Thermometers und 1 m Länge beträgt, so ist z. B. wenn bei einer Temperatur von + 25° eine Länge von 500 m gemessen worden ist, die Verbesserung wegen der Ausdehnung in Millimetern:

$$+ 0{,}012 \,.\, 25 \,.\, 500 = + 150 \text{ mm},$$

oder rund $\frac{1}{3300}$ der Länge, also in vielen Fällen, wie z. B. bei Schachtteufenmessungen, nicht zu vernachlässigen.

Bei der Berücksichtigung und Berechnung dieser Verbesserung ist diejenige Temperatur als Ausgangspunkt der Zählung zu nehmen, bei welcher das Band seine richtige Länge hat. Das Vorzeigen der Verbesserung ergiebt sich dann ohne weiteres aus demjenigen der Temperatur, höhere, als die Normaltemperatur positiv, niedere als negativ betrachtet.

Die folgende Tabelle enthält unter der Voraussetzung eines Ausdehnungskoeffizienten des Stahls von 0,000 012 für Meter und Grad Celsius die Veränderungen Δl des Messbandes in Millimetern, wenn t die Temperatur in Celsiusgraden, l die gemessene Länge in Metern bezeichnet.

t	l										$\frac{\Delta l}{l}$	t
	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m	30 m	35 m	40 m	45 m	50 m		
	Δl Millimeter											
5°	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	1 : 16700	5°
10°	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0	1 : 8300	10°
15°	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0	1 : 5500	15°
20°	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0	7,2	8,4	9,6	10,8	12,0	1 : 4200	20°
25°	1,5	3.0	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	1 : 3300	25°
30°	1,8	3,6	5,4	7,2	9,0	10,8	12,6	14,4	16,2	18,0	1 : 2800	20°

Die vorletzte Spalte enthält für die betreffende Temperatur den jedesmaligen relativen Fehler $\frac{\Delta l}{l}$, verursacht durch die Temperatur, welcher bei höheren Temperaturen einen beträchtlichen Werth annehmen kann.

Die Anbringung der Temperaturkorrektion kann nun an jeder gemessenen Länge geschehen, bevor die Berechnung der Coordinaten erfolgt, welches Verfahren bei stark wechselnden Temperaturen zweckmässig ist. Bleibt dagegen die Temperatur nahezu dieselbe, und sind besonders verhältnissmässig wenig feste Punkte vorhanden, so ist es zweckmässiger, zunächst mit den direkt gefundenen Längen der Zugseiten die Coordinaten x und y der einzelnen festen Punkte

zu berechnen und an diesen Coordinaten erst die Verbesserungen anzubringen. Es ergeben sich nämlich, da die Ausdehnung bez. Verkürzung der Temperatur t^0 und der Länge l der gemessenen Seiten proportional ist, die verbesserten Coordinaten x' und y' zu:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x + 0{,}000012 \,.\, t^0 \,.\, x \\ y' &= y + 0{,}000012 \,.\, t^0 \,.\, y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 70)$$

welche Rechnung mit Hilfe des logarithmischen Rechenschiebers sehr bequem ausgeführt werden kann; x und y sind hierbei in Metern einzuführen, das Verbesserungsglied wird ebenfalls in Metern erhalten.

Es möge noch hervorgehoben werden, dass es bei Ermittelung der Temperatur während der Messung der Längen nicht auf so grosse Genauigkeit ankommt; wie aus der letzten Tabelle ersichtlich ist, haben im Allgemeinen einige Grad Temperaturunterschied keinen grossen Einfluss auf die Verbesserung.

4. Ein ohne besondere Spannung auf eine horizontale Unterlage gelegtes Stahlband wird stets durch die Federkraft des Stahles eine Wellenlinie bilden, es muss infolgedessen das Band bei Längen- und Teufenmessungen angespannt werden, und zwar soll diese Spannung immer dieselbe und derjenigen Spannung gleich sein, die das Band bei der Herstellung der Theilung hatte; meist ist dieselbe 10—12 kg.

Durch höhere Spannungen tritt eine Streckung ein.

Zur Erzielung einer bestimmten Spannung benutzt man häufig eine in den Bandring eingeschaltene Federwaage, an der man die betreffende Spannung ablesen kann; für die meisten Fälle ist jedoch zu bemerken, dass ein gut eingerichteter, gewissenhafter Gehilfe einen sehr gleichbleibenden Zug ausführt, sodass in diesem Falle die Federwaage überflüssig wird.

5. Infolge des Eigengewichtes des Stahlbandes biegt sich ein freischwebendes Band durch und bildet eine Kettenlinie, die man bei der gebräuchlichen Spannung der Bänder als flachen Parabel- oder Kreisbogen ansehen kann. Durch die Einsenkung entsteht ein Fehler in der Längenmessung insofern, als man die Länge zu gross findet, die Verbesserung wegen Einsenkung also stets von der direct gemessenen Länge zu subtrahiren ist.

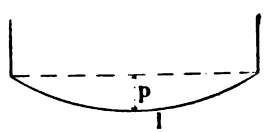


Fig. 180.

Der Fehler x_2 ergiebt sich, wenn p die Einsenkung des freischwebenden Bandes von der Länge l in der Mitte (Fig. 180) bezeichnet:

$$x_2 = \frac{8}{3} \cdot \frac{p^2}{l} \quad \ldots\ldots \quad 71)$$

Die Einsenkung p ist abhängig vom Eigengewicht des Bandes und der angewendeten Spannung; sind beide bekannt, so lässt sich p berechnen aus der Theorie der Kettenlinie. Zweckmässiger aber ist es, für bestimmte Arten von Bändern bei einer Spannung, die beim Gebrauch benutzt wird, die Einsenkung p bei verschiedenen Längen l durch den Versuch zu ermitteln.

Auf diese Weise hat Professor Dr. M. Schmidt (Die Beschaffung genauer Seigerteufen u. s. f. Jahrb. f. d. B. u. H. im Königr. Sachsen 1885) für die gebräuchlichen Grubenbänder von 10 mm Breite und etwa 30 gr Eigengewicht für den laufenden Meter gefunden, dass bei 10 kg Spannung und freie Bandlängen bis zu 50 m die Einsenkung so genügend genau dargestellt wird durch die Gleichung:

$$p = 0{,}27\, l^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 72)$$

woraus p in Millimetern gefunden wird, wenn l in Metern eingeführt ist; und daher:

$$x_2 = 0{,}0002 . l^3, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 73)$$

wobei x_2 ebenfalls in Millimetern erhalten wird, wenn l in Metern eingeführt wird.

Nach Gleichung 73 berechnen sich die folgenden Werthe von x_2:

l	=	10	20	30	40	50 m
x_2	=	0,2	1,6	5,4	12,8	25,0 mm

und die entsprechenden relativen Fehler in runden Zahlen:

$$\frac{x_2}{l} = \frac{1}{50\,000} \quad \frac{1}{12\,500} \quad \frac{1}{5500} \quad \frac{1}{3100} \quad \frac{1}{2000}.$$

Hieraus ist ersichtlich, dass bei grösseren Bandlängen und für sehr genaue Messungen der Einsenkungsfehler nicht zu vernachlässigen ist.

Man kann ihn aber unschädlich machen, wenn man das Band an einer oder mehreren Stellen unterstützt; zu diesem Zweck spannt man gewöhnlich eine straffe Schnur, die sich wegen ihres geringen Eigengewichtes nur sehr wenig einsenkt, und hebt das Band bis an die Schnur.

Wenn der Teufenunterschied von Horizontalmessungen ein sehr beträchtlicher ist, so ist noch eine besondere Verbesserung anzubringen.

Nimmt man z. B an, zwei seigere Schächte $S_1 S'_1$ und $S_2 S'_2$ haben über Tage den Abstand $S_1 S_2 = L$, so ist unter Tage deren Abstand $S'_1 S'_2$ kleiner als L und zwar findet sich der Unterschied beider Messungen, wenn h den Seigerunterschied zwischen S_1 und S_1 und r den Krümmungsradius der Erde bezeichnet:

$$l = \frac{h}{r - h} \cdot L$$

oder, da h gegenüber r klein ist:

$$l = \frac{h}{r} \cdot L, \quad \ldots\ldots \quad 74)$$

welche Verbesserung in manchen Fällen nicht zu vernachlässigen ist.

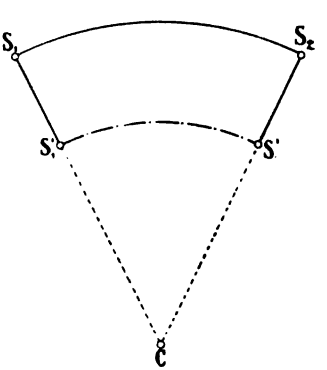


Fig. 181.

Gewöhnlich sind die beiden Punkte S'_1 und S'_2 durch einen Polygonzug miteinander verbunden; dann ist es, weil die Reduktion

jeder Polygonseite auf den Meereshorizont zu viel Arbeit und ausserdem verschwindend kleine Verbesserungen geben würde, zweckmässig, die Coordinaten x und y der einzelnen festen Punkte in der betr. Sohle im Verhältniss $\frac{h}{r}$ zu $\frac{\text{verkleinern}}{\text{vergrössern}}$, je nachdem der Zug um h $\frac{\text{höher}}{\text{tiefer}}$ liegt als der Meeresspiegel, sodass das verbesserte x' bez. y' ist:

$$x' = x + \frac{h}{r}x; \quad y' = y + \frac{h}{r}y.$$

Die vorgenannten regelmässigen Fehler wirken einseitig, entweder verkürzend oder verlängernd, auf die Längenmessungen und lassen sich, wie angegeben, auf dem Wege der Rechnung beseitigen, oder sie können durch geeignete Vorsichtsmaassregeln so klein gehalten werden, dass sie nicht schädlich wirken.

Anders ist es bei den zufälligen oder unvermeidlichen Messungsfehlern; sie rühren von den kleinen Unsicherheiten in der Messung selbst her und treten bald positiv, bald negativ auf. Für diese zufälligen Fehler gilt nun nach den Lehren der Methode der kleinsten Quadrate, unter der Voraussetzung, dass ein Maass mehrmals in die zu messende Länge L eingelegt wird, die Gleichung:

$$m = \mu\sqrt{L}, \quad \ldots\ldots\ldots, \quad 75)$$

worin m den mittleren Fehler der Messung der Länge L in Metern, μ den mittleren Fehler der Längeneinheit in Millimetern angiebt. Zur wirklichen Bestimmung von m ist der Werth von μ erforderlich, der sich auf dem Wege des Versuchs ermitteln lässt, indem man eine Länge, die mit vorzüglichen Längenmessinstrumenten gemessen wurde, mit denjenigen Längenmessinstrumenten misst, für die der mittlere Fehler der Längeneinheit zu bestimmen ist.

So fand z. B. Professor Lorber:

$$\mu = 0{,}2 \text{ mm}$$

für die Messung mit Zweimeterstäben längs gespannter Schnur; Professor Dr. Schmidt für Stahlbänder bei Berücksichtigung sämmtlicher Fehlerquellen:

$$\mu = 0{,}22 \text{ mm},$$

bei Nichtberücksichtigung derselben, und wenn die Messungen von Arbeitern ausgeführt werden:

$$\mu = 0{,}5 \text{ mm}.$$

Gut ausgeführte Bandmessungen stehen also der Messung mit Stäben nicht nach, gestatten aber ein viel schnelleres Arbeiten; für beide Messungen kann man das μ gleich 0,2 mm setzen. Der wirklich vorkommende Fehler Δ beträgt nun, ebenfalls nach der Ausgleichungsrechnung, den vierfachen Werth vom mittleren Fehler, sodass sich ergiebt:

$$\Delta = 0{,}8\sqrt{L}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 76)$$

worin Δ in Millimetern erhalten wird, wenn man L in Metern einführt.

Bildet man noch den relativen Fehler $\frac{\Delta}{L}$, so hat man für einige Werthe von L:

$$L = 50 \text{ m}, \quad \frac{\Delta}{L} = 1 : 9000,$$

$$L = 100 \text{ m}, \quad \frac{\Delta}{L} = 1 : 12500,$$

$$L = 150 \text{ m}, \quad \frac{\Delta}{L} = 1 : 15000,$$

$$L = 200 \text{ m}, \quad \frac{\Delta}{L} = 1 : 17700,$$

$$L = 500 \text{ m}, \quad \frac{\Delta}{L} = 1 : 28000,$$

$$L = 1000 \text{ m}, \quad \frac{\Delta}{L} = 1 : 40000.$$

Dass der relative Fehler bei zunehmenden Längen kleiner wird, findet dadurch seine Erklärung, dass bei einer grösseren Anzahl von Maassstabanlagen die kleinen Fehler einmal positiv, einmal negativ auftreten und sich so mehr ausgleichen.

IV. Abschnitt.

Der Gradbogen und seine Anwendung.

Der Gradbogen und seine Anwendung.

Der Gradbogen gehört zu den Hängeinstrumenten und dient dazu, den Winkel zu bestimmen, unter dem eine straffgespannte Schnur gegen den Horizont geneigt ist.

Es ist ein in nebenstehender Form durchbrochener, getheilter Halbkreis von etwa 12—14 cm Durchmesser aus dünnem Metallblech, der an den Enden des Durchmessers zwei Hakenarme trägt. An diesen sind die Haken mit je zwei Schrauben so befestigt, dass einmal der eine Haken auf der einen, der andere Haken auf der anderen Seite des Gradbogens sich befindet und dass zweitens die offenen Seiten der Haken nach entgegengesetzten Seiten hin liegen. Dadurch wird ein gutes Ausbalanciren des ganzen Gradbogens ermöglicht, sodass das im Mittelpunkt der Theilung angebrachte kleine Loth bei ruhig hängendem Gradbogen an der Metallfläche, die die Theilung trägt, anliegt. Die Hakenarme haben je einen Einschnitt, der so tief ist, dass zwischen Schnur und Ende des Einschnittes noch eine kräftige Nadel eingesteckt werden kann, damit nicht der Hakenarm bei steiler Schnur von dieser sich abheben kann.

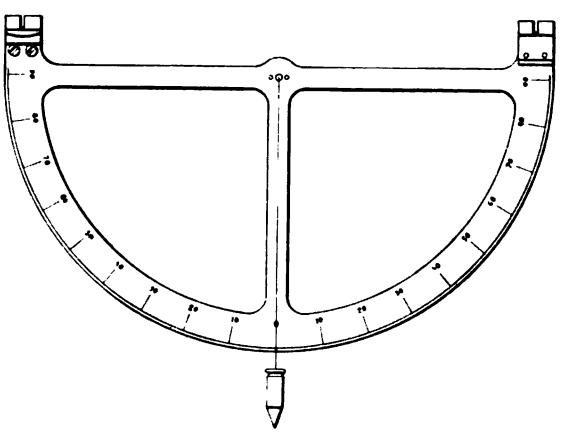


Fig. 182.

Fig. 183.

Der im Mittelpunkt des getheilten Halbkreises aufgehangene Lothkörper ist gewöhnlich an einem dunklen Frauenhaare befestigt, an dem die Theilung abgelesen wird. Fäden, auch dünne, sind unzweckmässig, da sie für den vorliegenden Zweck schon zu stark sind.

Der Nullpunkt der Theilung liegt an der am weitesten von den Haken entfernten Stelle und die Bezifferung geht vom Nullpunkte aus nach beiden Seiten nach den Hakenarmen zu. Ursprünglich war die Theilung des Gradbogens in Stunden und Bruchtheilen derselben von 0 bis 6^h ausgeführt, später in Graden beiderseitig bis 90^0. Die Unterabtheilung war meist je nach dem Ort eine verschiedene, gewöhnlich $^1/_4{}^0$ (Fig. 184), die durch Schätzung noch weiter getrieben wurde, und zwar wurde jedes Viertel wieder in zwei Achtel oder in 3 Drittel getheilt, die dann durch plus (p, oder +) und minus (m, oder —) bezeichnet wurden. Innerhalb eines Grades, etwa von 0 bis 1^0 war infolge dessen die Unterabtheilung und ihr Werth in Gradmaass:

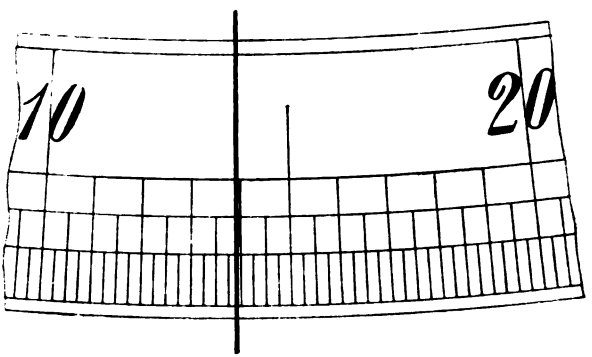


Fig. 184.

im ersten Falle:

0^0	$0 = 0^0$	$0'$	$0''$
	$^1/_8 =$	7	30
	$^1/_4 =$	15	0
	$^3/_8 =$	22	30
	$^1/_2 =$	30	0
	$^5/_8 =$	37	30
	$^3/_4 =$	45	0
	$^7/_8 =$	52	30
1^0	$0 = 1^0$	$0'$	$0''$

kleinste abgelesene Grösse $= ^1/_8{}^0 = 7' 30''$.

im zweiten Falle:

0^0	$0 = 0^0$	$0'$	$0''$
	0 p =	5	0
	$^1/_4$ m =	10	0
	$^1/_4$ =	15	0
	$^1/_4$ p =	20	0
	$^1/_2$ m =	25	0
	$^1/_2$ =	30	0
	$^1/_2$ p =	35	0
	$^3/_4$ m =	40	0
	$^3/_4$ =	45	0
	$^3/_4$ p =	50	0
	1 m =	55	0
1^0	$0 = 1^0$	$0'$	$0''$

kleinste abgelesene Grösse $= ^1/_{12}{}^0 = 5' 0''$.

Die letztere Theilungsweise war besonders in Sachsen gebräuchlich, und schätzten dabei manche Markscheider auch noch halbe plus und minus. Während in Norddeutschland bei der Zwölftelgradtheilung die Werthe meist in Minuten aufgezeichnet wurden, geschah dies in Sachsen durch die Angabe mit plus und minus, und

waren dementsprechend auch die Tafeln, die zur Bestimmung von Sohle und Seigerteufe einer flachen Schnur dienten, eingerichtet.

In den Tafeln der vielfachen Sinus und Cosinus oder der Längen und Breiten von Adolph Wagner, Freiberg, Verlag von Craz & Gerlach, ist die Achtel- und Zwölftelgradtheilung vereinigt, sie hat für die vielfachen Sinus und Cosinus die folgenden Eingänge:

0°	=	0°	0′	0″
0 p	=		5	0
1/8	=		7	30
1/4 m	=		10	0
1/4	=		15	0
1/4 p	=		20	0
3/8	=		22	30
1/2 m	=		25	0
1/2	=		30	0
1/2 p	=		35	0
5/8	=		37	30
3/4 m	=		40	0
3/4	=		45	0
3/4 p	=		50	0
7/8	=		52	30
1 m	=		55	0
1° 0	=	1°	0′	0″

Eine ganz besondere Theilung war in Braunschweig gebräuchlich; bei dieser wurde jeder Viertelgrad in 6 Theile zerlegt, sodass die kleinste abgelesene Grösse $1/24^0 = 2'30''$ betrug. Die Schreibweise, Bezeichnung und der Werth der Unterabtheilungen sind aus folgender Zusammenstellung ersichtlich:

0° 0			=	0° 0′	0″
r	unmerklich reichlich		=	2	30
r̲	reichlich minus		=	5	0
r	reichlich		=	7	30
1/4 s	ein Viertel scharf		=	10	0
1/4 ss	ein Viertel sehr scharf		=	12	30
1/4	ein Viertel		=	15	0
1/4 r	ein Viertel unmerklich reichlich		=	17	30
1/4 r̲	ein Viertel reichlich minus		=	20	0
1/4 r	ein Viertel reichlich		=	22	30
1/2 s	ein Halb scharf		=	25	0
1/2 ss	ein Halb sehr scharf		=	27	30
1/2	ein Halb		=	30	0
1/2 r	ein Halb unmerklich reichlich		=	32	30
1/2 r̲	ein Halb reichlich minus		=	35	0
1/2 r	ein Halb reichlich		=	37	30
3/4 s	drei Viertel scharf		=	40	0
3/4 ss	drei Viertel sehr scharf		=	42	30

$^3/_4$	drei Viertel	=	45′ 0″
$^3/_4$ r	drei Viertel unmerklich reichlich	=	47 30
$^3/_4$ $\underline{r}$	drei Viertel reichlich minus	=	50 0
$^3/_4$ r	drei Viertel reichlich	=	52 30
1 s	Eins scharf	=	55 0
1 ss	Eins sehr scharf	=	57 30
1	Eins	=	1° 0′ 0″

Jetzt ist wohl ausnahmslos die Zehntelgradtheilung gebräuchlich, hierbei ist der Grad in 5 Theile auf dem Gradbogen getheilt, diese Theile von 0°,2 Werth können dem Augenmaasse nach bequem halbirt werden, wodurch man die Zehntel, und durch weitere Schätzung unter Umständen auch die halben Zehntel bestimmen kann, sodass man auf $\frac{1}{20^0} = 3'$ die Ablesung des Neigungswinkels erhalten kann.

Die so erhaltenen Neigungswinkel γ dienen dazu, die Sohlen- und Seigerteufenunterschiede zwischen den beiden aufeinanderfolgenden Punkten aus den gemessenen flachen Längen f zu berechnen nach den Formeln:

$$h = f \sin \gamma$$

und

$$s = f \cos \gamma.$$

Zur Vereinfachung der Rechnung sind, wie schon angeführt, Tafeln berechnet worden, welche die vielfachen Sinus und Cosinus für die gebräuchliche Weise der Ablesung der Neigungswinkel γ am Gradbogen angeben. Die hauptsächlichsten neueren dieser Tabellen sind:

1. „Tafel der vielfachen Sinus und Cosinus, sowie der vielfachen Sinus versus von kleinen Winkeln, nebst Tafel der einfachen Tangenten zum Gebrauche für praktische Geometer und Mechaniker überhaupt und für Markscheider besonders. Zusammengestellt von Julius Weisbach, Königl. Sächs. Bergrath und Professor an der Königl Sächs. Bergakademie zu Freiberg. Berlin, Weidmann'sche Buchhandlung.

Dieselben enthalten die ein- bis neunfachen Sinus und Cosinus für Winkel von 0,1 zu 0,1 Grad fortschreitend; mit Hilfe von Differenzen kann man noch für halbe Zehntel die Sinus und Cosinus bestimmen.

Mit ihnen erhält man z. B. für:

die flache Schnurlänge $f = 12{,}783$ m,

Neigungswinkel der Schnur $\gamma = 3^0{,}75^0$:

		f sin	f cos
für 10	m Schnurlänge	0,6540 m	9,9785 m
„ 2	„ „	0,1308 „	1,9957 „
„ 0,7	„ „	0,0458 „	0,6985 „
„ 0,08	„ „	0,0052 „	0,0798 „
„ 0,003	„ „	0,0002 „	0,0030 „
		0,8360 m	12,7555 m
		$= h = f \sin \gamma$	$= s = f \cos \gamma$.

2. Mathematische Tafeln für Markscheider und Bergingenieure von E. Lüling. Berlin. Verlag von Julius Springer.

In diesen sind die ein- bis zwanzigfachen Sinus und Cosinus für Winkel von 5′ zu 5′ fortschreitend angegeben, die Differenzen gestatten, für 2′,5 fortschreitend die Sinus und Cosinus aufzuschlagen.

Beide Tafeln sind sehr empfehlenswerth, da sie auch zur Berechnung der Coordinaten dienen. Selbstverständlich kann die Berechnung der Produkte $f \sin \gamma$ und $f \cos \gamma$ auch mit Logarithmen, oder mit Produktentafeln oder unter Benutzung der Junge'schen Tabellen „Tafeln der wirklichen Länge der Sinus und Cosinus für den Radius 1000000 und für alle Winkel des ersten Quadranten von 10 zu 10 Sekunden für Markscheider, Geometer, Eisenbahningenieure, Mechaniker, Astronomen und Mathematiker". Herausgegeben von Dr. Aug. Junge, Professor der höheren Mathematik und Lehrer der praktischen Markscheidekunst an der Königlichen Bergakademie zu Freiberg. Leipzig. Verlag von Arthur Felix, welche die einfachen Sinus und Cosinus der Winkel von 10″ zu 10″ und ausserdem für $0^g,01$ zu $0^g,01$ fortschreitend auf sechs Decimalstellen angeben, mit der Rechenmaschine ausgeführt werden.

Beispielsweise war:

flache Schnurlänge $f = 12{,}783$ m

Neigungswinkel der Schnur $\gamma = 3^g,75$.

Nach den Junge'schen Tafeln ergiebt sich dann:

$$\sin \gamma = 0{,}065403$$
$$\cos \gamma = 0{,}997859$$

und damit:

$$h = f . \sin \gamma = 0{,}8360 \text{ m}$$
$$s = f . \cos \gamma = 12{,}7556 \text{ „}.$$

Theorie des Gradbogens.

Was nun die machanische Ausführung des Gradbogens anlangt, so muss einmal das Metallblech, das den Gradbogen bildet, völlig eben sein. Weiter ist durch Versetzung der Hakenarme gegeneinander für völlige Ausbalancirung des Ganzen Sorge zu tragen, so dass bei ruhig hängendem Gradbogen das Loth stets anliegt und so ein sicheres Ablesen gestattet. Ferner dürfen die Theilstriche auf dem Gradbogen nicht bis an die Kante des Metalls durchgehen, sondern müssen vorher abgesetzt sein, damit nicht das Lothhaar in den vertieften Theilstrichen hängen bleibt und dadurch leicht verletzt wird. Ausserdem muss die Theilung in sich richtig sein.

Setzt man einen derartigen Gradbogen voraus, so wird derselbe, abgesehen von einem noch weiter zu besprechenden, wesentlichen Umstande, der aber mit der Konstruktion des Gradbogens nichts zu thun hat, nur dann die wirkliche Schnurneigung angeben, wenn er die Bedingungen erfüllt, dass:

1. die Aufhängelinie, die durch die beiden Haken dargestellt wird, parallel ist zu dem Durchmesser, der durch die beiden 90^g Theilstriche hindurch geht und

2. der Aufhängungspunkt des Lothes mit dem Mittelpunkt des getheilten Halbkreises zusammenfällt.

Um die durch die Abweichungen von diesen Konstruktionsbedingungen erzeugten Fehler näher kennen zu lernen, ist es am zweckmässigsten, sie getrennt zu behandeln.

Ist 1. der die 90° Theilstriche verbindende Durchmesser nicht parallel zur Aufhängelinie, ist also mit anderen Worten der eine Haken länger als der andere, so entsteht ein sogenannter Indexfehler.

Setzt man voraus, dass die Aufhängelinie mit dem 90°-Durchmesser einen Winkel β bildet, so ergiebt der an eine gegen den Horizont an den Winkel γ geneigte Schnur angehangene Gradbogen eine Ablesung γ_1, deren Grösse sich bestimmt zu:

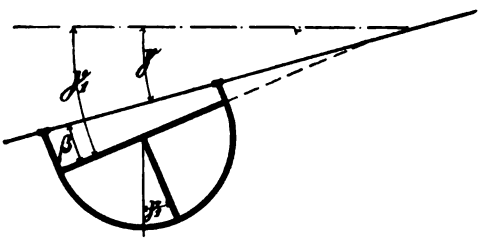


Fig. 185.

$$\gamma_1 = \gamma + \beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad 77)$$

Hängt man nun den Gradbogen an seiner Stelle um, sodass die Hakenarme verwechselt werden, so ergiebt sich eine Ablesung γ_2:

$$\gamma_2 = \gamma - \beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad 77a)$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$\beta = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 78)$$

woraus sich also auf einfache Weise, nämlich durch Umhängen, die Grösse des Indexfehlers bestimmen lässt.

Andererseits folgt auch:

$$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 79)$$

oder in Worten: Der Indexfehler, der übrigens für jede beliebige Schnurneigung eine gleichbleibende Grösse ist, kann durch Umhängen des Gradbogens unschädlich gemacht werden.

Fällt 2. der Aufhängepunkt des Lothes nicht mit dem Mittelpunkt des getheilten Kreises zusammen, so entsteht ein Excentricitätsfehler.

In nebenstehender Figur sei A der Aufhängepunkt des Lothes,

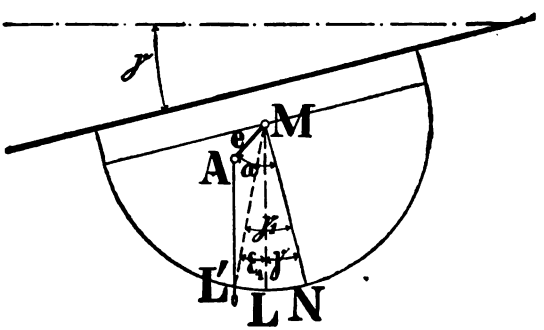


Fig. 186.

M der Mittelpunkt des getheilten Halbkreises vom Halbmesser r, γ der wirkliche Neigungswinkel der Schnur gegen den Horizont, $AM = e$ die lineare Excentricität und der Winkel $NMA = \omega$ die Richtung derselben bezogen auf den Nullpunkt des Gradbogens. Dann liest man an Stelle des Bogens NL, der den Neigungswinkel γ der Schnur darstellt, den Bogen $NL' = \gamma_1$ am Lothe ab und bezeichnet man den Winkel L'ML mit ε_1, so ergiebt sich:

$$\gamma = \gamma_1 - \varepsilon_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 80)$$

Da nun e eine sehr kleine Grösse ist, so kann man setzen:

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{LL'}{r}$$

und ausserdem ist:

$$LL' = e \sin(\omega - \gamma),$$

oder:

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{e}{r} \sin(\omega - \gamma),$$

oder da ε_1 als kleiner Winkel auftritt:

$$\varepsilon_1'' = \varrho'' \frac{e}{r} \sin(\omega - \gamma) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 81)$$

Dieser Werth ist periodisch und nimmt seinen grössten Werth an für:

$$\omega - \gamma = 90^0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 82)$$

d. h. wenn die Excentricitätsrichtung horizontal ist.

Der Maximalwerth ε_{max} selbst wird dann:

$$\varepsilon_{max} = \varrho'' \frac{e}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 83)$$

Dies giebt für $e = 0{,}1$ mm, $r = 115$ mm : $\varepsilon_{max} = 3'$, also für diese geringe Excentricität schon einen Werth, der der Ablesungsgenauigkeit am Gradbogen gleichkommt.

Andererseits tritt der kleinste Werth ε_{min} ein für:

$$\omega - \gamma = 0^0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 84)$$

d. h. wenn die Excentricitätsrichtung AM vertikal steht.

Der Minimalwerth selbst wird:

$$\varepsilon_{min}'' = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 85)$$

Hängt man jetzt den Gradbogen an der Schnur um, so erhält man die Ablesung γ_2 und es ist:

$$\gamma = \gamma_2 + \varepsilon_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 86)$$

und es ergiebt sich für ε_2 ähnlich wie vorher:

$$\varepsilon_2'' = \varrho'' \frac{e}{r} \sin(\omega + \gamma) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 87)$$

Hieraus folgt, dass ε_2'' von ε_1'' verschieden ist, dass sich also der Excentricitätsfehler durch Umhängen nicht beseitigen lässt, es folgt vielmehr aus 80 und 86:

$$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 88)$$

Es ist demnach dem arithmetischen Mittel der Ablesungen γ_1 und γ_2 am Gradbogen vor und nach dem Umhängen noch das subtraktive Glied:

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$$

beizufügen, um die wirkliche Schnurneigung γ zu erhalten.

Der Betrag von $\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$ selbst ergiebt sich zu:

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} = -\varrho'' \frac{e}{r} \cos \omega \sin \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 89)$$

ist also auch periodisch, und der Maximalwerth wird:

$$-\varrho'' \frac{e}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 89a)$$

werden, also unter Umständen auch ausserhalb der Grenze der Ablesungsgenauigkeit liegen

Es handelt sich nun um die Bestimmung der Excentricitätselemente e und ω.

Aus den Gleichungen 80, 81, 86 und 87 ergiebt sich einmal:

$$\gamma_1 - \gamma_2 = 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin \omega \cos \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 90)$$

andrerseits:

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 2\gamma - 2\varrho'' \frac{e}{r} \cos \omega \sin \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 91)$$

Nimmt man eine söhlige Schnur an, also $\gamma = 0$ und macht man vor und nach dem Umhängen die Ablesungen γ_1^0 und γ_2^0, so ergiebt sich aus 90:

$$\gamma_1^0 - \gamma_2^0 = 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 92)$$

Wählt man andrerseits eine seigere Schnur, also $\gamma = 90^0$ und hängt an dieser den Gradbogen an und um, wobei sich die Ablesungen γ_1^{90} und γ_2^{90} ergeben, so folgt aus Gleichung 91:

$$180^0 - (\gamma_1^{90} + \gamma_2^{90}) = 2\varrho'' \frac{e}{r} \cos \omega \quad . \quad . \quad . \quad 93)$$

und hieraus durch Division von 92 durch 93:

$$\tan \omega = \frac{\gamma_1^0 - \gamma_2^0}{180^0 - (\gamma_1^{90} + \gamma_2^{90})} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 94)$$

sowie für e mit Rechenprobe:

$$e = \frac{\gamma_1^0 - \gamma_2^0}{2\varrho'' \sin \omega} r = \frac{180^0 - (\gamma_1^{90} + \gamma_2^{90})}{2\varrho'' \cos \omega} r \quad . \quad . \quad . \quad 95)$$

Durch die beiden Gleichungen 94 und 95 ergeben sich die Excentricitätselemente ω und e allerdings der Natur der Sache nach verhältnissmässig unsicher; will man eine grössere Genauigkeit in der Bestimmung dieser Grössen haben, so würde die Methode der kleinsten Quadrate anzuwenden sein.

Aus dem Angegebenen geht hervor, dass die Genauigkeit, die der Gradbogen in Bezug auf die Höhenwinkelmessung giebt, keine sehr grosse ist. Meist benutzt man den Gradbogen zur Bestimmung der Sohlen schwach geneigter Schnuren; hierbei kommt ein Fehler in der Höhenwinkelmessung wenig in Betracht. Denn aus der Gleichung $s = f . \cos \gamma$, worin s die Sohle, f die gemessene flache Länge der unter dem Winkel γ geneigten Schnur bezeichnet, folgt durch Differentiation:

$$\delta s = - f \sin \gamma \frac{\delta \gamma''}{\varrho''} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 96)$$

durch welche Gleichung die Einwirkung δs eines Fehlers $\delta \gamma''$ in der Höhenwinkelmessung auf die Sohlenbestimmung dargestellt wird, ϱ'' bezeichnet hierin die Zahl 206265. Dieser Fehler δs wird umso kleiner, je kleiner γ selbst ist

Es kommt nun noch hinzu, dass ein in der Mitte einer gespannten Schnur angehangener Gradbogen infolge der erzeugten Schnureinsenkung nicht den wahren Neigungswinkel der Linie durch die Schnurendpunkte angiebt, sondern stets zu kleine Werthe.

Von verschiedenen Seiten sind Untersuchungen darüber angestellt worden, an welcher Stelle der straff gespannten Schnur der Gradbogen anzuhängen ist, um die wahre Neigung der Schnur zu erhalten; so findet z. B. Professor Junge, dass der Gradbogen etwa um $^1/_{10}$ der Schnurlänge oberhalb der Schnurmitte anzuhängen sei. Bergrath Borchers und Professor Dr. M. Schmidt haben den Weg eingeschlagen, dass sie die Verbesserung bestimmen, die der in der Mitte der Schnur durch den Gradbogen angegebenen Ablesung hinzuzufügen ist.

Die Untersuchungen von Professor Dr. Schmidt (Jahrbuch für das Berg- und Hüttenwesen im Königreich Sachsen auf das Jahr 1884 Seite 210) sind die vollständigsten und theoretisch interessantesten. Sie ergeben, dass die Verbesserung

1. direkt proportional dem Gewicht des benutzten Gradbogens ohne Lothkörper und
2. der durch die Schnur eingebrachten Seigerteufe und der Schnurlänge,
3. umgekehrt proportional der Schnurspannung,
4. abhängig von der Beschaffenheit der Schnur ist.

Die sehr lesenswerthe Abhandlung giebt auch die für bestimmte Gradbögen und Schnurlängen berechneten Verbesserungstabellen.

Professor Dr. Schmidt findet als ganz allgemeine Formel für die Verbesserung δ der Neigung in Minuten:

$$\delta' = \varrho' . \frac{G}{S} \frac{e}{2r} \left\{ u (l - e \tan \gamma) \sin \gamma + \frac{\sin (\gamma - \sigma)}{\cos \sigma} \right\} . \quad . \quad 97)$$

worin: ϱ' die Zahl 3437',7,
G das Gewicht des Gradbogens ohne Lothkörper,
S die Schnurspannung,

e den Abstand des Gradbogenschwerpunktes von der Aufhängelinie,
r den Halbmesser des Gradbogens,
u eine von der Beschaffenheit der Schnur abhängige Grösse zwischen 0,22 und 0,25,
l die halbe Schnurlänge,
γ den Neigungswinkel der Schnur und
σ den Winkel bezeichnet, bei welchem ein Aufsteigen des unteren Hakenarmes beginnt (etwa 65°).

Obige Gleichung vereinfacht sich bei kleineren Werthen von γ. Für Neigungen γ zwischen 65° und 80° kann man schreiben, wenn:

$$\varrho' \frac{G}{S} \cdot \frac{e}{2r} = K \quad \ldots \ldots \ldots \quad 98)$$

gesetzt wird:

$$\delta' = K \left\{ u \, l \sin \gamma - \frac{\sin(\gamma - \sigma)}{\cos \sigma} \right\}; \quad \ldots \ldots \quad 99)$$

und für Neigungswinkel γ, die kleiner sind als der Grenzwinkel σ:

$$\delta' = K \, u \, l \sin \gamma \quad \ldots \ldots \ldots \quad 100)$$

Aus dem Angeführten ergiebt sich, dass, wenn man die Neigungsverbesserung sehr gering erhalten will, man

1. einen sehr leichten Gradbogen — am besten aus Aluminium — benutzen muss,
2. grosse Neigungswinkel und grosse Schnurlängen vermeidet und
3. die Schnurspannung möglichst gross wählt.

In der Praxis berücksichtigt man diese Verbesserungen nicht, da ihre Ermittelung ziemlich umständlich ist, und der Gradbogen meist nur noch zur Reduktion flach gemessener Längen auf den Horizont benutzt wird.

Handelt es sich um genauere Bestimmung der Seigerteufen, so benutzt man entweder — in nahe horizontalen Strecken — das Nivellirinstrument, oder bei grösseren Neigungen den Theodoliten.

Der Gebrauch des Gradbogens.

ist ausserordentlich einfach. Man spannt zwischen den beiden Punkten, deren Höhenunterschied zu bestimmen ist, eine Schnur möglichst straff, hängt den Gradbogen in der Mitte an, und liest am Lothhaare ab, nachdem das Loth zur Ruhe gekommen ist. Das Bestimmen der Mitte geschieht dadurch, dass man bei der vorhergehenden Längenmessung in der halben Schnurlänge eine metallne oder hölzerne Klammer steckt, gegen die symmetrisch der Gradboden gehangen wird Man bezeichnet die Neigungswinkel γ als steigende oder fallende, je nachdem sich der vorwärtsliegende Schnurpunkt höher oder tiefer als der rückwärtsliegende befindet, im ersteren Falle ist der Seigerteufenunterschied positiv, im zweiten negativ.

Sind an einzelnen Schnurpunkten Messungen bis zur Sohle auszuführen, so werden die Längen genügend genau mit einer kleinen Gliederkette bestimmt, der Neigungswinkel ist in einem solchen Falle 90.°

Die Ergebnisse der Messung werden in das Zugbuch — ein mit entsprechenden Rubriken versehenes Taschenbuch — eingetragen, alsdann berechnet und in das Winkelbuch eingeschrieben, wie das folgende Beispiel zeigt:

No.	Maass	Neigung		Seigerteufe		Sohle	Bemerkungen.
der flachen Schnur				steigende	fallende		
	Meter.	steigt fällt	Grad.	Meter.	Meter.	Meter.	
				141,493			Höhe der Höhenmarke
7	4,200	f	3,85	—	0,282	4,191	auf dem Kreuze des
8	12,200	f	0,55	—	0,117	12,199	Thurmhof - Stehenden
9	13,413	f	1,05	—	0,246	13,411	und dem Geharnischt-
10	10,800	st	1,25	0,36	—	10,797	Männer-Spat.
11	16,078	f	2,25	—	0,631	10,066	
12	15,152	st	1,85	0,489	—	15,144	
13	14,598	f	0,05	—	0,013	14,598	bis † II.
				142,218	1,289		
				140,929			Höhe des † II.
		f	90	—	2,050		bis Sohle.
				138,879			Höhe der Sohle unter dem † II.

V. Abschnitt.

Der Kompass und seine Anwendung.

Der Kompass und seine Anwendung.

Der Kompass, wie er für markscheiderische Zwecke benutzt wird, besteht im Allgemeinen aus einer niedrigen, cylindrisch abgedrehten Metallbüchse, die auf einer angedrehten Fläche, die senkrecht zur Cylinderachse steht, eine Theilung trägt. Im Mittelpunkt des Bodens der Kompassbüchse ist eine Spitze angebracht, auf der die Magnetnadel mit ihrem Hütchen schwingt. Zum Schutze ist das Ganze mit einer planparallelen Glasplatte bedeckt.

Bei Nichtbenutzung des Kompasses muss die Nadel von der Spitze abgehoben werden können, wozu die Sperrvorrichtungen der verschiedensten Formen dienen.

Die Kompassbüchse oder der Kompassnapf hat etwa den Querschnitt der Figur 193, ist meist aus Messing hergestellt und soll eisenfrei sein. Bei der Wahl des Messings muss vorsichtig zu Werke gegangen werden, da bekanntlich das meiste in den Handel gebrachte Messing etwas eisenhaltig ist, weil oft Eisenfeilspähne mit den Messingstücken verschmolzen werden. Man untersucht die Kompassbüchse auf ihre Eisenfreiheit, indem man sie einem Magnetoskop nähert, welches die geringsten Spuren magnetischer Beimengungen angiebt.

In der Mitte des Kompassbodens befindet sich die Spitze, Pinne oder der Dorn. Dieselbe ist meist aus Stahl hergestellt und schlank geschliffen. In neuerer Zeit werden die Spitzen auch aus Iridium oder Osmiumiridium hergestellt und haben sich gut bewährt Zur Herstellung derselben wird ein Stück Iridium in Messing gefasst und das Ganze abgeschliffen; gewöhnlich sind die Spitzen fest in die Kompassbüchse eingeschraubt, oft auch mittels drei Schrauben noch centrirbar, sodass die Spitze selbst in den Mittelpunkt des getheilten Kreises gebracht werden kann.

Auf der Spitze bewegt sich durch Vermittlung eines Hütchens die Magnetnadel.

Das Hütchen bestand früher aus Messing, manchmal auch aus Stahl. Jetzt wendet man gewöhnlich Steine von Quarzhärte an, Granaten oder Achate. Es gilt als Regel, dass die Spitze etwas weniger hart als das Hütchen ist; bei Benutzung von Iridiumspitzen wendet man Saphirhütchen an, bei letzterer Zusammenstellung wird der Einstellungsfehler der Magnetnadel kleiner als bei Achathütchen und Stahlspitze. Von der Güte der Spitze und des Hütchens hängt überhaupt die Beweglichkeit und Einstellungsgenauigkeit der Magnetnadel ab.

Das Hütchen befindet sich in der Mitte der Magnetnadel, eines gehärteten Stahlstückes, welches magnetisirt worden ist. Die Form der Nadeln war früher ganz willkürlich, meist war die Pfeilform gebräuchlich, und es kommen dabei auch sehr kunstvoll gearbeitete Formen vor, wie aus der Figur 187 hervorgeht. Ausserdem kommt noch die Rautenform (Fig. 188 u. 189), besonders bei untergeordneten Kompässen, manchmal auch eine rechteckige Form der Nadel vor (Fig. 190 u. 191). In letzterem Falle sind an den schmalen Seiten der rechteckigen Nadel zwei Striche angebracht, welche die Achse der Nadel darstellen.

Fig. 187.

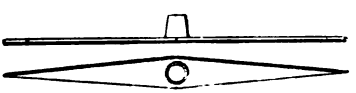


Fig. 188 und 189.

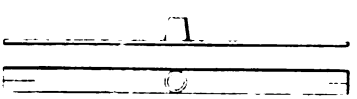


Fig. 190 und 191.

Die Untersuchungen von Coulomb haben ergeben, dass die zweckmässigste Form die hochkantig aufgehangenen besitzen, weshalb diese für bessere Kompasse wohl ausnahmslos angewendet werden. Die Nadeln endigen in keilförmig zugeschliffenen Enden, mit Hilfe deren die Kompasstheilung sehr scharf abgelesen werden kann (Fig. 192 und 193).

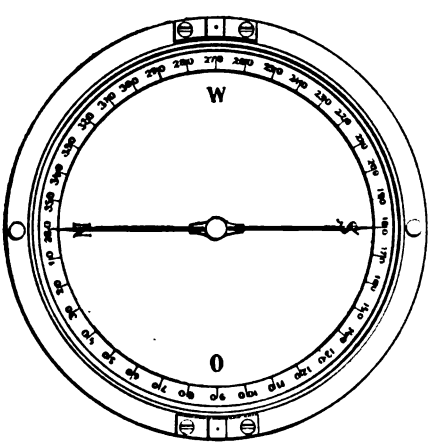


Fig. 192.

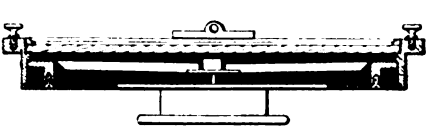


Fig. 193.

Die hochkantigen Nadeln haben den Vortheil, dass sie schneller zur Ruhe gelangen, als die flachliegenden, weil sie der Luft mehr Widerstand entgegensetzen

Für besondere Zwecke, wie für Schiffskompasse, verwendet man ein System von parallelen hochkantigen Nadeln.

Da die Reibung, die die Nadeln bei der Bewegung auf

der Spitze erleiden, ausser von der guten Beschaffenheit von Hütchen und Spitze auch vom Gewicht der Nadel abhängig ist, so macht man die Nadeln möglichst leicht. Die beiden Nadelenden sollen bei freier Bewegung der Nadel in einer Horizontalebene liegen; um dies genau herbeiführen zu können, ist oft ein kleines metallenes Ausgleichsgewichtchen vorhanden, welches sich längs der Nadel verschieben lässt.

Das Südende der Nadel ist gewöhnlich dadurch hervorgehoben, dass auf ihm ein Stück der Anlauffarbe des Stahls, meistens blau, abgeschliffen ist, und welches dann weiss erscheint.

Ausser der Form der Nadel ist die Auswahl von gutem, Stahl mindestens ebenso wichtig, in neuerer Zeit erfordert das Auswählen des zweckmässigen Stahles oft viel Mühe.

Zur Schonung von Hütchen und Spitze ist es nothwendig, die Nadel mit dem Hütchen bei Bedarf von der Spitze abheben zu können. Hierzu dienen die Sperrvorrichtungen. Dieselben sollen symmetrisch wirken und die Nadel centrisch abheben. Unzweckmässig, aber vielfach an kleineren, untergeordneten Instrumenten vorkommend, ist die Hemmung durch ungleicharmige Hebel, weil bei diesen leicht ein seitlicher Druck ausgeübt werden kann (Fig. 194, 195 u. 196).

Fig. 194.

Für bessere und grössere Kompasse ist die Sperrvorrichtung so, dass dieselbe vertical von unten nach oben, bez. umgekehrt wirkt. Dieselben können entweder von oben durch den Glasdeckel wirken, wie die in Figur 197 dargestellte Ausführung, oder vom Kompassboden aus. Die erste brauchbare Anord-

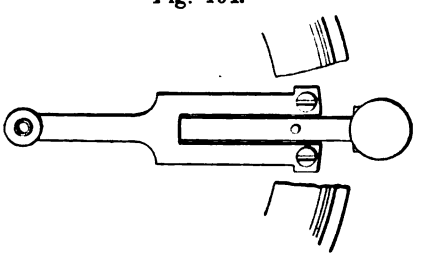


Fig. 195.

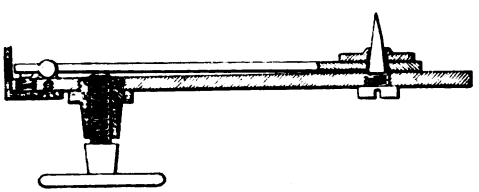


Fig. 196.

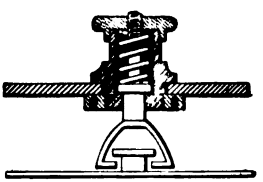


Fig. 197.

ordnung dieser Art rührt von Studer her, man bezeichnet sie als Quetschsperrung. Die Einrichtung ist aus den Figuren 198 und 199 ersichtlich, von denen erstere einen Schnitt, die zweite eine Ansicht von unten giebt. Der unterste Theil wurde

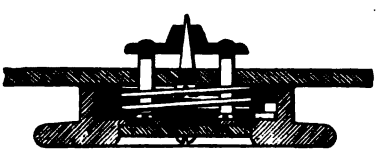


Fig. 198.

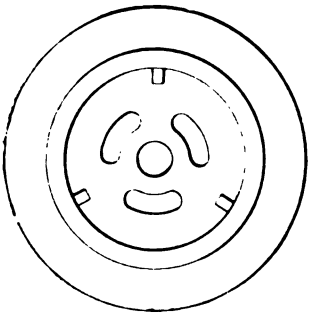


Fig. 199.

nach oben gedrückt und dann ein Stück gedreht, wodurch der die Abhebungsvorrichtung tragende Theil nach oben geschoben wurde.

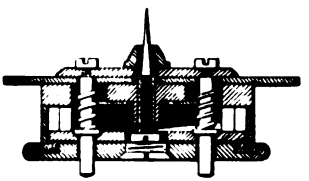


Fig. 200.

Die vollkommenste derartige Einrichtung ist die von Hildebrand in Freiberg, die an grösseren Kompassen angebracht ist. Bei dieser ist (Fig. 200) die Spitze in einen starken Theil eingesetzt, der mittels dreier von der Seite wirkenden Schrauben genau centrirt werden kann, wie dies aus Figur 201 ersichtlich ist; das elliptische Stück bewahrt die Spitze vor Bewegungen nach unten. Zwei mit Federn versehene Stifte gehen durch die Einrichtung und den Kompassboden hindurch und tragen am oberen Ende die Platte, auf welcher noch ein kleiner Bügel aufgeschraubt ist, der in das Hütchen der Nadel eingreifen kann. Der untere Theil der Sperrvorrichtung bildet eine flachgängige Schraube (Fig. 202 und 203), durch eine kleine Drehung derselben wird der aus Fig. 204 ersichtliche Theil, gegen den sich die federnden Stifte durch Vermittlung zweier Querstifte stemmen, in die Höhe geschoben und es erfolgt auf diese Weise eine völlig centrale Abhebung der Nadel nach oben. Den unteren Abschluss bildet eine Platte von der aus Fig. 205 ersichtlichen Form, die mittels Schrauben befestigt wird, und das Innere gegen den Staub schützt. Will man die Nadel spielen lassen, so dreht man den Boden der Sperrvorrichtung wieder ein Stück nach links, wodurch sich die Abhebevorrichtung nach unten bewegt und die Nadel freigiebt.

Fig. 201.

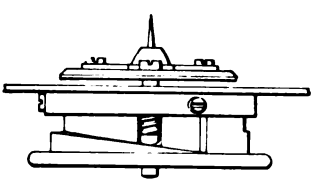


Fig. 202.

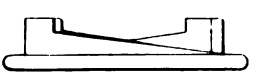


Fig. 203.

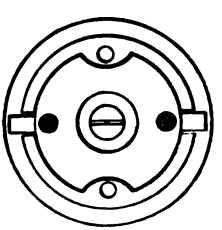


Fig. 204.

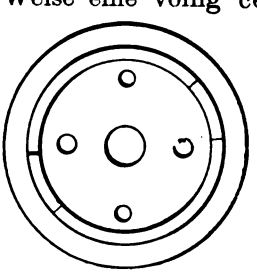


Fig. 205.

Kompasstheilung.

Die Kompasstheilungen unterscheiden sich in verschiedenen Punkten so wesentlich von anderen Kreistheilungen, dass es nothwendig ist, auf sie eingehender zurückzukommen.

Der Kompass, mag er in irgend welcher Form zur Benutzung gelangen, soll dazu dienen, das magnetische Streichen einer Richtung zu ermitteln, also den Winkel zu bestimmen, den diese Richtung mit der magnetischen Nordsüdrichtung bildet. Da nun beim Kompass die Magnetnadel, die diesen Winkel angiebt, immer in derselben Lage verbleibt, und der getheilte Kreis sich unter der Nadel hinwegdreht, so ist ohne Weiteres ersichtlich, dass die Bezifferung der einzelnen Theilstriche nicht, wie bei anderen Winkelmessinstrumenten, in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers, die man als rechtsinnig bezeichnet, auszuführen ist, sondern entgegengesetzt oder, wie man sagt, widersinnig. Infolgedessen sind auch die Bezeichnungen Ost und West den wahren Himmelsgegenden entgegengesetzt angegeben.

Was die Theilung selbst anlangt, so bestehen, oder besser gesagt bestanden, verschiedene Einrichtungen. Die älteren Kompasse besitzen fast ausnahmslos die Eintheilung in Stunden; entweder der Umkreis in einmal 24 oder, wie meist gebräuchlich, in zweimal 12 Stunden, von 1 bis 12 und von hier aus wieder von 1 bis 12 beziffert, die in den Aufzeichnungen als Ost und West unterschieden werden.

Die Unterabtheilungen der Stunden, die 15° im Winkelmaass gleich sind, sind nun in verschiedenen Bergbezirken wieder verschiedene. Meist waren sie durch Theilung mit Potenzen von 2 entstanden, also Achtel oder Sechszehntel und weitere Unterabtheilungen.

In Sachsen war der Kreis in 2mal 12 Stunden, jede Stunde in 8 Achtel durch Theilstriche zerlegt, ausserdem wurden noch, wie die nebenstehende Figur zeigt, die halben Achtel durch besondere Theilstriche hervorgehoben. Durch Schätzung wurden nun die Achtelstunden zuerst in Viertel und diese Viertelachtel wieder in Drittel zerlegt; infolgedessen war die kleinste abgelesene Grösse $^1/_3/_4/_8 = \frac{1}{96}$ Stunde $= 9' 22'',5$. Die Drittelviertelachtel wurden durch plus und minus bezeichnet, welches dem vorhergehenden bez. folgenden Viertelachtel bei der Aufzeichnung durch p oder +, bezw. durch m oder —, zugefügt wurde. Beispielsweise war die Bezeichnungsweise für eine Achtelstunde, etwa zwischen $12^h 0$ und $12^h 1$ Achtel die folgende, der auch gleichzeitig der Werth in Gradmaass beigeschrieben ist:

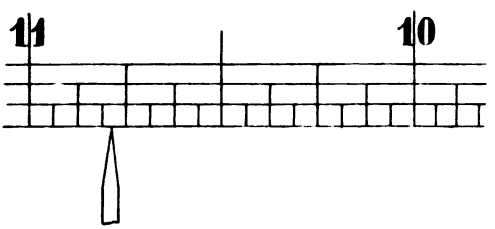


Fig. 206.

12^h 0	=	0°	0′	0,,,0
0 p	=	0	9	22,5
0 1/4 m	=	0	18	45,0
0 1/4	=	0	28	7,5
0 1/4 p	=	0	37	30,0
0 1/2 m	=	0	46	52,5
0 1/2	=	0	56	15,0
0 1/2 p	=	1	5	37,5
0 3/4 m	=	1	15	0,0
0 3/4	=	1	24	22,5
0 3/4 p	=	1	33	45,0
1 m	=	1	43	7,5
12^h 1	=	1°	52′	30″,0.

In vorstehender Figur 206 würde also die Ablesung und Aufzeichnung die folgende gewesen sein:

10^h 6 1/4 p.

In Norddeutschland waren zweierlei Theilungen üblich; bei beiden war der Vollkreis in zweimal 12 Stunden getheilt; bei der ersten Art wurde die Stunde in acht Achtel und durch Schätzung jedes Achtel wieder in 16 Theile zerlegt, sodass die kleinste Ablelung $1/16/8^h = 1/128^h = 7′ 1″,875$ war. Die Ablesungen zwischen 12^h 0 und 12^h 1 Achtel waren die folgenden, denen wieder der Werth in Gradmaass beigeschrieben ist.

Stunden	Achtel-Stunden	Sechzehntel-achtel				
12	0	0	=	0°	0′	0,″000
		1	=	0	7	1, 875
		2	=	0	14	3, 750
		3	=	0	21	5, 625
		4	=	0	28	7, 500
		5	=	0	35	9, 375
		6	=	0	42	11, 250
		7	=	0	49	13, 125
		8	=	0	56	15, 000
		9	=	1	3	16, 875
		10	=	1	10	18, 750
		11	=	1	17	20, 625
		12	=	1	24	22, 500
		13	=	1	31	24, 375
		14	=	1	38	26, 250
		15	=	1	45	28, 125
12	1	0	=	1°	52′	30,″000.

Die Ablesung in der in Figur 206 angegebenen Stellung der Magnetnadel würde also sein:

10^h 6 . 5.

Bei der zweiten Art geschah die Theilung der Stunden auf dem Kreise in 16 Theile, wie in nebenstehender Figur 207 ersichtlich ist; durch Schätzung wurden noch Viertelsechszehntel und Drittel dieser bestimmt. Die Aufzeichnung erfolgte entweder ohne weiteres in Zwölftelsechszehntel oder in ähnlicher Weise wie in Sachsen durch Plus und Minus an den Viertelsechszehnteln. Die kleinste Ablesung war hier $^1/_{12}/_{16} = {}^1/_{192}{}^h = 4'\ 41'',25$.

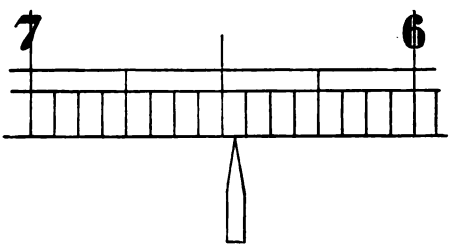


Fig. 207.

Die Art der Aufzeichnung ist aus folgender Zusammenstellung ersichtlich:

Stunden	Sechszehntel-Stunden	Zwölftel-Sechszehntel	oder				
12	0	0	0		$= 0^0$	0′	0,″00
		1	0	+	$= 0$	4	41,25
		2	$0^1/_4$	—	$= 0$	9	22,50
		3	$0^1/_4$		$= 0$	14	3,75
		4	$0^1/_4$	+	$= 0$	18	45,00
		5	$0^1/_2$	—	$= 0$	23	26,25
		6	$0^1/_2$		$= 0$	28	7,50
		7	$0^1/_2$	+	$= 0$	32	48,75
		8	$0^3/_4$	—	$= 0$	37	30,00
		9	$0^3/_4$		$= 0$	42	11,25
		10	$0^3/_4$	+	$= 0$	46	52,50
		11	1	—	$= 0$	51	33,75
12	1	0	1		$= 0^0$	56′	15,′00.

Die Ablesung in Figur 207 würde also sein:

$6^h\ 7^1/_2$ m.

Da nun, besonders bei älteren Kompasszügen, selten bemerkt worden ist, ob Achtel- oder Sechszehntelstunden in Frage kommen, so kann leicht ein gefährlicher Irrthum eintreten.

Jetzt ist fast allgemein die durchlaufende Gradeintheilung von 0 bis 360° gebräuchlich, durch Schätzung lassen sich noch Zehntelgrade bestimmen, sodass die kleinste Ablesung $0{,}1^0 = 6'$ beträgt.

Die durchlaufende Gradtheilung hat noch den Vortheil, dass es nicht, wie bei der 2mal 12 Stundentheilung nothwendig ist, aufzuzeichnen, ob die Ablesung in der östlichen oder westlichen Hälfte gelegen ist, welche Angabe durch O oder W aufgezeichnet werden. Eine derartige Bezeichnung kann leicht zu Irrthümern führen; am gefährlichsten ist dies an den amerikanischen Kompassen, die eine Bezifferung von 90° zu 90° Grad haben, es muss in diesem Falle also allemal entweder NO, SO, SW oder NW hinzugefügt werden, um den Quadranten, in dem die Ablesung erfolgte, zu kennzeichnen.

Es können nun beim gewöhnlichen Kompass verschiedene Excentricitätsfehler auftreten, die noch einer näheren Betrachtung zu unterziehen sind.

Ist die Verbindungslinie der Nadelspitzen nicht, wie es sein soll, ein Durchmesser, sondern eine Sehne des Theilkreises, so entstehen in der Winkelmessung mit dem Kompass Excentricitätsfehler. Die Ursachen derselben können dreierlei Art sein:

1. die Vertikalebene durch die Nadelenden geht an der Spitze, auf der die Nadel mit dem Hütchen sitzt, seitlich vorüber;
2. der Drehungspunkt der Nadel, also die Spitze, fällt nicht mit dem Mittelpunkt des Theilkreises zusammen;
3. der Auflagerungspunkt der Nadel auf der Spitze ist veränderlich.

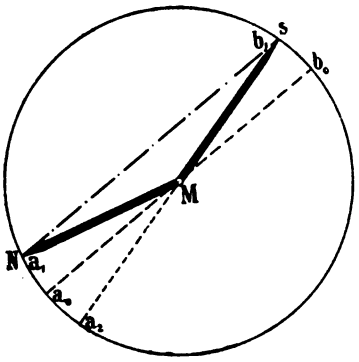


Fig. 208.

1. Geht die Vertikalebene durch die Nadelenden N und S nicht durch die Spitze im Punkte M hindurch (Fig. 208), hat also die Nadel die gebogene Form NMS, so würden die fehlerhaften Ablesungen an den beiden Nadelenden etwa a_1 und b_1 sein, die um den Winkel ψ von den richtigen Ablesungen a_0 und b_0 abweichen, welche man erhält, wenn man einen zur Sehne NS parallelen Durchmesser durch M legt. Fügt man nun zur Ablesung b_1 am Südende der Nadel 180° hinzu, bildet man also das sogenannte Gegenstreichen und setzt:

$$a_2 = b_1 \pm 180^\circ,$$

so folgt aus der Figur:

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 101)$$

oder in Worten: das Mittel aus dem am Nordende abgelesenen Streichen und dem am Südende gefundenen, vermehrt oder vermindert um 180°, ist befreit vom Fehler ψ.

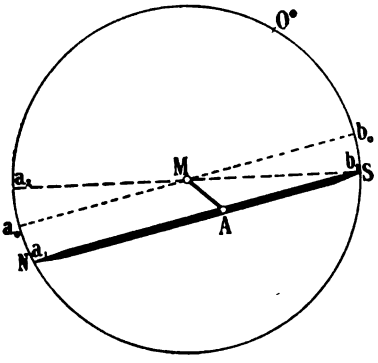


Fig. 209.

Dieser ist übrigens für jede Stellung des Kompasses gleichbleibend, sodass der konstante Fehler, der dadurch entsteht, dass die Vertikalebene durch die Nadelenden nicht durch die Spitze hindurch geht, durch das Ablesen an beiden Nadelenden unschädlich gemacht wird.

2. Ist ferner die Nadel gerade, der Auflagerungspunkt A (Fig. 209),

also die Spitze, liegt aber nicht im Mittelpunkt M des getheilten Kreises, sondern in der Entfernung $MA = e$, der Grösse der Excentricität, so werde wieder am Nordende N die fehlerhafte Ablesung a_1, am Südende S die Ablesung b_1 gemacht. Die richtige Ablesung a_0 bez. b_0, die man erhält, wenn man wieder einen zu NS parallelen Durchmesser gezogen denkt, ist um den Winkel ψ anders. Für die Grösse dieses Winkels ergiebt sich; wenn ω noch die Richtung der Excentricität, also den Winkel $0^0 MA$, vom Nullpunkt der Theilung aus gerechnet, und r den Halbmesser des Theilkreises bezeichnet:

$$\psi'' = \varrho'' \frac{e}{r} \sin(\omega - a_1) \quad \ldots\ldots 102)$$

also entsteht durch eine excentrische Unterstützung der Nadel ein periodisch veränderlicher Fehler; er wird gleich Null für:

$$\omega = a_1,$$

d. h. wenn die Nadel in der Excentricitätsrichtung steht; er wird zu einem Maximum für:

$$\omega - a_1 = 90^0,$$

d. h. wenn die Nadel senkrecht zur Excentricitätsrichtung steht.

Bildet man wieder das Gegenstreichen a_2 der Ablesung am Südende, nämlich $a_2 = b_1 \pm 180^0$, so wird:

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad \ldots\ldots 103)$$

also auch der periodische Fehler wird durch Ablesen an beiden Nadelenden aus der Messung beseitigt.

3. Die dritte Ursache für einen Excentricitätsfehler besteht in einem veränderlichen Auflagerungspunkt der Nadel auf der Spitze; dieser Fall tritt ein, wenn entweder das Innere des Hütchens oder die Spitze nicht mehr in Ordnung sind. Es kann z. B die Spitze verbogen sein, oder das Hütchen nicht eine, sondern mehrere tiefste Stellen im Innern besitzen. Hierdurch wird ein regelloser Fehler bedingt, den man erkennt, wenn man die zur Ruhe gekommene Nadel durch einen vorsichtigen seitlichen Druck auf das Hütchen aus ihrer Lage bringt. Zeigt sich nach Beruhigen der Nadel alsdann eine andere Ablesung als vor dem Ablenken, so ist ein vorgenannter Fehler vorhanden, der nur durch Nachschleifen oder durch Ersatz des Hütchens oder der Spitze vom Mechaniker beseitigt werden kann.

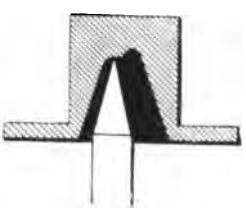


Fig. 210.

Handkompasse.

In der cylindrischen Dosenform ist der Kompass nicht so sehr handlich, er wurde daher mit einer quadratischen oder rechteckigen Platte versehen, mit Hilfe deren er auf eine Unterlage aufgesetzt

werden kann. Zwei parallele Kanten der Platte sind dann parallel zum 0" — 180° Durchmesser des Kompasses. Die älteren derartigen

Fig. 211.

Fig. 212.

Setzkompasse sind häufig sehr schön ausgestattet und mit Horizontalstellungsvorrichtung, oft auch mit einer Sonnenuhr versehen, wie dies aus der Figur 211 ersichtlich ist.

Um mit einem Handkompasse auch Neigungen, etwa von Lagerstätten, abnehmen zu können, ist noch ein kleiner Gradbogen im Innern der Kompassbüchse angebracht. Der Zeiger für den Gradbogen ist aus Metall hergestellt und dreht sich um die Spitze, auf der sich die Kompassnadel bewegt (Fig. 212).

Ferner sind die Handkompasse oft noch mit Zielvorrichtungen versehen, die entweder parallel den Plattenkanten angeordnet sind, oder sich auch mit der Kompassbüchse um eine vertikale Achse drehen lassen, wie dies aus Fig. 213 zu ersehen ist.

Fig. 213.

Manchmal sind die Handkompasse auch so eingerichtet, dass man sie in ein kleines Hängezeug, welches man gewöhnlich als Steigerhängezeug bezeichnet, umwandeln kann. Zu diesem Zwecke wird ein kleiner, zusammenlegbarer Hängebügel in zwei kurze, auf der Platte befindliche cylindrische Zapfen auf einer Seite eingehakt und auf der anderen durch einen Stift gehalten.

Die Handkompasse werden hauptsächlich zum Abnehmen des Streichens und des Fallens von Lagerstätten benutzt, und werden direkt auf das Gestein in der passenden Lage aufgehalten oder aufgesetzt, wobei man manchmal noch eine glattgehobelte Latte als Unterlage oder zur Verlängerung der zu bestimmenden Richtung benutzt.

Der Hängekompass oder das Hängezeug.

Bereits bei Agricola ist aus der einen angeführten Konstruktion des Kompasses ersichtlich, dass das Bestreben bestand, den Kompass zum Anhängen an die Schnuren einzurichten. Die erste zweckmässige Form ist das sogenannte Kreuzhängezeug, welches im

Jahre 1633 von Balthasar Rössler erfunden wurde, und welches aus der nebenstehenden Fig. 214 ersichtlich ist. An der Kompassbüchse sind in der Vertikalebene der 6. Stundenlinie aussen zwei Zäpfchen angebracht, mit Hilfe deren der Kompass in einen schwachen Ring drehbar so eingesetzt werden kann, dass die Theilungsebene horizontal liegt. Dieser schwache Ring besteht aus zwei, unten durch ein Scharnier verbundenen Theilen, die oben durch eine Schraube zusammengehalten werden.

Fig. 214.

Diese Schraube befestigte gleichzeitig den schwachen Ring mit dem in ihm drehbaren Kompass in dem sogenannten Hängebügel, der stärker ausgeführt und mit zwei gegeneinander versetzten Haken zum Anhängen an eine Schnur versehen war. Der Hängebügel enthält an manchen Exemplaren noch eine Vorrichtung, um die Neigungswinkel der Schnur abzulesen. Es geschieht dies durch zwei nasenförmige Ansätze in der Richtung der 12. Stundenlinie am Kompass, die die Ablesung an der Gradtheilung des Hängebügels gestatten.

Aus dieser einfachen Konstruktion haben sich die weiteren Vervollkommnungen des Hängezeuges herausgearbeitet, die fast alle von Freiberg ausgegangen sind. Bedeutende Verbesserungen sind alsdann von dem Freiberger Bergmechanikus Studer gemacht worden. Ein grosser Uebelstand der Kreuzhängezeuge bestand darin, dass der Abstand der Hakenarme untereinander klein war, etwa dem Durchmesser des Hängebügels gleich; bei steiler Schnur wurde infolgedessen die Aufhängung unsicher. Ein weiterer Uebelstand ist der, dass das Hängezeug beim Transport auseinander genommen werden musste, indem der Kompass aus dem schwachen Kompassringe entfernt und beim Gebrauch wieder eingesetzt werden musste.

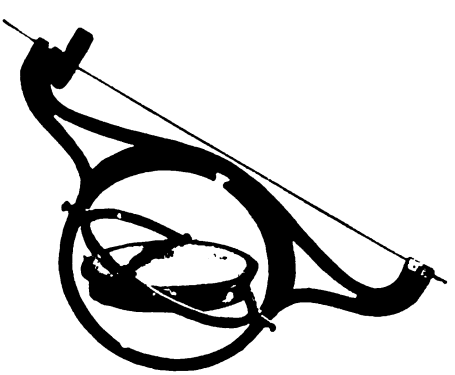


Fig. 215.

Die Verbesserungen Studers bestanden darin, dass er erstens einmal den Abstand der Hakenarme vergrösserte, und das Hängezeug durch Ersetzen des vertikalen Kompassringes durch einen horizontalliegenden so umwandelte, dass es sich zusammenlegen liess. Die erste derartige Konstruktion Studers ist aus Fig. 215 ersichtlich, die nach einem der Sammlung der königlichen Bergakademie in Freiberg gehörigen Exemplar angefertigt ist.

Das Hängezeug trägt keinen Namen und keine Jahreszahl, die ganze Machart aber lässt ohne allen Zweifel eine Studersche Arbeit erkennen, es ist an ihm auch die Studersche Quetschvorrichtung zum Festklemmen der Nadel vorhanden. Später liess Studer auch den zwischen den Hakenarmen befindlichen Theil des Hängebügels weg, wodurch die heute noch vielfach in Gebrauch befindliche Form entstand (siehe Fig. 216). Der Ring, in dem sich der Kompass bei diesem Hängezeug drehen kann, ist noch um eine Achse parallel zu den Hakenarmen drehbar, sodass das Studersche Hängezeug zusammengelegt sehr wenig Platz einnimmt.

Fig. 216.

Bei manchen Studerschen Hängezeugen sind in der Kompassbüchse zwei zueinander senkrecht stehende, kleine Libellen angebracht, von denen die eine parallel zu den Hakenarmen ist, und die zum genauen Horizontalstellen des Kompasses dienen.

Der Mechaniker Osterland in Freiberg hat das Hängezeug dann weiter so vereinfacht, dass der untere Theil des Studerschen Hängebügels noch in Wegfall gekommen ist (Fig. 217). Damit das Hängezeug beim Transport weniger Platz beansprucht, sind die beiden Hakenarme am Kompassring etwas drehbar angeordnet, so dass sie ein wenig in der Ebene der Hakenarme beweglich sind.

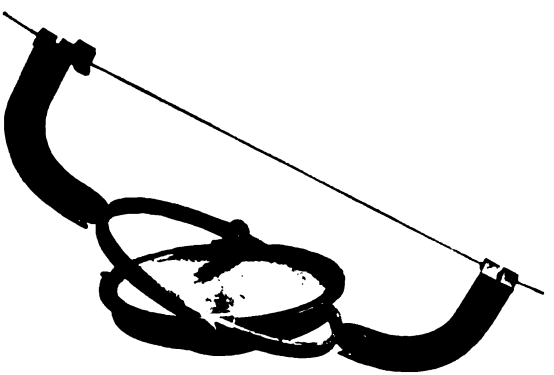


Fig. 217.

Später hat Mechaniker M. Hildebrand in Freiberg auch diese Bewegung in Wegfall gebracht, so dass bei den neuesten Hängezeugen der Kompass nur im Kompassringe mittels zweier Zäpfchen drehbar ist, wodurch die Möglichkeit der Abnützung der verschiedenen Drehachsen, soviel wie angängig, beseitigt ist (Fig. 218).

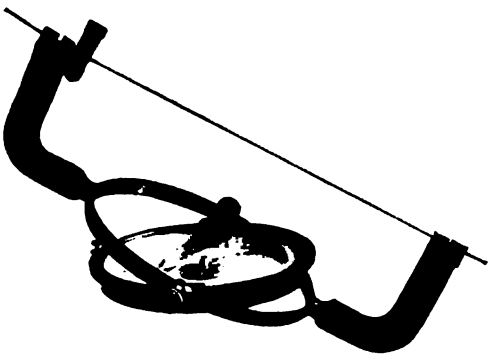


Fig. 218.

Theorie des Hängezeuges.

Damit man mit dem Hängezeuge das wirkliche magnetische Streichen erhält, hat das Hängezeug die folgenden Bedingungen zu erfüllen:

I. Muss bei der Messung die Theilkreisebene des Kompasses horizontal sein und

II. muss der 0^0 — 180^0 Durchmesser parallel liegen zur Vertikalebene durch die Schnur.

Eine eingehende, klare Darstellung über die Theorie des Hängezeuges giebt Professor P. Fenner in der Zeitschrift für Vermessungswesen, Band XIX, 1890, Heft 4, in dem Aufsatze über: „Die Fehler des Hängezeuges und ihr Einfluss auf den Streichwinkel. Prüfung und Berichtigung derselben."

Darnach zerfallen die oben angegebenen Bedingungen in drei, die die Kompassdrehachse zu erfüllen hat:

Die Kompassdrehachse soll:

a. in einer Ebene liegen, die senkrecht zur Theilkreisebene durch den Schwerpunkt des Kompasses hindurchgeht,

b. parallel sein zum 90^0 — 270^0 Durchmesser und

c. im Hängebügel senkrecht stehen auf der Schwerpunktsebene durch die Hakenlinie, welche Professor Fenner als Bügelebene bezeichnet.

Sind die drei Bedingungen a, b und c nicht erfüllt, so wird der Streichwinkel um einen gewissen Betrag fehlerhaft erhalten.

Aus den Untersuchungen ergiebt sich nun zu a, dass, wenn der Kompass insoforn nicht ganz richtig ausbalancirt ist, als er in Bezug auf seine Drehachse nicht völlig horizontal steht, kein merklicher Einfluss auf die Genauigkeit der Messung vorhanden ist.

Steht ferner b, die Kompassdrehachse nicht genau senkrecht zum 90^0 — 270^0 Durchmesser des Kompasses, ist sie vielmehr in der Parallelebene zur Theilkreisebene um den Winkel ω, den sogenannten Orientirungsfehler verdreht, und liegt anderseits die

Kompassdrehachse nicht parallel zur Theilkreisebene, sondern bildet mit ihr einen kleinen Winkel δ, so ist ebenfalls der Einfluss des letzteren Fehlers auf die Messung von verschwindendem Einfluss während der Orientierungsfehler ω mit seinen ganzen Betrag in die Messung eingeht.

Steht schliesslich c, die Kompassachse im Hängebügel nicht rechtwinklig zur Bügelebene, sondern bildet mit ihr einen beliebigen kleinen Winkel w, so kann man diesen in zwei zueinander senkrechte Komponenten β und τ zerlegt denken. Von diesen stellt β den Winkel dar, um welchen bei horizontalhängendem Hängezeug die Kompassdrehachse von der horizontalen Lage abweicht, also die Schiefstellung der Ringebene, während τ den Winkel zwischen der wirklichen Lage der Kompassdrehachse und der Normalen auf der Bügelebene angiebt, also den Winkel, um den die Hakenebene von der richtigen Lage von 90° gegenüber der Kompassachse abweicht, den sogenannten Kollimationsfehler.

Ist γ der Neigungswinkel der Schnur, so ist der durch die Fehler ω, β und τ in der Messung erzeugte Fehler σ dargestellt durch die Gleichung

$$\sigma = \omega + \beta \sin\gamma - \tau \cos\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 104)$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich, dass im Allgemeinen der Orientirungsfehler ω den grössten Einfluss auf die Messung ausübt, der stets mit seinem ganzen Betrage eingeht. Dann folgt der Kollimationsfehler τ, der bei horizontaler Schnur in seinem vollen Betrage in die Messung kommt, und mit dem Cosinus der Neigung abnimmt. Den verhältnissmässig geringsten Fehlerantheil liefert die Schiefstellung β der Ringebene, die für horizontale Schnuren keinen Fehler giebt und erst bei seigerer Schnur mit ihrem ganzen Betrag in die Rechnung eingeht.

Professor Fenner giebt am angegebenen Orte auch das Verfahren an, wie man die drei Grössen ω, β und τ durch besondere Messungen ermittelt; dasselbe ist auch von Professor Dr. M. Schmidt in der Abhandlung „Ueber die Achsenfehler des Hängezeuges". Jahrbuch für das Berg- und Hüttenwesen im Königreiche Sachsen 1887, geschehen.

Die Bestimmung des Streichwinkels mit dem Hängezeug.

Zwischen den Endpunkten der Linie, deren Streichen zu ermitteln ist, spannt man eine Schnur und hängt daran das Hängezeug so an, dass der Nordpunkt der Theilung in der Messungsrichtung vorausgeht. Ist die Schnur stark geneigt, so steckt man an diese eine Metall- oder Holzklammer (Fig. 219 und 220), die das Herunterrutschen des Hängezeuges verhindert. Bei sehr steiler Schnur muss durch den unteren Hakenarm noch eine Nadel gesteckt werden, um das Aufsteigen desselben zu vermeiden. Alsdann wird die Sperrvorrichtung der Nadel gelöst und die Nadelenden abgelesen, nachdem

Fig. 219 u. 220.

die Nadel zur Ruhe gekommen ist. Bezeichnet in nebenstehender Figur 221 $S_1 S_2$ die Schnur, NS die astronomische, $N'S'$ die magnetische Nordsüdrichtung, α das Azimuth der Schnur, a die am Kompass gemachte Ablesung, δ die Deklination und ω den Orientirungsfehler, so ist:

$$a + \omega = \alpha + \delta,$$

oder:

$$\alpha = a + (\omega - \delta) \quad 105)$$

worin natürlich auf die Vorzeichen von ω und δ Rücksicht zu nehmen ist.

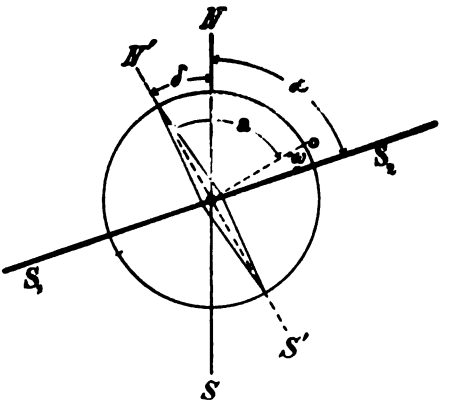


Fig. 221.

Gewöhnlich ermittelt man vor Beginn der Messung die Grösse $\omega - \delta$ gemeinschaftlich, indem man das Hängezeug an eine Linie anhängt, deren astronomisches Streichen genau bekannt ist, liest die Grösse a ab und erhält so $\omega - \delta$, welche dann zu jedem mit dem Hängezeug gefundenen Werthe hinzuzufügen ist, um das wahre Streichen der betreffenden Linie zu erhalten.

Um das Streichen einer Schnur sehr genau zu bestimmen, hat man besondere Verfahren. Brathuhn schlägt z. B. vor, senkrecht zur Schnur eine Spreize zu schlagen, auf dieser von der Schnur aus gleiche Strecken aufzutragen und dann das Streichen der einzelnen so entstehenden, nach dem einen Endpunkt der Schnur gezogenen Linien zu ermitteln. Je zwei symmetrisch liegende Seitenschnuren geben dann im Mittel wieder das Streichen der mittleren Schnur.

Da es nicht immer angängig ist, die Spreize senkrecht zur gegebenen Schnur zu spannen, verfährt Professor Dr. Schmidt folgendermassen: Die Spreize wird beliebig geschlagen und auf ihr ein Meterstab M so aufgeschraubt, dass irgend ein Decimeterstrich über oder unter den einen Punkte P_1 der Linie $P_1 P_2$ (Fig. 222) zu liegen kommt, deren Streichen ermittelt werden soll. Alsdann wird eine Schnur im Punkte P_2 befestigt und über die einzelnen Decimeterstriche des Meterstabes hinweggelegt, durch ein angehangenes Stück Wand gespannt, das Hängezeug

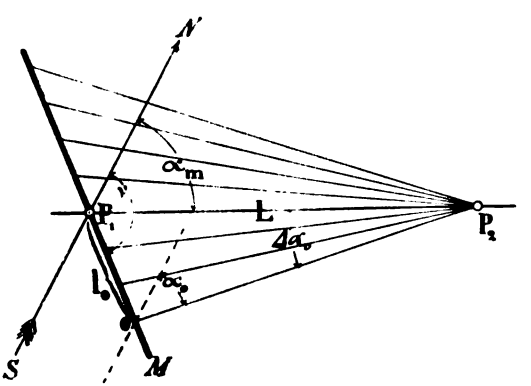


Fig. 222.

angehangen und das Streichen α der Schnur abgelesen. Ausserdem wird das Streichen ν des Meterstabes bestimmt, indem man das Hängezeug umkehrt, die Kompassbüchse nach oben dreht und die Hakenarme auf den Meterstab aufsetzt. Man erhält dann eine Reihe von Werthen α, nämlich $\alpha_0, \alpha_1 \ldots \alpha_n$; α_m sei das abgenommene Streichen der Linie $P_1 P_2$. Ist L die Entfernung der beiden Punkte P_1 und P_2, und bezeichnen $l_0, l_1, \ldots l_n$ die Abstände der Schnur auf dem Meterstabe vom Punkte P_1, so werden die Reduktionen $\Delta\alpha_0, \Delta\alpha_1, \ldots \Delta\alpha_n$, die an den $\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_n$ anzubringen sind, um α_m zu erhalten, sich ergeben aus den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \sin \Delta\alpha_0 &= \sin(\nu - \alpha_0)\frac{l_0}{L} \\ \sin \Delta\alpha_1 &= \sin(\nu - \alpha_1)\frac{l_1}{L} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \sin \Delta\alpha_n &= \sin(\nu - \alpha_n)\frac{l_n}{L} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 106)$$

und damit:

$$\alpha_m = \alpha_0 + \Delta\alpha_0 = \alpha_1 + \Delta\alpha_1 \ldots = \alpha_m \pm 0 = \ldots \alpha_n + \Delta\alpha_n \qquad 107)$$

welche Werthe natürlich von einander etwas abweichen werden; man vereinigt sie zu einem Mittel.

Es möge ein einfaches Beispiel angeschlossen werden.

Ein Meterstab wurde mit dem 7-Decimeterstrich unter P_1 befestigt, das Streichen ν war 225° 0′, und L = 9,2 m. In der Zusammenstellung ergab sich dann:

Decimeterstrich:	Abgelesenes Streichen: α	Entfernung auf dem Meterstabe von P_1: 1 Meter	$\Delta\alpha$	$\alpha_m = \alpha + \Delta\alpha$	Abweichungen vom Mittel: v	
2	131° 00′	− 0,5	− 3°06′,2	127°53′,8	− 0′,2	$[vv] = 75{,}09$
3	130 18	− 0,4	− 2 28,9	49,1	+ 4,5	$m = \sqrt{\frac{75{,}09}{7}} = \pm 3',28$
4	129 48	− 0,3	− 1 51,7	56,3	− 2,7	
5	129 06	− 0,2	− 1 14,3	51,7	+ 1,9	
6	128 36	− 0,1	− 0 37,1	58,9	− 5,3	
7	127 54	± 0,0	± 0 00,0	54,0	− 0,4	
8	127 18	+ 0,1	+ 0 37,0	55,0	− 1,4	
9	126 36	+ 0,2	+ 1 13,9	49,9	+ 3,7	$M = \sqrt{\frac{75{,}09}{56}} = \pm 1',16$
			Mittel	127°53′,6		

In vorstehender Tabelle, die wohl ohne Weiteres verständlich sein dürfte, ist noch die Genauigkeitsberechnung angefügt, aus der sich ergiebt, dass der mittlere Fehler m einer Beobachtung gleich 3′,28 ist, und der mittlere Fehler M des arithmetischen Mittels 127°53′,6 den Werth 1′,16 erhält.

Wie man sieht, ist das Verfahren ein gutes, welches auch ziemlich schnell zum Ziele führt und den Vortheil hat, dass es überall anwendbar ist.

Soll das Streichen einer Linie sehr genau ermittelt werden, so sind besondere Hilfsmittel nothwendig, die im IX. Abschnitt behandelt werden.

Visirkompasse.

Vielfach wird der Kompass auch in Verbindung mit einem Visirmittel benutzt und dient dann hauptsächlich zur Messung von Streich- und Polygonwinkeln.

Das Visirmittel kann entweder ein Diopterpaar sein, wie dies die Fig. 213 oder auch nebenstehende Fig. 223 zeigt. Das Instrument wird auf ein Zapfenstativ aufgestellt.

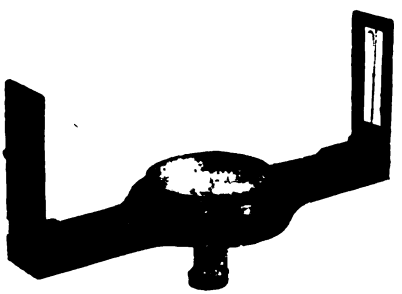


Fig. 223.

Häufiger ist das Visirmittel ein Fernrohr, sodass in diesem Falle die Visirkompasse in der Form mehr dem Theodoliten ähnlich sind; nur fällt der Theilkreis weg. Man bezeichnet sie oft als Fernrohrbussolen. Das Fernrohr ist entweder centrisch (Fig. 224) oder excentrisch (Fig. 225). Der Kompass wird in eine Büchse eingesetzt und in dieser durch eine Klemm-

Fig. 224.

Fig. 225.

schraube gehalten. Ferner ist noch eine Vorrichtung vorhanden, die das Arretiren der Magnetnadel gestattet Die Instrumente besitzen die nöthigen Libellen zum Horizontalstellen und werden entweder auf dem Stativ oder auf Aufstellungsschrauben benutzt.

Sollen mit derartigen Visirkompassen die Streichwinkel von Linien ermittelt werden, so ist es nothwendig, dass der $0^0 - 180^0$ Durchmesser mit der Visirebene parallel ist Diese Untersuchung geschieht am besten so, dass man mit dem Visirmittel einen entfernten Gegenstand anzielt, alsdann an den $0^0 - 180^0$ Durchmesser des Kompasses ein kleines Lineal anlegt und an diesem hinzielt Dann muss derselbe Gegenstand, wie durch das Visirmittel gedeckt werden, wenn nicht, so ist der Kompass in seiner Büchse etwas zu drehen; die richtige Stellung wird dann durch Zeiger an dem Kompass und seiner Büchse markirt. Ist das Visirmittel excentrisch, so muss die Zielung am kleinen Lineale entlang um die Excentricität des Fernrohrs am Zielpunkt seitlich vorbei gehen.

Das Messen des Streichens einer Linie geschieht dann so, dass man den Visirkompass über einem Endpunkte der Geraden aufstellt, horizontirt und den andern Endpunkt mit dem Visirmittel einstellt. Die alsdann am Kompass gemachte Ablesung giebt das magnetische Streichen der Linie an.

Da nun für kleinere Vermessungsgebiete die Richtungen des magnetischen Meridians an den einzelnen Schnurendpunkten parallel sind, so kann man mit den Visirkompassen auch in sogenannten Sprungständen arbeiten. Man überspringt dann nämlich beim Ziehen eines Polygonzuges immer einen Polygonpunkt bei der Aufstellung; man misst beispielsweise auf dem Punkte n eines Zuges das Streichen der Linien n $(n-1)$ und n $(n+1)$, stellt dann das Instrument in $n+2$ auf und bestimmt das Streichen der Linien $(n+2)$ $(n+1)$ und $(n+2)$ $(n+3)$. Dadurch geht die Messung etwas schneller vor sich. Beim Centriren der Visirkompasse unter festen Aufstellungspunkten ist eine so grosse Genauigkeit wie beim Theodoliten nicht erforderlich, da die Ablesungsgenauigkeit nicht so gross ist als bei letzterem.

Ebenso kann man mit dem Visirkompasse Polygonwinkel messen, man zielt etwa vom Punkte n die Punkte $n-1$ und $n+1$ an, liest jedesmal den Kompass ab und bildet die Differenz beider Ablesungen, die den Polygonwinkel darstellt. Hierbei ist es nicht nothwendig, dass der 0^0—180^0 Durchmesser parallel zur Zielebene ist, da nur die Differenzen der Kompassablesungen in Frage kommen. Man ist dabei auch im Stande, die Messung in verschiedenen Stellungen des Kompasses in seiner Büchse zu wiederholen und dann im Mittel eine grössere Genauigkeit zu erhalten.

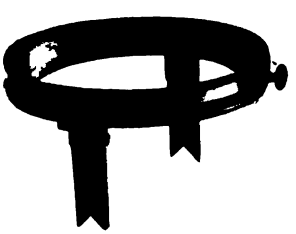


Fig. 226.

Manchmal ist auch den Theodoliten eine Vorrichtung beigegeben (Fig. 226), die auf die Horizontalachse. ähnlich wie

eine Reiterlibelle aufgesetzt wird und zur Aufnahme eines Kompasses dient.

Verrichten, Eintragen und Berechnen der Kompasszüge.

Sind die aufzunehmenden Grubenbaue dem Markscheider noch unbekannt, so muss eine vorläufige Befahrung derselben geschehen, wobei alle Einzelheiten, die auf dem Wege des Zuges vorkommen, genau zu beachten sind. Es wird am zweckmässigsten eine Handskizze angefertigt, bei der die Längen durch Abschreiten, und die Hauptstreichen durch Abnehmen mit dem Handkompass gewonnen werden. In diese Handskizze werden alle jene bemerkenswerthe Gegenstände eingetragen, welche später genauer zur Darstellung gelangen sollen, nämlich:

1. die zur Orientirung und zum Anschluss dienenden Gegenstände, wie feste Punkte, Orientirungslinien, Höhenmarken, Sohlenpunkte, Wasserzeichen, Jahrestafeln, Markscheidertafeln;
2. die zu Sicherungen der Grubenbaue dienenden Vorrichtungen, wie Zimmerung in Holz, Stein und Eisen, Bergeversätze, Wasserblenden, Wetterblenden;
3. die Abbaue und Grubenbaue selbst, wie Schächte, Durchschnittsschächte, Rollen und eigentliche Abbaue;
4. abzweigende Oerter, übersetzende Gänge, Trümer und Verwerfungen.

Ferner sind alle Umstände, die ablenkend auf die Magnetnadel wirken können, genau zu beachten.

Bei der vorläufigen Befahrung sind dem mitanwesenden Markscheidergehilfen die Brechungs- und Verzweigungspunkte der einzelnen Schnuren, ferner die wegen Anbringung der festen Punkte oder Spreizen nothwendigen und zu verstufenden Stellen, sowie die Sohlen- und Wasserzeichen und etwaige Höhenmarken anzugeben. Ferner sind bei dieser vorläufigen Befahrung die Zahl der Spreizen, die einzelnen Schnurlängen, die Befestigung der Verziehschrauben in Gestein oder in Holz zu ermitteln. Nach diesen Vorbereitungen sind vom Gehilfen die zur Messung erforderlichen Geräthe an Ort und Stelle zu schaffen, wozu auch das Holz für die Spreizen, Standbühnen und Traufbuden gehört. An Instrumenten ist erforderlich: Hängezeug, Handkompass, Gradbogen, Messband, Schmiege, Loth, Schnurrollen mit Schnure, Verziehschrauben, Klammern, Nadeln, sowie noch Reserveinstrumente oder Theile, um im Falle eines Missgeschickes Ersatz bei der Hand zu haben.

Vor Beginn der eigentlichen Messung hat sich der Markscheider von der Richtigkeit seiner Instrumente zu überzeugen und besonders das Streichen einer bekannten Linie, am besten unter Tage, abzunehmen; dasselbe muss sogar öfter erfolgen, wenn die Messung längere Zeit dauert oder während einer Zeit stattfindet, in der die Aenderung im Stande der Magnetnadel gross ist.

Nach dem Schlagen der nöthigen Spreizen erfolgt das Spannen der Schnuren, meist auf 150—200 m Länge, manchmal auch auf die ganze Länge des Zuges, sodass die Arbeit ungehindert weiter gehen kann. Die Längen der einzelnen Schnuren sind nicht zu klein zu wählen, damit nicht zuviele, also auch mehr Arbeit, entstehen. Das Maximum der Schnurlängen ist bedingt durch die Instrumente, besonders durch die Längenmesswerkzeuge. Meist geht man bei Kompassschnuren wegen der günstigen Fehlerfortpflanzung bei kurzen Schnuren nicht gern über 20 bis 30 m hinaus. Soll aber mit dem Gradbogen die Seigerteufe genauer ermittelt werden, so ist es nicht zulässig, grössere Längen als 10 m für die Schnuren anzuwenden. Beim Spannen der Schnuren ist ferner darauf zu achten, dass diese von Brechungspunkt zu Brechungspunkt freiliegen, sie dürfen auch nicht zu hoch oder zu tief liegen, damit die Ablesungen bequem auszuführen sind; denn bekanntlich werden bei unbequemen Stellungen des Beobachters die Ablesungen unsicher. Die Schnur muss auch durch Herunterdrücken auf das Anliegen untersucht werden, damit nicht ein solches durch das Anhängen der Instrumente eintritt. Die Neigung der Schnur ist nicht ganz beliebig, bei 60° Neigung und darüber zeigen Gradbogen und Hängezeug die Erscheinung des Aufsteigens, wodurch der untere Hakenarm von der Schnur abgehoben würde, wenn er nicht durch eine Nadel festgehalten wird. Bei steilen Schnuren wird ausserdem die Genauigkeit der Messung insofern beeinträchtigt, als die Projektionen der beiden Aufhängepunkte sehr nahe zusammenfallen. Es sind daher im Allgemeinen Neigungen über 60° möglichst zu vermeiden; bei Anwendung des Hängezeuges verwende man dann lieber schlaffe Schnuren. Anfangs- und Endpunkt des Zuges müssen durch mindestens einen oder besser zwei feste Anhaltepunkte bezeichnet werden; eine Unterbrechung des Zuges darf nur an festen Punkten geschehen, nie aber an verlornen.

Bei der Messung führt man zuerst die Kompassmessung aus, zeigt sich hierbei die Nothwendigkeit, einzelne Winkelpunkte zu verlegen, so müssen zuerst die Punkte geändert werden und erst, wenn nichts mehr zu berichtigen ist, erfolgt die Messung mit dem Gradbogen und dem Bande.

Alle Messungen müssen zur Kontrolle doppelt ausgeführt werden, es ist also stets Zug und Gegenzug zu machen; letzterer ist am zweckmässigsten in umgekehrter Richtung auszuführen, womöglich mit veränderten verlorenen Punkten. Häufig bildet auch die jemalige Tagesleistung einen in sich abgeschlossenen Zug und Gegenzug.

Während und nach der Ausführung der Hauptmessung, die sich also auf die Schnuren bezieht, sind in der Regel noch Nebenmessungen auszuführen, die den Zweck haben, die genaue Form der durchgezogenen Grubenbaue mit ihren Einzelheiten festzustellen und später zu Riss zu bringen.

Zu den Nebenmessungen gehören:

1. Die Angabe der Lage der Schnurenden gegen die Streckenstösse; und zwar bezeichnet man sie als Mitte (m), links (l), rechts (r), linksmitte (lm) und rechtsmitte (rm), rechts und links immer in der Richtung des fortschreitenden Zuges gedacht (Fig. 227). Dies gilt besonders für den Erzbergbau mit normalen Streckenbreiten (1,5 bis 1,8 m).

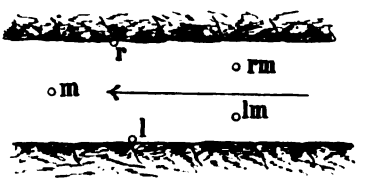


Fig. 227.

2. Die Messung des Abstandes der Sohle von den einzelnen Schnurpunkten; ist besonders die Sohlenänderung gross, so muss auch von den verlornen Punkten, unter Umständen auch von Zwischenpunkten aus, bis zur Sohle gemessen werden. Ist ein gleichmässiges Steigen oder Fallen der Sohle vorhanden, so genügt es, die Sohlenmessungen an den festen Punkten auszuführen.
3. Die Einmessung der abzweigenden Strecken, Abbaufelder, Rollen, Schächte und Füllorter.

Diese Gegenstände werden gewöhnlich durch Coordinaten auf die an ihnen hingehenden Schnuren bezogen, und es ist nöthig, in das Zugbuch eine deutliche Handzeichnung mit Eintragung der gemessenen Maasse zu machen.

Bei Schächten ist je nach der Form, ob rund oder rechteckig, entweder die Schachtmitte, oder die Stösse des Schachtes bei rechteckigem Querschnitt, sowie das Streichen etwa des langen Schachtstosses mit anzugeben; es ist immer vortheilhaft, zur Kontrolle überschüssige Maasse zur Verfügung zu haben.

In ähnlicher Weise sind

4. Sicherheitsvorkehrungen, wie Wasserblenden, Bergfesten, Wetterblenden und ähnliches einzumessen, sowie
5. die übersetzenden Gänge, Trümer und Klüfte stets mit Rücksicht auf ihre Erz- und Wasserführung, sowie ihre Mächtigkeit anzugeben.
6. Das Streichen und Fallen von Lagerstätten und übersetzenden Klüften muss ebenfalls angegeben werden.

Das Abnehmen des Streichens und Fallens geschieht meist mit Hilfe des Handkompasses. Man sucht sich nämlich zuerst eine Linie des stärksten Falles der Lagerstätte auf, indem man den Handkompass auf der entblössten Lagerstätte mit einer Plattenkante aufsetzt und nun den Kompass auf der Lagerstätte solange dreht, bis man am kleinen Gradbogen den grössten Werth des Fallwinkels abliest. Diese Richtung reisst man auf dem Gestein ein, legt den Kompass mit seiner Kante an diese Linie an und erhält so das Kreuzstreichen; der kleine Gradbogen giebt den Fallwinkel an.

Zweckmässiger Weise benutzt man eine kurze Setzlatte, die auf die Lagerstätte aufgelegt und auf die dann der Kompass aufgekantet wird; dadurch bekommt man sicherere Ergebnisse. Man kann zur Bestimmung des Streichens auch so verfahren, dass man

sich mit dem auf der Setzlatte hochgekanteten Kompass eine Horizontale der Lagerstätte aufsucht, wobei der kleine Gradbogen auf Null zeigen muss. Reisst man diese Linie ein und setzt den Kompass an dieselbe an, so erhält man ohne weiteres das Streichen, und die Fallrichtung steht senkrecht darauf.

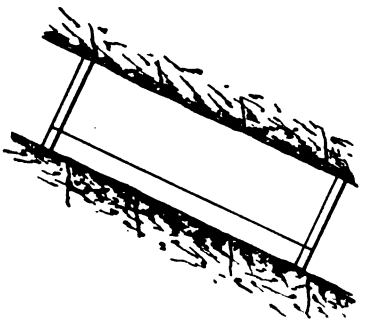


Fig 228.

Will man genauere Ergebnisse erzielen, so benutzt man den Gradbogen und das Hängezeug. Bei mächtigeren, auf grössere Erstreckung entblössten Lagerstätten verfährt man ähnlich wie vorher, dass man sich zunächst entweder eine Linie des stärksten Falles oder eine Streichlinie mit dem Gradbogen ermittelt, indem man eine Spreize fest schlägt, in einer bestimmten Entfernung vom unteren Ende eine Schnur um dieselbe schlingt (Fig. 228), das andere Ende der Schnur an einer lose geschlagenen Spreize befestigt und diese solange verrückt, bis entweder das stärkste vorhandene Fallen oder Null abgelesen wird, worauf die Spreize befestigt wird. Durch Anhängen des Hängezeuges an die Schnur bekommt man im ersteren Falle das Kreuzstreichen, im zweiten das Streichen der Lagerstätte, zu dem die Fallrichtung senkrecht steht.

Ist ferner ein Stück im Hangenden einer Lagerstätte entblösst, so legt man wieder eine Setzlatte an das Hangende und hält an diese den Gradbogen mit seinen Haken an (Fig. 229); die Setzlatte mit dem Gradbogen wird nun wieder so lange gedreht, bis man entweder den grössten vorhandenen Fallwinkel oder Null abliest, nach Ersetzen des Gradbogens durch das Hängezeug liest man an diesem entweder das Kreuzstreichen oder das Streichen selbst ab. Das zweite Verfahren ist etwas umständlicher, da man nachher noch den Fallwinkel zu bestimmen hat.

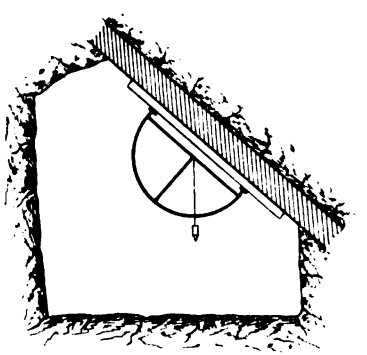


Fig. 229.

Ist ein Stück im Liegenden entblösst, so ermittelt man sich die Fallrichtung, indem man entweder einen Wassertropfen oder eine Lettenkugel auf dem Liegenden herabrollen lässt. Auf dieser so ermittelten Fallrichtung wird das Hängezeug umgestürzt (Fig. 230) mit den Hakenarmen aufgesetzt, so dass die Theilung nach oben kommt, und das Kreuzstreichen ermittelt. Zur Bestimmung des Fallwinkels spannt man parallel

zur ermittelten Fallrichtung eine Schnur, an die der Gradbogen angehangen wird.

Lässt sich nur eine Streichlinie ermitteln, so muss dies mit Setzlatte und Setzlibelle geschehen, auf die Latte wird dann ebenfalls das Hängezeug, umgestürzt, mit den Hakenarmen aufgesetzt und das Streichen abgelesen.

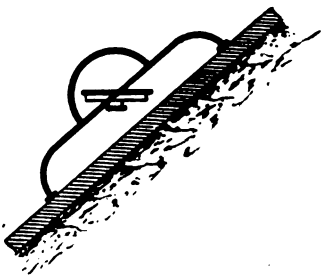


Fig. 230.

Ist eine übersetzende Kluft vorhanden, sind also nur die Saalbänder einer Lagerstätte entblösst, so wird von einem Streckenstoss zum anderen mit dem Gradbogen eine söhlige Schnur gespannt; das an diese angehangene Hängezeug giebt alsdann das Streichen der Kluft an (Fig. 231). Eine zweite Schnur, die senkrecht zur ersten liegt und von einem Punkt der Kluft in der Sohle nach einem in der Firste geht, giebt dann die Falllinie und der an dieser Schnur angehangene Gradbogen den Fallwinkel.

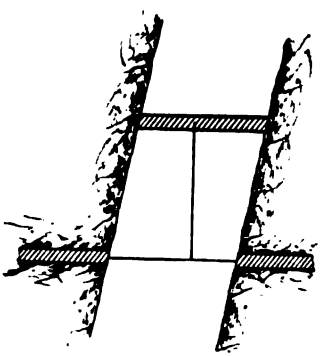


Fig. 231.

Haben söhlige Strecken in einer Lagerstätte eine sehr lange Ausdehnung, so werden meist an verschiedenen Stellen das Streichen und Fallen abgenommen. Dieselben bezeichnet man als Spezialstreichen und -Fallen, und sie geben vereinigt das sogenannte Hauptstreichen und Hauptfallen des Ganges. Man versteht darunter das allgemeine arithmetische Mittel aus den Einzelstreichen und Einzelfallen unter Berücksichtigung der Entfernungen der Stellen von einander, an denen ein Abnehmen des Streichens oder Fallens stattgefunden hat. Bezeichnet man die Einzelstreichen der Strecken l_1, l_2 . . . mit α_1, α_2, die Einzelfallen entsprechend mit γ_1, γ_2 . . ., das Hauptstreichen dagegen mit α_0, das Hauptfallen mit γ_0, so ist:

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2 + \ldots + \alpha_n l_n}{l_1 + l_2 + \ldots + l_n} \quad \ldots \quad 108)$$

und:

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_1 l_1 + \gamma_2 l_2 + \ldots + \gamma_n l_n}{l_1 + l_2 + \ldots + l_n} \quad \ldots \quad 109)$$

welche Werthe also den allgemeinen Verlauf einer Lagerstätte näher kennzeichnen.

Zur Aufzeichnung der Beobachtungen benutzt man das Zugbuch, welches Taschenformat besitzt.

Die bei der Messung erhaltenen Zahlenwerthe werden nun in ein besonderes Formular eingetragen, das man meist als Winkelbuch bezeichnet. In diesem werden auch gleichzeitig die Ergebnisse der Berechnung der Beobachtungen mit eingeschrieben. Das in Sachsen übliche Schema ist das folgende, in das gleich eine Anzahl von beobachteten Grössen und ihre Berechnung eingetragen ist.

(Siehe Tabelle Seite 135.)

Es ist noch dazu zu bemerken, dass an jedem festen Punkte des Zuges die Seigerteufen am zweckmässigsten auf den festen Punkt und die Sohle darunter abgeschlossen werden In die Spalte Bemerkungen werden Skizzen, die Lage der verschiedenen Verziehschrauben, die Nebenmessungen u. s. w. eingetragen. Sowohl das in der Grube geführte Zugbuch, sowie das Winkelbuch müssen in einer solchen Weise geführt werden, dass jeder andere Markscheider darnach einen begonnenen Zug fortsetzen kann.

Die Verwendung des Kompasses in Gegenwart von ablenkenden Gegenständen.

Die vorstehenden Betrachtungen gelten natürlicherweise nur dann, wenn auf die freie Kompassnadel einzig und allein die Richtkraft des Erdmagnetismus einwirkt. Sind dagegen ablenkende Gegenstände, etwa Grubenschienen, eiserner Ausbau, Maschinen oder magnetisches Gestein vorhanden, so wird die am Kompass gemachte Ablesung nicht das wirkliche magnetische Streichen angeben.

Um auch in solchen Fällen mit dem Kompasse ziehen zu können, sind verschiedene Hilfsmittel in Gebrauch. Ihre Anwendung läuft immer darauf hinaus, nicht direkt Streichwinkel, sondern Polygonwinkel zu messen. Behält hierbei der Kompass seine Höhenlage auf jedem Messungspunkte beim Abnehmen der beiden entstellten Streichrichtungen bei, so giebt die Differenz beider so bestimmten Streichrichtungen den richtigen Polygonwinkel, der dann zu weiteren Messungen benutzt werden kann.

Bei Benutzung des Hängezeuges ist das einfachste Mittel das Ziehen mittels Kreuzschnuren. Man spannt nämlich die Schnuren so aus, dass sie sich schneiden und hängt unter dem Schnittpunkt der beiden Schnuren an jede das Hängezeug an und liest ab. Am zweckmässigsten stellt man die Kreuzschnuren so her, dass man in ein Stück Latte zwei Einschnitte in einem Abstand von einigen Decimetern macht, in die Einschnitte die Schnur legt, so dass sich das ankommende und abgehende Ende in einiger Entfernung vom Lattenstück schneiden. Das Lattenstück wird mit einer Schraube befestigt und solange um die Schraube vor deren Anziehen gedreht, bis beide Schnurtheile sich berühren. Um diesen Berührungspunkt bindet man dann noch einen Faden, und hängt dann das Hängezeug so an, dass die Kompassmitte senkrecht unter

Winkel-Buch.

Nr.	Der flachen Schnur: Neigung steigt oder fällt	Neigung Grad	Maass Meter	Seigerteufe steigend Meter	Seigerteufe fallend Meter	Streichen beobachtet Grad	Streichen berechnet Grad	Sohle Meter	Länge östliche + westl. − ±	Länge Meter	Breite nördl. + südl. − ±	Breite Meter	Summe der Längen östl. + westl. − ±	Summe der Längen Meter	Summe der Breiten nördl. + südl. − ±	Summe der Breiten Meter	Bemerkungen und Skizzen
III				333,075	—								+	135,427	—	2318,184	1. III = fester Punkt in der Jahrestafel 1806.
III—14	st	0,60	3,484	0,036	—	81,8	72,0	3,484	+	3,313	+	1,077	+	138,740	—	2317,107	r
14—15	f	0,70	8,364	—	0,102	40,2	30,4	8,363	+	4,232	+	7,213	+	142,972	—	2309,894	r
15—16	f	1,00	4,445	—	0,077	1,6	351,8	4,444	—	0,634	+	4,399	+	142,338	—	2305,495	l
16—17	st	2,40	5,377	0,225	—	25,3	15,5	5,372	+	1,436	+	5,177	+	143,774	—	2300,318	r
17—18	f	1,90	3,693	—	0,123	294,2	284,6	3,691	—	3,572	+	0.930	+	140,202	—	2299,388	l Das Streichen der Schnur 17—18 ist gleich dem Streichen eines dort befindlichen Uebersetzens, dasselbe fällt 77° in Süd.
18—IV	f	4,00	3,771	—	0,263	11,6	1,8	3,762	+	0,118	+	3,760	+	140,320	—	2295,628	l bis festen Punkt IV in der Jahrestafel 1778.
				333,336	0,565												
IV				332,771	—												Höhe des festen Punktes IV.
	f	90	0,900	—	0,900												bis Sohle unter dem festen Punkt IV.
				331,871	—												Höhe der Sohle unter dem festen Punkt IV.

dem Schnittpunkt der Schnuren liegt. Beim Spannen der Schnuren ist darauf zu achten, dass sie möglicht horizontal liegen; zu vermeiden ist ein starker Wechsel im Fallwinkel derselben, da sich sonst in beiden Lagen des Hängezeugs die verschiedene Höhe des Kompasses bemerkbar macht.

Um den Kompass immer in dieselbe Höhe, auch bei verschieden steigenden Schnuren, zu bringen, hat man besondere Vorrichtungen konstruirt, an die man das Hängezeug anhängt, oder in denen eine Büchse vorhanden ist, welche den Kompass aufnimmt Derartige Hilfshängezeuge sind verschiedene vorhanden, von denen aber einige die Bedingung derselben Höhe des Kompasses nicht erfüllen. Eine brauchbare Konstruktion rührt von Braunsdorf her, ihre Einrichtung dürfte aus nebenstehender Figur 232 ersichtlich sein. Am zweckmässigsten sind die auf Seite 127 und 128 angegebenen Visirkompasse oder Fernrohrbussolen zu verwenden.

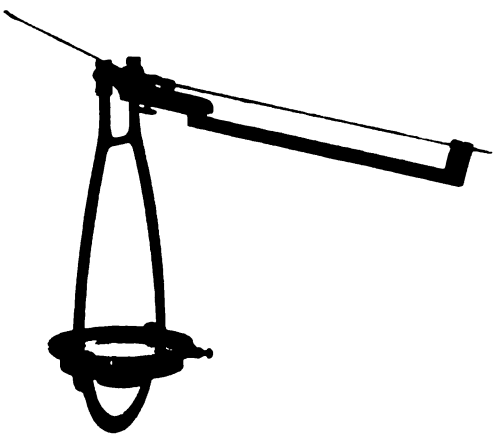


Fig. 232.

Die Zulegeplatte.

Für das Zulegen der Kompasszüge, wenn es nicht nach Coordinaten geschieht, benutzt man meist die Zulegeplatte, eine echteckige Platte mit facettirten Kanten. Diese Platte trägt auf der oberen Fläche eine niedrige Büchse, in die der Kompass des rugehörigen Hängezeuges hineinpasst und in der er durch eine Pressschraube festgehalten werden kann (Fig. 233 und 234). An zwei Knöpfen kann die Zulegeplatte bequem aufgehoben werden. Der Boden ist in der Mitte durchbrochen, um die Nadel feststellen zu können. An der Kompassbüchse der Zulegeplatte ist ferner ein Index so angebracht, dass, wenn der am Kompasse befindliche Zeiger mit diesem eine Linie bildet, der 0°—180° Durchmesser der Kompasstheilung parallel

Fig. 233.

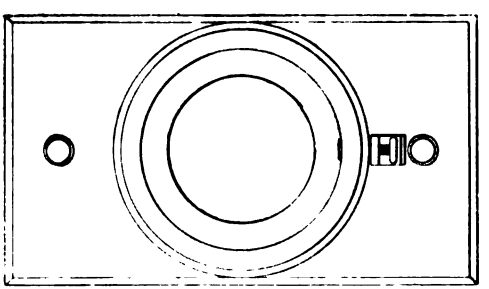


Fig. 234.

zu den parallelen langen Plattenkanten wird. Die Richtigkeit dieser Stellung ist ähnlich wie beim Visirkompass zu untersuchen.

Genauigkeit der Kompasszüge.

Um entscheiden zu können, auf was beim Kompasszug Gewicht zu legen ist, ist es nöthig, die Fehlerfortpflanzung in einem solchen Zuge näher zu betrachten.

Denkt man sich einen geradlinigen Kompasszug von der Gesammtlänge L, der aus n gleichen Strecken von der Länge s besteht, so wird die Streichrichtung jeder einzelnen Strecke mit dem mittleren Fehler $\pm\varepsilon$ bestimmt. Dies giebt für jede einzelne Strecke die Querabweichung $\pm s\varepsilon$, daher wird die mittlere Querabweichung q am Ende des aus n Strecken bestehenden Zuges:

$$q = s\varepsilon\sqrt{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 110)$$

oder, wenn man für n den Werth $\frac{L}{s}$ einführt:

$$q = \varepsilon\sqrt{Ls}.$$

Hierin ist ε in Bogenmaass verstanden, ist ε in Sekunden gegeben, so wird:

$$q = \frac{\varepsilon''}{\varrho''}\sqrt{Ls} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 111)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass beim Kompasszug die Schnurlängen klein zu nehmen sind. Gewöhnlich geht man damit nicht über 20 m hinaus. Nach Gleichung 111 ist beispielsweise für $\varepsilon'' = 6' = 360''$, $L = 200$ m, $s = 20$ m das $q = 0{,}110$ m.

Obgleich das ε'' beim Kompass gegenüber dem Theodoliten (VI. Abschnitt) ziemlich gross auftritt, da man nur etwa auf $0{,}1^0 = 6'$ genau ablesen kann, so ist doch die Fehlerfortpflanzung im Kompasszuge eine günstige, weil ein begangener Fehler nur an der betreffenden Schnur bleibt und sich nicht weiter fortträgt, da Streichrichtungen gemessen werden. Ausserdem fallen im allgemeinen beim Kompasszug die Centrirungsfehler des Instrumentes, die beim Theodolitzug eine bedeutende Rolle spielen, weniger ins Gewicht.

Wird ferner ein Kompasszug an zwei durch Coordinaten gegebene feste Punkte A und B angeschlossen, so wird man durch denselben, vom Ausgangspunkt A anfangend, nicht die gegebenen Coordinaten des Endpunktes B erhalten, sondern einen Widerspruch, der mit f_s bezeichnet werde. Dieser stellt den Abstand der beiden Punkte dar.

Sind nun die Coordinaten der gegebenen Anschlusspunkte x_a, y_a und x_b und y_b, bezeichnen ferner s_1, $s_2 \ldots s_n$ die Schnurlängen und α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$ die entsprechenden Streichwinkel, so ist der Fehler f_x in der X-Richtung, also in der Breite:

$$f_x = (x_b - x_a) - \Sigma(s\cos\alpha) \quad \ldots\ldots \quad 112)$$

und der Fehler f_y in der Y-Richtung des Coordinatensystems, also in der Länge:

$$f_y = (y_b - y_a) - \Sigma(s \sin \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 113)$$

Diese Grössen f_x und f_y dürfen gewisse Grenzen, die in den einzelnen Ländern festgesetzt sind, nicht überschreiten, wenn der Kompasszug als genügend angesehen werden soll. Sind die Schlussfehler grösser als die zulässigen Werthe, so muss der Zug wiederholt werden, am besten mit veränderten Schnurendpunkten.

Zwischen den Grössen f_s, f_x und f_y besteht die Beziehung:

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2},$$

welche Wurzel erst zu berechnen ist, da die amtlichen Fehlergrenzen meist in Bezug auf f_s gegeben sind.

Näheres über diese Fehlergrenzen, die auch für den Kompasszug Anwendung finden können, ist im VI. Abschnitt unter „Genauigkeit der Theodolitzüge“ nachzulesen.

VI. Abschnitt.

Der Theodolit und seine Anwendung.

Der Theodolit und seine Anwendung.

Im vorigen Abschnitt ist bereits bemerkt worden, dass in Anwesenheit von ablenkenden Gegenständen der Kompass nur mit besonderer Vorsicht gebraucht werden kann; man kam infolgedessen schon zeitig auf den Gedanken, an Stelle des Kompasses andre Vorrichtungen zu ersinnen, die auch in Anwesenheit von Eisen richtige Messungen anzustellen gestatten. Die ersten derartigen Instrumente, an denen man ohne Magnetnadel die Winkel ablesen konnte, waren die sogenannten Eisenscheiben, die in der verschiedensten Weise ausgeführt worden sind.

Fig. 235.

Nebenstehende Figur 235 zeigt eine solche Einrichtung, sie trägt die Inschrift: Fec. A. F. Schultze in Freyberg 1747. Sie besteht aus einem Messingteller, auf den oben der äusserste Ring aufgenietet ist, der 4 Löcher zum Aufschrauben des Ganzen auf eine Pfoste besitzt. In diesem äusseren Ringe dreht sich ein zweiter, mit zwei Knöpfchen und einem Zeiger versehener, und in diesem ein in Stunden getheilter und widersinnig bezifferter Vollkreis, auf dem ein Träger befestigt ist, in dem ein Arm mit einem Haken um eine horizontale Drehachse beweglich ist. Bei der Messung waren zwei derartige Eisenscheiben in Gebrauch, beide wurden aufgeschraubt und zwischen ihren Haken eine Schnur gespannt. Darauf wurde am Zeiger entweder abgelesen, oder dieser

auf Null gestellt; dann wurde die hintere Scheibe auf den nächsten vorderen Punkt gebracht und in derselben Weise verfahren. Die

Fig 236.

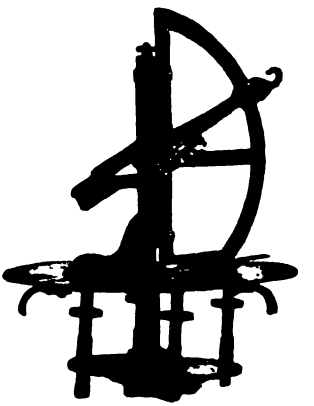


Fig. 237.

Differenz beider Ablesungen oder die zweite direkt gab dann den gesuchten Winkel.

Eine andere derartige Eisenscheibe, bei der die Ablesung durch einen rahmenartigen Ansatz mit Pferdehaar verfeinert wurde, zeigt obenstehende Figur 236. Hier ist die vertikale Umdrehungsachse schon verlängert gegenüber der ersten Scheibe.

Später wurden die Eisenscheiben wesentlich durch Studer in Freiberg verbessert, man konnte mit diesen auch die Schnurneigung ermitteln (Fig. 237).

Später sind diese rohen Winkelmessinstrumente weiter und weiter verfeinert worden; das jetzt am meisten in der Vermessungstechnik benutzte Winkelmessinstrument ist der Theodolit, der im Folgenden einer eingehenden Betrachtung unterworfen werden möge.

Das Prinzip der Winkelmessung besteht im Allgemeinen darin, dass man einen getheilten Kreis mit seinem Mittelpunkte derart über den Scheitel des zu messenden Winkels bringt, dass der Kreis und der in der Natur zu messende Winkel in parallelen Ebenen liegen. Mit Hilfe eines Visirmittels, welches sich um den Mittelpunkt des Theilkreises drehen lässt und seine jedesmalige Lage in Bezug auf den Theilkreis abzulesen gestattet, kann jeder Winkelschenkel eingestellt werden. Die Differenz der hierbei erhaltenen Kreisablesungen giebt alsdann die Grösse des zu messenden Winkels.

Zu einem Theodoliten in seiner einfachsten Form ist mithin, wenn man berücksichtigt, dass er nur zur Messung von Horizontal- und Vertikalwinkeln benutzt wird, erforderlich:

1. ein getheilter Kreis, den man gewöhnlich als Limbus bezeichnet, dessen Mittelpunkt über den Scheitel des zu messenden Winkels gebracht und der gleichzeitig horizontal oder vertikal gestellt werden kann,
2. ein um den Mittelpunkt des Theilkreises drehbarer Theil, die sogenannte Alhidade,
3. ein mit dieser in Verbindung stehendes, nach jeder Richtung hin bewegliches Visirmittel und
4. Ablesungsvorrichtungen an der Alhidade.

In Wirklichkeit gestaltet sich ein Theodolit nicht so einfach, da die Anforderungen, die man an ihn stellt, sehr hohe sind. Es ist infolgedessen nöthig, dass einmal alle Theile vom Mechaniker so genau wie möglich hergestellt werden, und dass andererseits, da kein Mechaniker fehlerfrei arbeiten kann, die Möglichkeit gegeben ist, die verbleibenden, kleinen Fehler auf irgend eine Weise aus der Winkelmessung zu beseitigen, soweit dies angängig ist.

Einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der Winkelmessung mit dem Theodoliten haben, — abgesehen vom Beobachter, — einerseits die Achsen und anderseits die Kreise, die zuerst in Betracht gezogen werden mögen.

Die Achsen.

Die Drehachsen, die am Theodolit vorkommen, sind entweder vertikale oder horizontale; sie sind Rotationskörper, die sich in einer entsprechend geformten Führung bewegen können. Bei der Wahl des Materials für Achse und Führung befolgte man früher meist den Grundsatz, dass die Achse aus einem härteren Materiale als ihre Führung oder Büchse hergestellt wurde; also für die Achse Stahl, für die Führung Messing oder Rothguss, bei Instrumenten für magnetische Messungen für die Achse Rothguss, für die Führung Messing. Neuerdings stellt man für Theodolite, die nicht zu magnetischen Messungen dienen, sowohl die Achse als auch

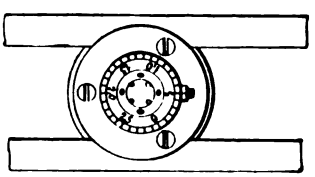


Fig. 240.

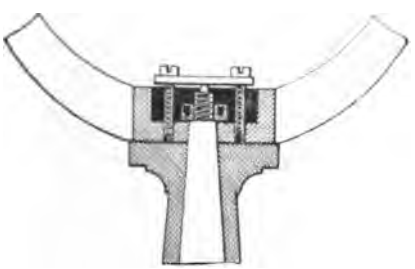


Fig. 238.

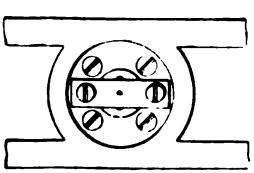


Fig. 239.

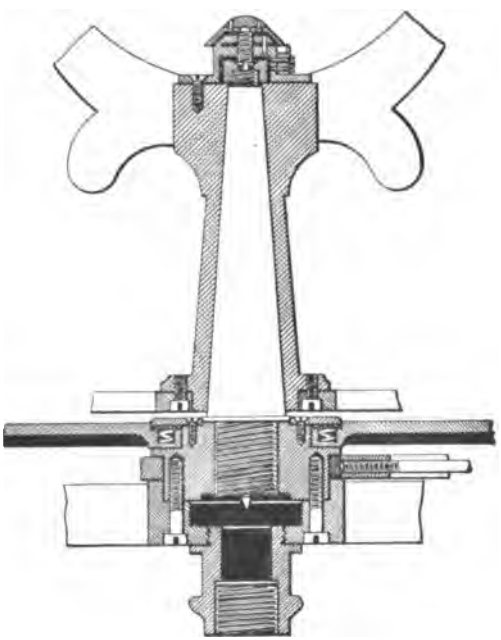


Fig. 241.

die Führung aus ganz hartem Stahl her, eine Einrichtung, welche sich sehr gut bewährt hat.

Die vertikalen Achsen haben meist eine konische Form, und zwar kann der schwächere Theil sowohl nach oben, als auch nach unten gekehrt sein. Die erstere Einrichtung zeigen die Fig. 238 und 241, die zweite Fig. 242, 243 und 245. Die Führung ist entsprechend auch konisch und in den Figuren schraffirt. Die Führung der Achsen kann entweder ihrer ganzen Länge nach, wie in Figur 241, oder nur an bestimmten Stellen erfolgen, wie dies aus den Figuren 242, 243 und 245 ersichtlich ist. In einem solchen Falle ist an den nicht geführten Stellen ein grösserer Zwischenraum zwischen der Achse und ihrer Führung.

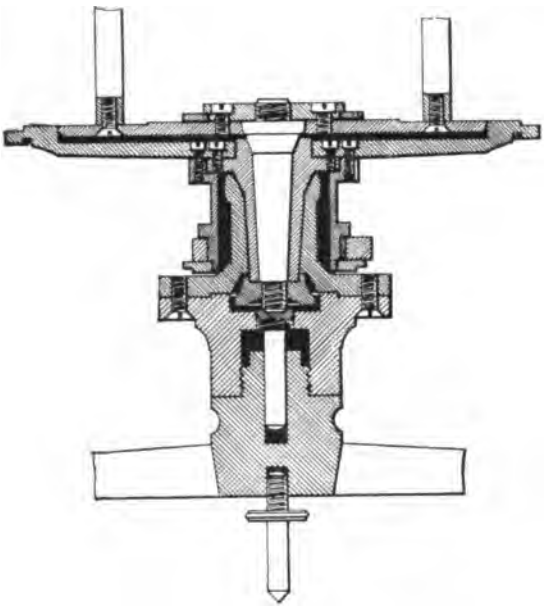


Fig. 242.

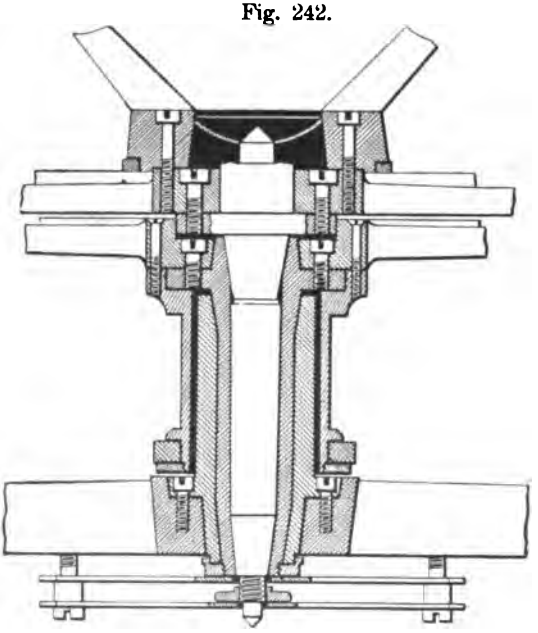


Fig. 243.

Bei manchen Theodoliten, den sogenannten Repetitionstheodoliten ist eine doppelte Vertikalachse vorhanden, wie dies ebenfalls aus den Figuren 242, 243 und 245 ersichtlich ist.

Um die Beweglichkeit der vertikalen Achsen zu erhöhen, werden sie mit feinstem Oele schwach geschmiert; ausserdem ist auch bei vielen Theodoliten, besonders bei solchen mit schwerem Obertheil, noch eine Vorrichtung vorhanden, die die Achse bezw. deren Führung etwas zu heben oder zu senken gestattet.

Derartige Einrichtungen zeigen die Figuren 238 bis 241, die von oben wirken, und die Führung durch Anziehen der entsprechenden Schrauben etwas von der Achse abheben. In Figur 243 und 244 ist eine Einrichtung dargestellt, bei welcher die Ausbalancirung durch dreiflüglige Federn von unten aus geschieht. Die Ausbalancirung muss sehr vorsichtig erfolgen, damit nicht etwa ein Schlottern der Achse in ihrer Führung eintritt.

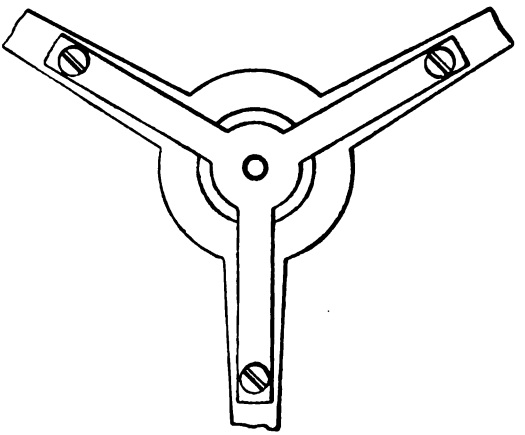


Fig. 244.

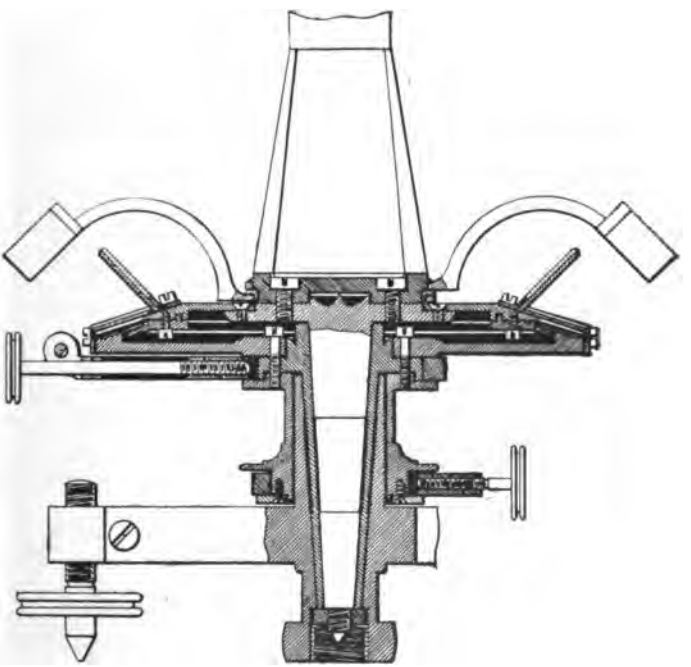


Fig. 245.

Um die Achsen genau vertikal stellen zu können, endigt der Theodolit in einen Dreifuss mit Stellschrauben, in dem entweder die Achse, wenn das schwächere Ende derselben nach oben gerichtet ist, oder im andern Falle die Führung befestigt ist.

An der vertikalen Achse oder deren Führung befindet sich einmal die Alhidade mit den Ablesungsvorrichtungen, die je nach der Güte und Theilung des Instrumentes Nonien oder Mikroskope sind, und andrerseits die Träger, in denen das Fernrohr, welches ausnahmslos als Visirmittel benutzt wird, mittels einer horizontalen Achse gelagert ist.

Bei den horizontalen Achsen oder Kippachsen sind die Auflagerungsstellen ausnahmslos Cylinder aus Stahl oder Rothguss, man bezeichnet sie als Zapfen. Das Verbindungsglied zwischen beiden Zapfen ist der eigentliche Achsenkörper, durch den das Fernrohr hindurch gesteckt ist. Bei manchen Theodoliten befindet sich das Fernrohr nicht in der Mitte zwischen den beiden Zapfen, sondern am Ende der Achse; man bezeichnet alsdann das Fernrohr als excentrisches.

Die Zapfen müssen völlig kreisrunde Cylinder von gleichem Durchmesser sein, und ausserdem müssen die mathematischen Achsen beider Zapfen in einer geraden Linie liegen.

Die Untersuchung, ob die Zapfen vollkommene Cylinder sind, geschieht man am einfachsten mit einer sehr empfindlichen, passenden Reiterlibelle. Diese wird mit einem Fusse auf eine feste Unterlage, mit dem anderen auf den zu untersuchenden Zapfen aufgesetzt und zum Einspielen gebracht. Dreht man dann den Zapfen um seine Achse, so muss die Libellenblase ihre Stellung beibehalten.

Zur Untersuchung der gleichen Durchmesser beider Zapfen verfährt man so, dass man nach dem früheren die Neigung der Horizontalachse mit einer empfindlichen Setzlibelle ermittelt, alsdann die ganze Achse in ihren Lagern umlegt, und wieder die Neigung der Achse in dieser Lage bestimmt; aus beiden Neigungen und der Entfernung der beiden Zapfen lässt sich alsdann der Unterschied der Zapfendurchmesser bestimmen. Hierbei ist die Libelle als unberichtigt zu betrachten; man muss sie also auch umsetzen.

Die Prüfung, ob die Achsen beider Zapfen in einer Geraden liegen, wird ebenfalls mit einer Setzlibelle ausgeführt, indem man die Achse in den Lagern dreht, wobei die aufgesetzte Libelle immer ihren Stand beibehalten muss.

Die Zapfen drehen sich in Lagern, und zwar sind diese entweder durch Cylinderflächen, wie in den Figuren 246 bis 249, oder durch ebene (Fig. 250, 252, 254), oder gewölbte (Fig. 256 und 257) Flächen begrenzt. Bei den ersteren erfolgt die Führung durch die Lager an einem grösseren Theile des Zapfens, bei der zweiten Art längs zweier Mantellinien und bei der dritten an zwei Punkten.

Um die Zapfen und Lager wenigstens etwas gegen Staub zu schützen und gleichzeitig die ersteren gegen Herausheben zu sichern, werden die Lager mit Deckeln versehen, von denen verschiedene Arten in den Figuren 250, 251, 252, 253, 258, 259 und 260 dargestellt sind. Um eine Reiterlibelle auf die horizontale Achse auch bei geschlossenen Lagerdeckeln aufsetzen zu können, sind letztere

mit entsprechenden Oeffnungen für die Libellenfüsse versehen (Fig. 251, 259 und 260).

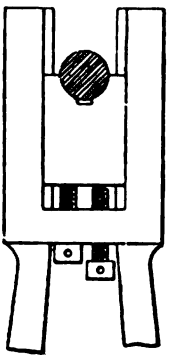


Fig. 246.

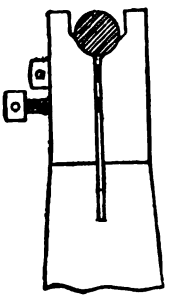


Fig. 248.

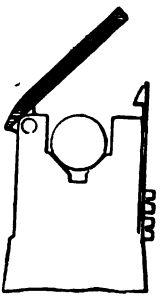
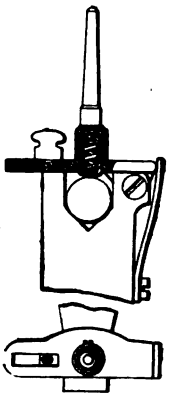


Fig. 250.



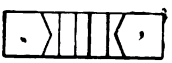


Fig. 247.

Fig. 249.

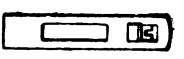


Fig. 251.

Fig. 252 u. 253.

Bei den meisten Theodoliten sind die Lager in der Höhenrichtung verstellbar, damit man die horizontale Achse senkrecht auf die vertikale stellen kann. Es genügt, wenn eins der Lager

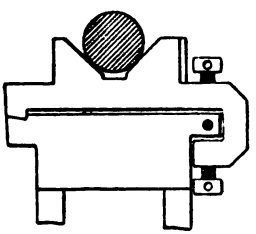


Fig. 254.

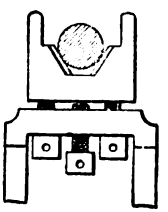


Fig. 256.

Fig. 258.

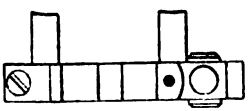


Fig. 255.

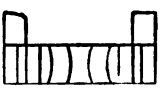


Fig. 257.

Fig. 259.

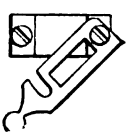


Fig. 260.

bewegt werden kann, die Einrichtungen sind verschieden, in den Figuren 246, 254 und 256 erfolgt die Hebung oder Senkung des Lagers durch senkrecht wirkende Schrauben. In Figur 248 wirken die Justirschrauben horizontal, die eine tritt als Zug-, die andere als Druckschraube auf. Das Lager ist gespalten und beide Lagertheile werden entweder aneinander gepresst oder voneinander entfernt, wodurch ein Heben bezw Senken des Zapfens eintritt.

Geschmiert werden die Zapfen und Lager nicht.

Ausser den beiden Achsenbewegungen kommt für manche Zwecke noch die Bewegung zwischen Spitzen vor, beispiels-

weise an manchen Nonien am Höhenkreise, die man dann als fliegende bezeichnet. Bei diesen besteht der Nonius aus einem Metallstück mit zwei gegenüberstehenden Körnervertiefungen, in die zwei durch ein rahmenartiges Stück hindurchgehende Schrauben mit ihren Spitzen eingreifen. Durch Anziehen oder Lösen der Schrauben kann man die Beweglichkeit geringer oder grösser machen.

Der Theilkreis.

Wie schon bemerkt, hängt von einer guten Theilung des Kreises die Güte der Beobachtungen hauptsächlich mit ab. Beim Theodoliten sind die Kreise durchlaufend getheilt; die Theilung wird nicht auf das Messing direkt aufgebracht, sondern in einen besonders eingelegten Silberring, der eine sehr feine Theilung verträgt. Das Theilen selbst geschieht mit besonderen Theilmaschinen, die entweder völlig selbstthätig die verschieden langen Theilstriche aufreissen oder bei denen die Theilung übertragen wird.

Die Abmessungen der Kreisdurchmesser und die Anzahl der Theilstriche auf 1° sind je nach den Ablesungsvorrichtungen verschieden. Bei kleineren Theodoliten ist der Kreis meist ein Vollkreis, bei grösseren radartig durchbrochen. Ferner sind die Kreise meist um ihren Mittelpunkt drehbar angeordnet, entweder sitzen sie nur auf Reibung, wie z. B. in Fig. 241, oder können durch besondere Pressschrauben festgestellt werden. Die Bezifferung der Horizontalkreise ist rechtsinnig, auf die Bezifferung des Höhenkreises wird später zurückgekommen werden.

Infolge der bei der Herstellung der Theilung auftretenden Temperaturschwankungen und aus anderen Gründen werden die einzelnen Theilstriche mit sogenannten Theilungsfehlern behaftet sein, die jedoch, wenn das Instrument aus einer guten mechanischen Werkstätte hervorgegangen ist, so klein auftreten, dass sie bei den in der markscheiderischen Praxis gebräuchlichen Instrumenten belanglos sind.

Die Untersuchung der Theilungsfehler erfordert besondere Hilfsmittel und ist eine ausserordentlich langwierige und anstrengende Arbeit; sie wird auch nur bei den feinsten Instrumenten ausgeführt.

Hemmungen oder Klemmen. Feldbeleuchtung. Okularprisma.

Die das Visirmittel tragende Alhidade, die sich um den Mittelpunkt des Theilkreises dreht, muss ebenso wie dieser, wenn für ihn eine Bewegungsmöglichkeit vorhanden ist, durch besondere Schrauben geklemmt und dann noch fein verstellt werden können. Hierzu dienen die Hemmungen oder Klemmen, die entweder an dem Umfang des Kreises wirken und als Halterplatten bezeichnet werden, oder welche central auf die Achse pressen.

Derartige Einrichtungen mit den zugehörigen Feinbewegungen, die zum genauen Einstellen der angezielten Punkte dienen, sind in

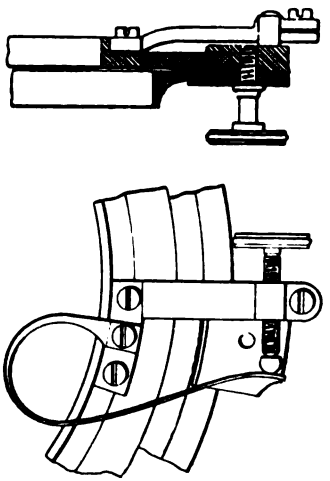


Fig. 261 u. 262.

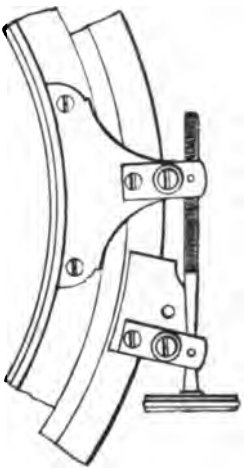


Fig. 263.

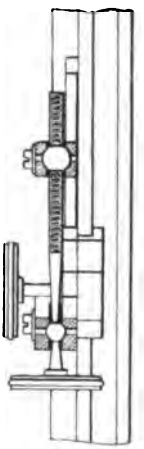


Fig. 264.

den Figuren 261 bis 267 dargestellt. An neueren Instrumenten findet man die Halterplatten kaum noch, da sie verschiedene Uebelstände im Gebrauche mit sich bringen; beispielsweise klemmen sie bei unvorsichtigem Oeffnen der zugehörigen Pressschrauben sehr leicht, sodass die Güte der Winkelmessungen oft darunter leidet.

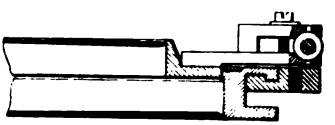


Fig. 265.

Jetzt werden fast nur die central auf die Achsen wirkenden Klemmen angewendet, für die einige Beispiele in den Figuren 245, 268 und 269 dargestellt sind. Die Pressschraube für die grobe Drehung wirkt nicht ohne weiteres auf die Achse, sondern es ist noch ein besonderes Metallstück eingeschalten, welches den Druck der Pressschraube auf die Achse überträgt.

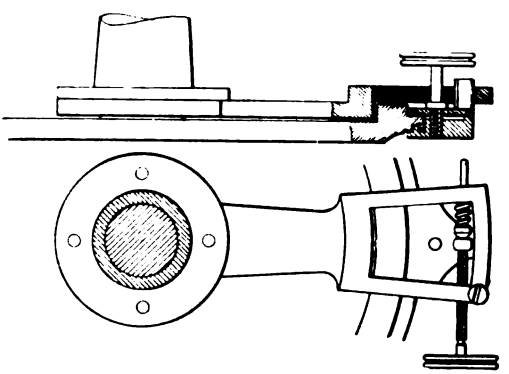


Fig. 266 und 267.

Beim Gebrauch des Theodolites öffnet man die eigentliche Pressschraube am besten nur ganz wenig. Mit der Alhidade steht das Visirmittel durch die Horizontalachse in Verbindung, und zwar ist dies bei Theodoliten ausnahmslos ein Fernrohr, welches schon früher, Seite 60, einer eingehenden Betrachtung unterworfen worden ist. Auf manchen Instrumenten ist noch ein besonderes Diopter, dessen Zielachse der des Fernrohres parallel ist, angebracht,

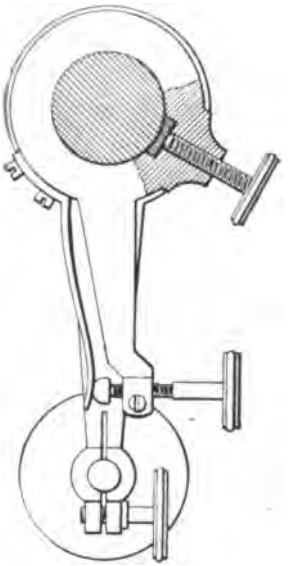


Fig. 268.

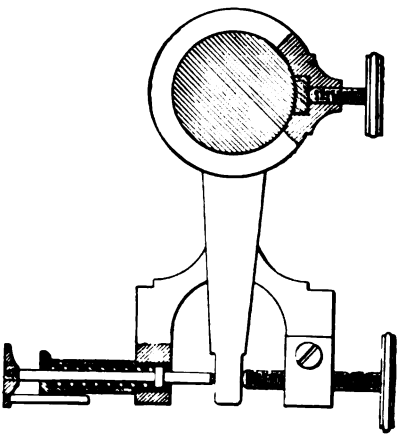


Fig. 269.

um das Einstellen zu erleichtern. Verfasser hält dies für überflüssig; denn wenn man über das Fernrohr nach dem Zielpunkte hinsieht, so wird man immer das Objekt im Gesichtsfelde haben.

Die Fernrohre befinden sich, wie schon erwähnt, in fester Verbindung mit der horizontalen Achse. Die excentrischen Fernrohre gestatten eine senkrechte Zielung nach oben oder unten, was bei den centrischen nicht der Fall ist.

Das Fernrohr soll ferner so eingerichtet sein, dass es sich durchschlagen oder wenigstens umlegen lässt. Unter dem Durchschlagen versteht man eine Drehung des Fernrohres um die Lager der horizontalen Achse um 180°; für diesen Fall müssen die Fernrohrträger oder Stützen genügend hoch sein, die Lagerdeckel können hierbei fest aufgeschraubt sein. Sind die Lager offen oder können die Lagerdeckel leicht geöffnet werden, sind aber andrerseits die Stützen sehr niedrig, wie dies oft vorkommt, so lässt sich das Durchschlagen nur durch Herausnehmen des Fernrohrs aus den Lagern der Horizontalachse und Wiedereinlegen in dieselben ausführen.

Das Umlegen des Fernrohres geschieht dadurch, dass man das Fernrohr mit seiner horizontalen Achse aus den Lagern hebt und in diese so wieder einlegt, dass der Zapfen, der erst in dem einen Lager lag, nach dem Umlegen in das andere zu ruhen kommt.

Es wird später gezeigt werden, dass das Durchschlagen für die Winkelmessung günstiger ist, als das Umlegen, da durch das erstere mehr Instrumentfehler aus der Winkelmessung ausgeschieden werden können.

An grösseren Theodoliten kommen auch sogenannte gebrochene Fernrohre vor, bei denen die Horizontalachse hohl ausgeführt ist und das Okularrohr des Fernrohrs enthält. Das Objektivrohr ist dann fast ausnahmslos centrisch, und die Visirstrahlen werden durch ein in der Horizontalachse eingeschaltenes Prisma, dessen Hauptschnitt ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck ist, gebrochen. Der Vortheil der gebrochenen Fernrohre besteht darin, dass der Beobachter auch bei stark geneigter Ziellinie den Kopf immer in derselben, für ihn günstigsten Lage halten kann, während bei centrischen oder excentrischen Fernrohren oft ziemlich unbequeme Stellungen des Beobachters eintreten können.

Bei Nachtbeobachtungen für astronomische Zwecke oder auch manchmal in der Grube, ist es nothwendig, das Gesichtsfeld zu beleuchten. Diese Beleuchtung kann erfolgen:

1. vom Objektive,
2. vom Okulare,
3. von der Drehungsachse des Fernrohres aus.

1. Die Beleuchtung vom Objektive aus lässt sich oft genügend durch ein in die Nähe des Objektives gebrachtes Licht oder eine Blende erzielen; oft geschieht sie auch durch eine besondere Vorrichtung, die auf das Objektiv mittels eines federnden Ringes aufgesteckt und von der Seite beleuchtet wird (Fig. 270 und 271). Der dem Objektive zugewendete Ringtheil ist versilbert und reflektirt das Licht in das Fernrohr.

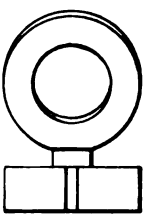


Fig. 270.

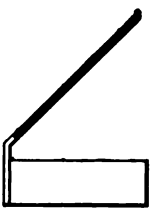


Fig. 271.

2. Die Beleuchtung vom Okular aus wird durch eine schräg gestellte Glimmer- oder Glasplatte bewirkt, deren Fassung mit drei Schräubchen am Okulare befestigt wird (Fig 272 und 273). Durch verschiedene Stellung der Glimmer- oder Glasplatte kann man eine schwächere oder stärkere Beleuchtung des Gesichtsfeldes erzielen.

3 Die Beleuchtung von der Drehungsachse aus tritt besonders bei excentrischen und gebrochenen Fernrohren auf. Für den ersteren Fall zeigt Fig 274 die Einrichtung im Querschnitt. Das Fernrohr enthält in der Richtung der Horizontalachse einen schmalen, durchbrochenen versilberten Metall- oder einfachen weissen Papierring mit entsprechender Oeffnung, dessen versilberte oder weisse Seite dem Okulare zugekehrt ist. Senkrecht zur horizontalen Achse wird das Fernrohr durch

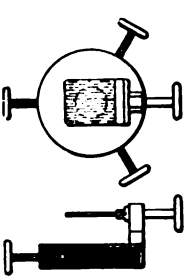


Fig. 272 und 273.

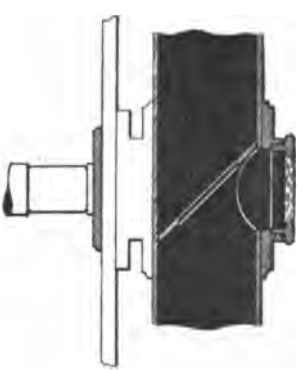


Fig. 274.

einen Ansatz abgeschlossen, auf dem für den Zweck der Beleuchtung ein matt geschliffener Glasdeckel aufgeschraubt werden kann, durch den eine seitlich aufgestellte Lichtquelle ihre Strahlen nach innen wirft. Für Tagebeobachtungen wird der Glasdeckel durch einen metallnen ersetzt, der die seitlichen Strahlen vollständig abhält.

Bei gebrochenen Fernrohren ist zum Zwecke der Beleuchtung entweder auf die Hypothenusenfläche des Hauptprismas ein kleines aufgesetzt, oder ein kleiner Kreis von etwa 1 mm Durchmesser matt geschliffen. Die Beleuchtung erfolgt von dem dem Okularende gegenüberliegenden Theile der Horizontalachse, welcher ebenfalls hohl ausgeführt ist.

Um bei steilen Zielungen das Visiren zu erleichtern, setzt man oft vor das Okular ein kleines Glasprisma. Dasselbe kann

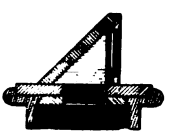


Fig. 275.

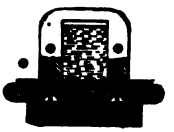


Fig. 276.

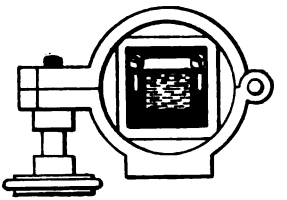


Fig. 277.

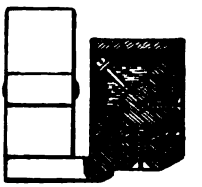


Fig. 278.

entweder an das Okular angeschraubt werden (Fig. 275 und 276) oder es lässt sich durch einen Ring mit aufklappbaren Hälften an diesem befestigen, (Fig. 277 und 278), oder es wird einfach durch eine federnde Klemme, an der es befestigt ist, am Okular gehalten (Fig. 279).

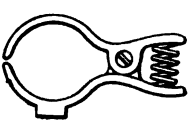


Fig. 279.

Das Visiren durch das Okularprisma erfordert etwas Uebung.

Theorie des Theodolites.

Es ist nothwendig, einige theoretische Betrachtungen über die Bedingungen anzustellen, die von einem guten Theodoliten zu erfüllen sind; denn es ist nur durch eine eingehende Kenntniss der Wirkung der Instrumentfehler auf die Winkelmessung möglich, einen vollen Einblick in die Winkelmessung zu erhalten, aus dem dann folgt, auf welche Umstände Gewicht zu legen ist. Besonders bei markscheiderischen Arbeiten treten häufig Verhältnisse auf, die eine Berücksichtigung der Fehler bedingen, während sie für die gewöhnliche Feldmesserpraxis nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Als erste zu erfüllende Bedingung ist die anzusehen, dass die Drehung der Alhidade mit dem Fernrohr und den Ablesehilfsmitteln um den Mittelpunkt des eingetheilten Kreises erfolgt.

Wenn nämlich auch der Mechaniker bei der Herstellung des Theodolits alles aufwendet, den Drehpunkt der Alhidade und den Kreismittelpunkt so genau wie möglich zusammenfallen zu lassen,

so ist dies doch nicht mathematisch genau zu erreichen; der hierdurch entstehende Fehler in der Winkelmessung möge als der wegen Excentricität der Alhidade bezeichnet werden. Andrerseits ist auch von vornherein klar, dass der Excentricitätsfehler nicht gross ausfallen kann, weil sonst ein Klemmen der Alhidade im Theilkreise eintreten würde.

In nebenstehender Figur 280 bezeichne A den Drehpunkt der Alhidade, M den Mittelpunkt des Theilkreises vom Radius r. Die Entfernung A M = e ist die lineare Excentricität; der durch beide Punkte gehende Durchmesser D D_1 giebt dann die Richtung der Excentricität an, bezogen auf den Nullpunkt der Kreistheilung.

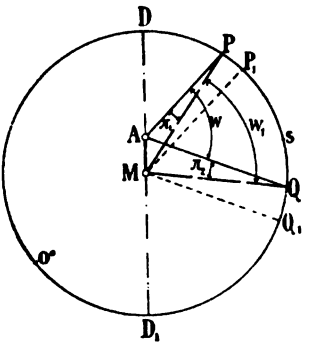


Fig. 280.

Ist der linksliegende Zielpunkt der Winkelmessung P, der rechtsliegende Q, so möge bei der Einstellung des linksliegenden Objektes am Kreise die Ablesung p, für das rechtsliegende die Ablesung q, für die Richtung der Excentricität d sein. Während nun bei der Winkelmessung das Fernrohr den Winkel P A Q durchlaufen hat, so ergiebt die Differenz q—p, da sie sich auf den Mittelpunkt M des Theilkreises bezieht, den Winkel P M Q an, es würde also die Grösse:

$$P\,A\,Q - P\,M\,Q = a \quad \ldots\ldots\ldots \quad 114)$$

den Fehler wegen der Excentricität der Alhidade darstellen. Zieht man durch M zu A P die Parallele $M\,P_1$, zu A Q die Parallele $M\,Q_1$ und bezeichnet die den Punkten P_1 und Q_1 entsprechenden Ablesungen mit p_1 und q_1, so würde sein $P\,A\,Q = P_1\,M\,Q_1 = q_1 - p_1$. Bezeichnet man die parallaktischen Winkel in P und Q, unter denen von diesen aus die Excentricität e erscheint, bezw. mit π_1 und π_2, so ist:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= p + \pi_1 \\ q_1 &= q + \pi_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 115)$$

und zwar ist hierin wegen der Kleinheit von π_1 und π_2:

$$\left.\begin{aligned} \pi_1'' &= \varrho'' \frac{e}{r} \sin(p_1 - d) \\ \pi_2'' &= \varrho'' \frac{e}{r} \sin(q_1 - d) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 116)$$

und wenn man diese Werthe in die Gleichungen für p_1 und q_1 einsetzt:

$$q_1 - p_1 = q - p + \varrho'' \frac{e}{r} \left\{ \sin(q_1 - d) - \sin(p_1 - d) \right\}, \text{ oder:}$$

$$q_1 - p_1 = q - p + 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin \frac{q_1 - p_1}{2} \cos\left(\frac{q_1 + p_1}{2} - d \right)$$

Setzt man $q_1 - p_1 = w_1$; $q - p = w$, und bezeichnet man den in der Mitte zwischen P_1 und Q_1 liegenden Punkt des Theilkreises

mit S, sowie die ihm zukommende Ablesung mit s, welches auch sehr nahe in die Mitte zwischen P und Q fällt, so wird:

$$w_1 = w + 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin \frac{w_1}{2} \cos (s - d),$$

und da im Korrektionsgliede w_1 nicht wesentlich von w versehieden ist, so erhält man endlich:

$$a = w_1 - w = 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin \frac{w}{2} \cos (s - d) \quad . \quad . \quad . \quad 117)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass der Fehler direkt proportional der linearen Exentricität e und umgekehrt proportional dem Halbmesser r des Theilkreises ist, also bei kleinen Kreisen unter sonst gleichen Umständen gefährlicher wird als bei grossen.

Es wird nun $a = 0$ einmal für:

$$\frac{w}{2} = 0^0 \text{ oder} = 180^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 118)$$

also für $w = 0$, d. h. dann, wenn die beiden Zielpunkte P und Q vertikal übereinander liegen.

Ferner wird $a = 0$ für $\cos (s - d) = 0$, oder für:

$$s - d = 90^0 \text{ oder } 270^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 119)$$

d. h. wenn die Halbirungslinie des zu messenden Winkels senkrecht auf der Excentrizitätsrichtung steht.

Den grössten Werth erreicht a entweder für:

$$\frac{w}{2} = 90^0, \text{ also für } w = 180^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 120)$$

d. h. wenn der zu messende Winkel ein gestreckter ist, oder für:

$$s - d = 0^0 \text{ oder} = 180^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 121)$$

d. h. wenn die Halbirungslinie des zu messenden Winkels mit der Richtung der Excentricität zusammenfällt.

Der Maximalwerth von a selbst wird:

$$a_{max} = 2\varrho'' \frac{e}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 122)$$

Beispielsweise ergiebt sich für $r = 60$ mm, $e = 0{,}1$ mm:

$$a_{max} = 687'',6 = 11' 27'',6,$$

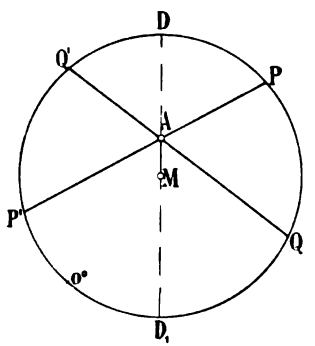


Fig. 281.

man sieht also, der Fehler kann ziemlich beträchtlich ausfallen; man muss daher suchen, ihn aus der Winkelmessung zu beseitigen, was auf zwei Wegen möglich ist.

Denkt man sich nämlich erstens die Alhidade nach rückwärts verlängert (Fig. 281), sodass man also zwei Ablesungsvorrichtungen in einer Geraden an ihr hat, infolgedessen auch an den Punkten P' und Q' die zugehörenden Ablesungen p' und q' machen

kann, so erhält man aus den Ablesungen p und q nach dem Vorhergehenden:

$$q_1 - p_1 = q - p + 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin \frac{w_1}{2} \cos (s - d),$$

und entsprechend aus den Ablesungen p' und q':

$$q_1 - p_1 = q' - p' - 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin \frac{w_1}{2} \cos (s - d),$$

und demnach aus beiden Gleichungen:

$$q_1 - p_1 = \frac{(q' - p') + (q - p)}{2} = \frac{q' + q}{2} - \frac{p' + p}{2} \qquad 123)$$

Man findet also den wahren Winkelwerth, wenn man bei P und Q und gerade entgegengesetzt bei P' und Q' die Ablesungen macht, und entweder aus beiden die Winkel bildet und diese Werthe mittelt, oder aus den Einstellungen des linksliegenden und den des rechtsliegenden Zielpunktes die Mittel nimmt und hieraus den Winkel berechnet.

Derartige Ablesungen bezeichnet man gewöhnlich als diametrale. Hierbei braucht man die ganzen Grade nur an dem einen Ablesehilfsmittel zu bestimmen, nur müssen dieselben immer an ein und demselben Nonius abgelesen werden.

Es mag noch hervorgehoben werden, dass bei diametralen Ablesevorrichtungen die Ablesungsunterschiede $p' - (p \pm 180^0)$ bezw. $q' - (q \pm 180^0)$ als veränderlich auftreten, wie dies ein Blick auf die Figur zeigt. Fällt z. B. PP' in die Richtung DD' der Excentricität, so wird $p' - (p \pm 180^0)$ gleich 0, steht dagegen PP' senkrecht auf DD', so wird $p' - (p \pm 180^0)$ zu einem Maximum $= 2\varrho'' \frac{e}{r}$.

Eine Periodicität der Differenz $p' - (p \pm 180^0)$ an verschiedenen Stellen des Kreises deutet daher eine Excentricität zwischen Limbus und Alhidade an, die aber durch das Ablesen an beiden Ablesevorrichtungen aus der Winkelmessung ausgeschieden wird.

Zweitens kann man den Excentricitätsfehler noch dadurch unschädlich machen, dass man den Winkel in entgegengesetzten Lagen des Visirmittels misst und aus beiden Messungen das Mittel bildet, wenn man also das Fernrohr durchschlägt oder umlegt.

Es ist dies wichtig zu wissen, da es verschiedene Theodoliten giebt, die nur ein Ablesungsmittel besitzen.

Es fragt sich nun, ob der Excentricitätsfehler auch dann noch eliminirt wird, wenn die Verbindungslinie beider Ablesevorrichtungen nicht durch den Drehpunkt der Alhidade geht, sich das zweite Ablesehilfsmittel also nicht in P', sondern etwa in P'' befindet (Fig. 282). Bezeichnet man in diesem Falle den

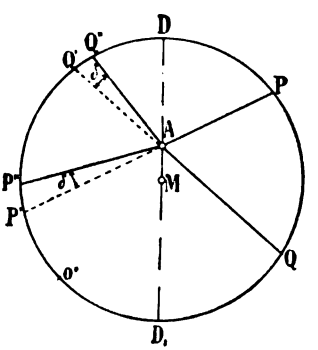


Fig. 282.

Winkel P' A P'' mit δ, so zeigt die Untersuchung, dass der Winkel δ alsdann einen Fehler Δ in der Winkelmessung ergiebt, dessen Werth bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\Delta = \delta'' \frac{e}{r} \sin \frac{q'_1 - p'_1}{2} \quad \ldots \ldots \quad 124)$$

sein Maximalwerth ist:

$$\Delta_{max} = \delta'' \frac{e}{r} \quad \ldots \ldots \quad 125)$$

Für das vorhin angeführte Beispiel von $e = 0{,}1$ mm, $r = 60$ mm folgt $\Delta_{max} = 0{,}00167 \,.\, \delta$ und für $\delta'' = 10' = 600''$

$$\Delta_{max} = 1';$$

wenn wir also ein Instrument haben, an welchem wir etwa nur bis auf 30'' ablesen können, so ist dieser Fehler ohne Einfluss.

Man kann andererseits auch die Frage aufwerfen, wie gross die Abweichung δ'' von der diametralen Lage der Ablesungshilfsmittel werden kann, ehe eine gewisse Fehlergrenze in der Winkelmessung erreicht wird. Aus der Gleichung für Δ_{max} ergiebt sich dann, wenn man auf δ'' reducirt:

$$\delta'' = \Delta_{max} \,.\, \frac{r}{e} \quad \ldots \ldots \quad 126)$$

Nimmt man wieder das Instrument an, für welches $r = 60$ mm $e = 0{,}1$ mm war, und setzt man voraus, dass man mit demselben bis auf 30'' genau ablesen will, so darf sein:

$$\delta'' = 30 \,.\, \frac{60}{0{,}1} = 18000'' = 5^0\, 0'.$$

Hieraus ist ersichtlich, dass man nicht so peinlich darauf zu achten hat, dass die beiden Ablesemittel genau diametral gegenüberstehen; man kann also unbeschadet der Genauigkeit der Winkelmessung aus den beiden Ablesungen das Mittel nehmen.

Sind an einem Instrumente aber weder diametrale Ablesevorrichtungen vorhanden, und ist außerdem das Fernrohr weder zum Durchschlagen noch zum Umlegen eingerichtet, ein Fall wie er z. B. beim Spiegelsextanten eintritt, so muss der Excentricitätsfehler durch Rechnung beseitigt werden.

Aus der Gleichung für w_1:

$$w_1 = w + 2\,\varrho'' \frac{e}{r} \sin \frac{w}{2} \cos (s - d)$$

ist ersichtlich, dass in derselben nur die beiden Unbekannten e und d vorkommen; wenn man daher zwei möglichst verschieden grosse Winkel einmal mit dem zu untersuchenden und dann mit einem Instrumente misst, bei dem man die Excentricitätsfehler eliminiren kann, so erhält man zwei Gleichungen, aus denen man e und d ermitteln kann. Will man eine grössere Genauigkeit in der Bestimmung dieser Excentricitätselemente haben, so muss man eine grössere Anzahl von Beobachtungen anstellen, aus denen alsdann durch die Ausgleichungsrechnung die Grössen e und d hervorgehen; doch soll hier nicht näher auf diesen Gegenstand eingegangen werden.

Ebenso wie die Excentricitätsfehler durch zwei diametral gegenüberstehende Ablesungsvorrichtungen aus der Winkelmessung eliminirt werden, so lässt sich nachweisen, dass auch bei beliebiger Anzahl n der Ablesemittel die Excentricitätsfehler ausgeschieden werden, wenn die n Ablesemittel gleichmässig im Kreise vertheilt sind, und man aus allen gewonnenen Ablesungen das Mittel nimmt.

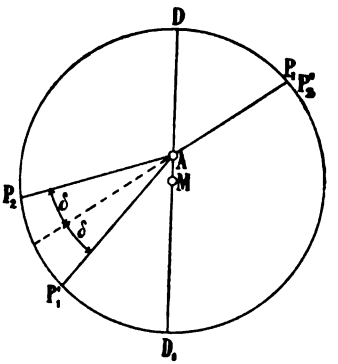


Fig. 283.

Man hat vielfach ein Interesse daran, bei einem Theodolit mit diametralen Ablesemitteln deren Abstand von einander, bezw. den Winkel δ (Seite 154) zu ermitteln.

Nach dem früheren ergiebt sich, wenn in obenstehender Figur 283 P_1 und P_2 die Ablesestellen angeben:

$$180^0 + \delta = p_2 - p_1 - 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin(p_1 - d) \quad . \quad . \quad 127)$$

Dreht man nun die Alhidade so, dass das zweite Ablesehilfsmittel P_2 nach P_1 in die Stellung P'_2 kommt, so kommt P_1 nach P'_1, und man erhält jetzt die Ablesungen p'_2 und p'_1. Es ergiebt sich für die zweite Stellung:

$$180^0 - \delta = p'_1 - p'_2 - 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin(p_1 - d), \quad . \quad . \quad 128)$$

und aus der Verbindung der Gleichungen 127 und 128 folgt:

$$\delta = \frac{(p_2 - p_1) - (p'_1 - p'_2)}{2} = \frac{p_2 + p'_2}{2} - \frac{p_1 + p'_1}{2} \quad . \quad . \quad 129)$$

Gewöhnlich werden die Untersuchungen an n verschiedenen Stellen des Kreises ausgeführt und man bekommt dann:

$$\delta = {}^1/_2 \left(\frac{\Sigma(p_2 + p'_2)}{n} - \frac{\Sigma(p_1 + p'_1)}{n} \right) \quad . \quad . \quad . \quad 130)$$

Beispielsweise war an einem Mikroskoptheodoliten, dessen Mikroskope nahe um 180° von einander abstanden, unter Ausserachtlassung der Grade und Minuten gefunden worden:

Ablesestelle für Mikroskop I	Mikr. I p_1	Mikr. II p_2	Ablesestelle für Mikroskop I	Mikr. I p'_1	Mikr. II p'_2
0°	+ 1",4	− 43",5	180°	+ 1",2	− 37",6
45	+ 0,3	− 46,7	225	+ 1,8	− 36,8
90	+ 1,2	− 40,2	270	+ 2,7	− 34,2
135°	+ 0,"7	− 46",4	315°	+ 1",1	− 37",0
Summe	+ 3",6	− 176",8	Summe	+ 6",8	− 145",6

Hieraus ergiebt sich, da $n = 4$ ist:

$$\frac{\Sigma(p_1 + p'_1)}{n} = +2'',60, \quad \frac{\Sigma(p_2 + p'_2)}{n} = -80'',60,$$

sowie:

$$\delta = -\frac{2'',60 - 80'',60}{2} = -41'',60.$$

Die Grösse von δ ist zur Bestimmung der Excentricitätselemente e und d nothwendig.

Diese Ermittlung geschieht in der folgenden Weise:

Geht man von Gleichung 127:

$$180^0 + \delta = p_2 - p_1 - 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin(p_1 - d)$$

aus, so kann man, da δ ein kleiner Winkel ist, also $p_2 - p_1$ wenig von 180^0 abweicht, setzen:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= a + \Delta p_1 \\ p_2 &= (180^0 + a) + \Delta p_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 131)$$

worin a die Ablesung in Graden und Minuten, Δp_1 und Δp_2 die überschiessenden Sekunden darstellen. Führt man die Gleichung 131 in 127 ein, so folgt:

$$\delta = \Delta p_2 - \Delta p_1 - 2\varrho'' \frac{e}{r} \cos d \sin p_1 + 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin d \cos p_1. \quad 132)$$

In dieser Gleichung sind alle Grössen bis auf e und d bekannt, stellt man nun noch eine ähnliche Beobachtung an einer andern Stelle des Kreises, deren Ablesung aber nicht $180^0 + a$ betragen darf, an, so bekommt man eine zweite Gleichung für e und d. Setzt man nun noch:

$$\left.\begin{aligned} 2\varrho'' \frac{e}{r} \cos d &= x \\ 2\varrho'' \frac{e}{r} \sin d &= y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 133)$$

so folgt zur Bestimmung der Excentricitätselemente:

$$\tan d = \frac{y}{x}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 134)$$

und mit Rechenprobe:

$$e = \frac{r}{2\varrho''} \frac{x}{\cos d} = \frac{r}{2\varrho''} \frac{y}{\sin d}, \quad \ldots\ldots \quad 135)$$

wozu noch die Gleichung:

$$\delta = \Delta p_2 - \Delta p_1 - x \sin p_1 + y \cos p_1 \quad \ldots \quad 136)$$

gehört.

Zur Erhöhung der Genauigkeit in der Bestimmung von e und d wird man ebenfals hier die Beobachtungen auf verschiedene Stellen des Kreises ausdehnen; nur darf man, wie schon augeführt, nicht solche wählen, die um 180^0 von einander abstehen, da man aus diesen nur δ ermitteln kann. Bei einer Vervielfältigung der Be-

obachtungen hat man ausserdem noch den Vortheil, dass die an den einzelnen Theilstrichen haftenden Theilungsfehler, die theils periodisch, theils unregelmässig auftreten, und von denen die periodischen überwiegen, aus der Messung ausgeschieden werden, wenn man die Beobachtungen gleichmässig über den Halbkreis vertheilt. Bei mehr als zwei Beobachtungen würde die Ausgleichsrechnung anzuwenden sein, wenn grosse Genauigkeit verlangt wird; man kann aber auch einfacher zum Ziele gelangen, indem man je eine Hälfte der Beobachtungen zu einem Mittel vereinigt, wodurch man zwei Gleichungen erhält, aus denen e und d zu bestimmen ist.

Beispiel: An einem sehr guten Mikroskoptheodoliten wurden zwei Reihen Beobachtungen angestellt, die um 60° auseinander lagen, und zwar waren in der ersten Reihe die $p_1 = 0°$, 60° und 120°, in der zweiten 30°, 90° und 150°. Es ergaben sich als Mittelwerthe:

1. Reihe.			2. Reihe.		
p_1	Δp_1	Δp_2	p_1	Δp_1	Δp_2
0°	+ 0″,6	− 41″,2	30°	+ 1″,8	− 44″,6
60°	+ 1,0	− 41,4	90°	+ 1,0	− 42,9
120°	+ 2,3	− 37,3	150°	+ 0,4	− 37,0
Summe	+ 3″,9	− 119″,9	Summe	+ 3″,2	− 124″,5

Zur Bestimmung von δ wurden ebensoviele Beobachtungen angestellt mit dem um 180° verdrehten Kreise, wodurch sich ergab:

3. Reihe.			4. Reihe.		
p_1	Δp_1	Δp_2	p_1	Δp_1	Δp_2
180°	+ 0″,3	− 30″,2	210°	+ 2″,1	− 29″,8
240°	+ 1,1	− 31,9	270°	+ 6,5	− 29,8
300°	+ 2,2	− 35,6	330°	+ 0,6	− 39,8
Summe	+ 3″,6	− 97″,7	Summe	+ 9″,2	− 99″,4

Hieraus folgt:

$$\delta = -\frac{19{,}9 + 441{,}5}{2.6} = -38'',45.$$

Aus der 1. Reihe folgt dann nach Gleichung 136:

$$\delta = -41{,}8 - x.\sin 0° + y.\cos 0°$$
$$\delta = -42{,}4 - x.\sin 60° + y.\cos 60°$$
$$\delta = -39{,}6 - x.\sin 90° + y\ \cos 90°.$$

Addirt man diese Gleichungen, nachdem man die Werthe für $\delta = -38{,}45$ und für die Sinus und Cosinus eingesetzt hat, und dividirt durch 3, so erhält man:

$0 = -2{,}82 \; -0{,}577 \,.\, x + 0{,}333 \,.\, y$ und analog aus Reihe 3:
$0 = -4{,}68 \; -0{,}577 \,.\, x + 0{,}333 \,.\, y$, also im Mittel:
$0 = -3{,}750 - 0{,}577 \,.\, x + 0{,}333 \,.\, y.$

Ebenso ergiebt sich als Mittel aus der 2. und 4. Reihe:

$$0 = -3{,}185 - 0{,}667\, x,$$

und hieraus:

$$x = -4{,}78$$

und:

$$y = +3{,}00.$$

Damit erhält man schliesslich:

$$\tan d = \frac{y}{x} = -0{,}6276, \text{ oder:}$$

$$d = 180^0 - 32^0\,7' = 147^0\,53',$$

und da $r = 152$ mm beträgt:

$$e = 0{,}0021 \text{ mm}.$$

Da, wie schon bemerkt, der Fehler wegen der Excentricität aus der Winkelmessung beseitigt werden kann, so ist die Kenntniss der Excentricitäts-Elemente nur zu eingehenden Untersuchungen, wie zur Bestimmung der Theilungsfehler, nothwendig.

Weiter sind noch gewisse Bedingungen zu stellen, die vom Fernrohre oder von der Zielachse gegenüber den Instrumentachsen zu erfüllen sind.

Damit nämlich der Theodolit die Horizontalwinkel genau giebt, muss:

1. die Zielachse senkrecht stehen auf der Horizontalachse; denn dann erst beschreibt die Zielachse beim Drehen um die horizontale Achse eine Ebene;
2. die horizontale Achse muss bei der Messung wirklich horizontal liegen; denn nur dann wird die Zielebene eine vertikale sein, also eine richtige Projektion der im Raume liegenden Zielpunkte ausführen,
3. die vertikale Achse muss genau vertikal stehen, denn nur dann ist bei verschiedenen Zielpunkten die Projectionsebene senkrecht,
4. der Schnittpunkt der Zielachse mit der horizontalen Drehungsachse muss über dem Mittelpunkt des getheilten Kreises liegen; denn nur dann erhält man den Winkel im Aufstellungspunkte.

Es fragt sich nun, welche Fehler in der Winkelmessung entstehen, wenn die angeführten Bedingungen nicht erfüllt sind.

Betrachtet man die Fehler einzeln, so sei nun vorausgesetzt, dass:

1. die Zielachse nicht senkrecht auf der horizontalen Drehungsachse steht, sondern mit ihr einen Winkel $90^0 + c$ bildet; den kleinen Winkel c bezeichnet man alsdann als Zielachsen- oder Kollimationsfehler.

In Figur 284 sei HH_1 die horizontale Achse, J ihr Schnittpunkt mit der Zielachse JP, die unter dem Höhenwinkel γ gegen den Horizont geneigt sei; sie bilde mit dem Ende H der Horizontalachse einen Winkel $90^0 + c$. Denkt man sich nun die Linie JP auf die durch J gehende Horizontalebene projicirt, so bilde die Projektion JP' mit JH den Winkel $90^0 + (c_r)$, worin dann das (c_r) den Fehler in der Richtungsmessung wegen des Kollimationsfehlers darstellt.

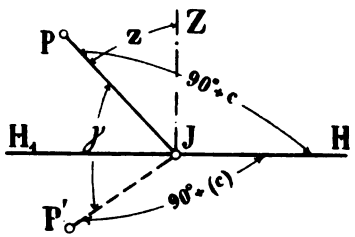


Fig. 284.

Nun ist:

$$\cos(90^0 + c) = \cos\gamma \,.\, \cos[90^0 + (c_r)]$$

oder:

$$\sin(c_r) = \frac{\sin c}{\cos\gamma} = \frac{\sin c}{\sin z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 137)$$

oder, da (c) und c als kleine Werthe vorausgesetzt sind:

$$(c_r) = c \,.\, \sec\gamma = c \,.\, \csc z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 138)$$

als Fehler in der Bestimmung der Richtung nach P wegen des Kollimationsfehlers c.

Die Grösse von (c_r) ist in der ersten Tafel auf Seite 161 für einige Werthe von c und γ oder z zusammengestellt.

Die Gleichung 138 zeigt, dass bei horizontaler Visur der Kollimationsfehler mit seinem Betrage in die Richtungsmessung eingeht und mit zunehmendem Höhenwinkel oder abnehmender Zenithdistanz wächst.

Die Winkelmessung setzt sich nun zusammen aus zwei Richtungsmessungen; die Endpunkte des linken und rechten Schenkels mögen mit P_1 und P_2, die zugehörigen Höhenwinkel mit γ_1 und γ_2, oder die Zenithdistanzen mit z_1 und z_2 bezeichnet werden, dann ist, wenn der Zeiger 1 für den linksliegenden, der Zeiger 2 für den rechtsliegenden Zielpunkt gilt, und (c_w) den Projektionsfehler im Winkel darstellt, unter Voraussetzung veränderlicher Werthe von c ganz allgemein:

$$(c_w) = (c_r)_2 - (c_r)_1 = c_2 \,.\, \sec\gamma_2 - c_1 \,.\, \sec\gamma_1 = c_2 \,.\, \csc z_2 - c_1 \,.\, \csc z_1 \quad 139)$$

Bleibt c während der Winkelmessung konstant, so wird:

$$(c_w) = c\,(\sec\gamma_2 - \sec\gamma_1) = c\,(\csc z_2 - \csc z_1) \quad . \quad . \quad 140)$$

Dieser Werth wird zu Null für:

$$\gamma_1 = \gamma_2 \text{ und } z_1 + z_2 = 180^0,$$

welcher Fall sehr häufig bei Schachtzielungen eintritt (Fig. 285).

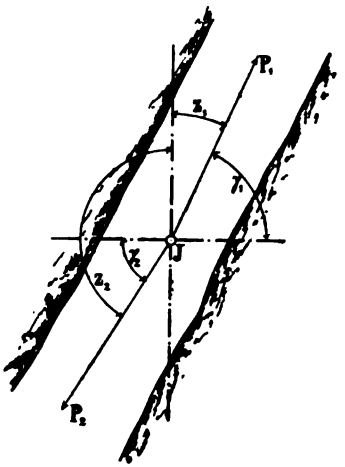


Fig. 285

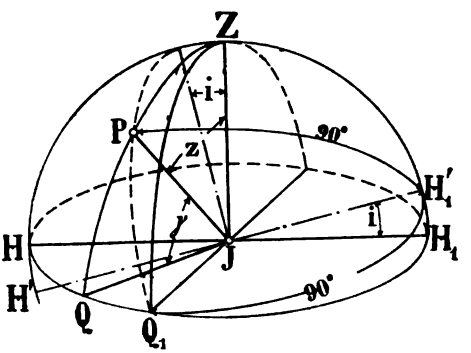


Fig. 286.

2. Die Horizontalachse liege bei der Messung nicht horizontal, sondern sei um den kleinen Winkel i, den man als Neigungsfehler bezeichnet, gegen den Horizont geneigt.

Dann wird (Figur 286) der Zielpunkt P anstatt nach Q nach Q_1 projicirt, es entsteht also ein Fehler (i_r) gleich QJQ_1, und zwar ergiebt sich aus dem Dreieck ZPQ_1, da $PZ = z$, $PQ_1Z = i$, $PZQ_1 = (i_r)$ ist, und $PQ_1 = \gamma$ gesetzt werden kann:

$$(i_r)\cos\gamma = i.\sin\gamma, \quad \ldots\ldots \quad 141)$$

oder:

$$(i_r) = i.\tan\gamma = i.\cot z \quad \ldots\ldots \quad 142)$$

als Fehler in der Bestimmung der Richtung nach P wegen des Neigungsfehlers i.

Tafel 2 auf Seite 161 giebt wieder einige Werthe von (i_r) für verschiedene Grössen von i und γ oder z.

Aus Gleichung 142 geht hervor, dass $(i_r) =$ Null wird für $\gamma = 0^0$ oder $z = 90^0$, und dass (i_r) mit wachsendem γ oder abnehmendem z zunimmt.

Bezeichnet man den Winkelfehler wieder mit (i_w), so ergiebt sich, ähnlich wie beim Zielachsenfehler:

$$(i_w) = (i_r)_2 - (i_r)_1 = i_2.\tan\gamma_2 - i_1.\tan\gamma_1 = i_2.\cot z_2 - i_1.\cot z_1 \quad 143)$$

und für konstantes i:

$$(i_w) = i(\tan\gamma_2 - \tan\gamma_1) = i(\cot z_2 - \cot z_1) \quad \ldots \quad 144)$$

Der letztere Werth wird zu Null für:

$$\gamma_1 = \gamma_2 \text{ oder } z_1 = z_2.$$

1. Tafel
der
$(c_r) = c \cdot \sec \gamma = c \cdot \csc z.$

c	Höhenwinkel γ = 0°	5°	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	85°	c
	Zenithdistanz z = 90°	85°	80°	70°	60°	50°	45°	40°	30°	20°	10°	5°	
0′ 0″	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″
0 5	0 5,00	0 5,02	0 5,08	0 5,32	0 5,77	0 6,53	0 7,1	0 7,8	0 10,0	0 14,6	0 28,8	0 57,4	0 5
0 10	0 10,00	0 10,04	0 10,15	0 10,64	0 11,55	0 13,05	0 14,1	0 15,6	0 20,0	0 29,2	0 57,6	1 54,7	0 10
0 20	0 20,00	0 20,08	0 20,31	0 21,28	0 23,09	0 26,11	0 28,3	0 31,1	0 40,0	0 58,5	1 55,2	3 49,5	0 20
0 30	0 30,00	0 30,11	0 30,46	0 31,93	0 34,64	0 39,16	0 42,4	0 46,7	1 0,0	1 27,7	2 52,8	5 54,2	0 30
1 0	1 0,00	1 0,23	1 0,93	1 3,85	1 9,28	1 18,32	1 24,9	1 33,3	2 0,0	2 55,4	5 45,5	11 28,4	1 0
2 0	2 0,00	2 0,46	2 1,85	2 7,70	2 18,56	2 36,65	2 49,7	3 6,7	4 0,0	5 50,9	11 31,1	22 56,8	2 0
5′ 0″	5′ 0″,00	5′ 1″,15	5′ 4″,63	5′ 19″,25	5′ 46″,41	6′ 31″,62	7′ 4″,3	7′ 46″,7	10′ 0″,0	14′ 37″,1	28′ 47″,6	57′ 22″,1	5′ 0″

2. Tafel
der
$(i_r) = i \cdot \tan \gamma = i \cdot \cot z.$

i	Höhenwinkel γ = 0°	5°	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	85°	i
	Zenithdistanz z = 90°	85°	80°	70°	60°	50°	45°	40°	30°	20°	10°	5°	
0′ 0″	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,00	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″,0	0′ 0″
0 5	0 0,00	0 0,44	0 0,88	0 1,82	0 2,89	0 4,20	0 5,0	0 6,0	0 8,7	0 13,7	0 28,4	0 57,2	0 5
0 10	0 0,00	0 0,87	0 1,76	0 3,64	0 5,77	0 8,39	0 10,0	0 11,9	0 17,3	0 27,5	0 56,7	1 54,3	0 10
0 20	0 0,00	0 1,75	0 3,53	0 7,28	0 11,55	0 16,78	0 20,0	0 23,8	0 34,6	0 54,9	1 53,4	3 48,6	0 20
0 30	0 0,00	0 2,62	0 5,29	0 10,92	0 17,32	0 25,17	0 30,0	0 35,8	0 52,0	1 22,4	2 50,1	5 42,9	0 30
1 0	0 0,00	0 5,25	0 10,58	0 21,84	0 34,64	0 50,35	1 0,0	1 11,5	0 43,9	2 44,8	5 40,3	11 25,8	1 0
2 0	0 0,00	0 10,50	0 21,16	0 43,68	1 9,28	1 40,69	2 0,0	2 23,0	3 27,8	5 29,7	11 20,6	22 51,6	2 0
5′ 0″	0′ 0″,00	0′ 26″,25	0′ 52″,90	1′ 49″,19	2′ 53″,21	4′ 11″,73	5′ 0″,0	5′ 57″,5	8′ 39″,6	13′ 44″,2	28′ 21″,4	57′ 9″,0	5′ 0″

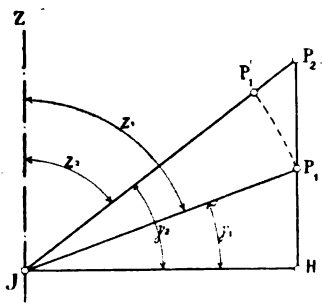


Fig. 287.

Es möge noch untersucht werden, welcher von beiden Fehlern c oder i, gleiche Grösse derselben vorausgesetzt, den grösseren Einfluss auf die Winkelmessung ausübt; weil daraus hervorgeht, auf was man besonders sein Augenmerk zu richten hat.

Setzt man nun $c = i$, so fragt sich, ob die Differenz der Secanten der Höhenwinkel oder der Unterschied ihrer Tangenten grösser ist. Aus nebenstehender Figur 287 ergiebt sich nun:

$$\sec\gamma_2 - \sec\gamma_1 = \frac{P_2 J - P_1 J}{J H} = \frac{P_2 P'_1}{J H} \text{ und}$$

$$\tan\gamma_2 - \tan\gamma_1 = \frac{P_2 H - P_1 H}{J H} = \frac{P_2 P_1}{J H},$$

aus diesen beiden Gleichungen folgt:

$$P_2 P'_1 < P_2 P_1, \text{ also auch:}$$

$$(\sec\gamma_2 - \sec\gamma_1) < (\tan\gamma_2 - \tan\gamma_1) \text{ oder für } c = i:$$

$$(c) < (i) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 145)$$

Es ist daher der von der nicht genauen horizontalen Lage der Horizontalachse herrührende Fehler in der Winkelmessung grösser, als der durch einen gleich grossen Kollimationsfehler erzeugte; man hat daher auf eine möglichst genaue Horizontalstellung der horizontalen Achse zu achten.

Die vorstehende Ableitung war unter der Voraussetzung geschehen, dass sowohl γ_1 als auch γ_2 spitze Winkel mit gleichem Vorzeichen sind, also γ_1 und γ_2 beide entweder Höhen- oder Tiefenwinkel darstellen, bezw. die Zenithdistanzen beide kleiner oder grösser als 90^0 sind.

Ist nun aber etwa γ_1 positiv, und γ_2 negativ, oder umgekehrt, bezw. die eine Zenithdistanz kleiner, die andere grösser als 90^0, so geht die Differenz:

$$\tan\gamma_2 - \tan\gamma_1$$

in eine Summe über, während dies bei:

$$\sec\gamma_2 - \sec\gamma_1$$

nie eintritt, es überwiegt also stets der Neigungsfehler der Horizontalachse.

Man kann nun beide Fehler (c) und (i) aus der Winkelmessung beseitigen, wenn man das Fernrohr durchschlägt, und

in dieser zweiten Fernrohrlage die Winkelmessung wiederholt. Hierbei gehen die Vorzeichen von c und i in die entgegengesetzten über, und das Mittel aus den Winkelmessungen in beiden Fernrohrlagen ist befreit von den Wirkungen der Fehler c und i; vorausgesetzt, dass c und i selbst verhältnissmässig kleine Grössen sind.

Bei grösseren Werthen von c und i kommen nämlich die höheren Glieder, die in der Entwicklung der Formeln vernachlässigt wurden, in Frage; doch kann man bei Werthen von c und i höchstens gleich 1′ von den höheren Gliedern absehen.

Schlägt man dagegen das Fernrohr nicht durch, sondern legt es um, und misst in beiden Fernrohrlagen den Winkel zwischen den Zielpunkten P_1 und P_2, so wird nur c in $-c$ übergeführt, i bleibt aber in Bezug auf sein Vorzeichen, sodass also nur der Zielachsenfehler, nicht aber der Neigungsfehler der horizontalen Drehungsachse durch das Umlegen des Fernrohrs aus dem Mittel der Winkelmessungen in beiden Fernrohrlagen verschwindet.

Es muss ferner noch hervorgehoben werden, dass auch beim Durchschlagen des Fernrohrs und der Winkelmessung in beiden Fernrohrlagen die Fehler (c) und (i) nur dann beseitigt werden, wenn während der Dauer der Messung sich die Grössen von c und i selbst nicht ändern.

Im andern Falle, der z. B. bei Messungen in steilfallenden Schächten eintreten kann, kommen diese Aenderungen von c und i in Frage, und lassen sich nur auf dem Wege der Rechnung ausscheiden, indem man nach Maassgabe der Gleichungen 138 und 142 jede einzelne gemessene Richtung verbessert, und aus diesen so verbesserten Richtungen den Winkel bildet. Ausserdem kann es bei astronomischen Beobachtungen vorkommen, dass die eine oder andere Richtung wegen des Kollimationsfehlers c oder wegen des Neigungsfehlers i verbessert werden muss.

Hierzu ist die Kenntniss von c und i selbst nöthig.

Was die Ermittelung des Zielachsen- oder Kollimationsfehlers c anlangt, so muss der Winkel zwischen Zielachse und horizontaler Drehungsachse zur Vermeidung von Irrthümern auf ein bestimmtes Ende der Horizontalachse bezogen werden; dies ist meist dasjenige, welches den Höhenkreis trägt und welches man als Kreisende bezeichnet. Es ist in Folge dessen nöthig, in den Aufzeichnungen mit zu bemerken, wie bei jeder Einstellung der Höhenkreis, bezogen auf den hinter dem Instrument stehenden Beobachter, liegt, also etwa „Höhenkreis links“ oder „Höhenkreis rechts“.

Was das Vorzeichen des Winkels c anlangt, so bezeichnet man ihn als positiv, wenn der Winkel zwischen Objektivende der Zielachse und Kreisende der Horizontalachse grösser als 90°, als negativ, wenn dieser Winkel kleiner als 90° ist.

Die allgemeinste, bei jeder Theodolitkonstruktion mögliche Methode zur Bestimmung von c besteht darin, dass man einen scharf hervorgehobenen Gegenstand einmal bei Kreis links und ein andermal bei Kreis rechts, also mit durchgeschlagenem Fernrohre, mit dem Theodoliten einstellt, und jedesmal die Ablesungsvorrichtungen abliest; wobei es, um andere Fehlereinflüsse möglichst unschädlich zu machen, am zweckmässigsten ist, wenn die Zenithdistanz des angezielten Punktes möglichst nahe 90° ist (der Höhenwinkel γ nahe 0°).

Bezeichnet man mit a_r das Mittel aus den Ablesungen für Kreis rechts, mit a_l das Mittel der Ablesungen für Kreis links, so ist unter der Voraussetzung eines in der Richtung der Uhrzeigerbewegung getheilten Kreises, c seiner Grösse und seinem Vorzeichen nach bestimmt durch die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} c &= \pm \frac{a_r - (a_l \pm 180^0)}{2} \sin z + \frac{i - i_l}{2} \cos z \\ \text{oder:} \\ c &= \pm \frac{a_r - (a_l \pm 180^0)}{2} \cos \gamma + \frac{i_r - i_l}{2} \sin \gamma, \end{aligned}\right\} \quad . \quad 146)$$

worin i_r und i_l die Neigungen der Horizontalachse bei Kreis rechts bez. bei Kreis links, bezogen auf ihr linkes Ende, — von dem hinter dem Instrument stehenden Beobachter aus gerechnet —, z die Zenithdistanz oder γ den Höhenwinkel des angezielten Punktes darstellen. Das obere Zeichen im ersten Gliede der rechten Seite in Gleichung 146 ist dann zu nehmen, wenn, wie dies meist der Fall ist, bei der Drehung des Theodolits um seine Vertikalachse sich die Ablesungsvorrichtungen, das untere dagegen, wenn sich hierbei der Theilkreis bewegt.

Ist im besonderen $z = 90^0$ oder $\gamma = 0^0$, so geht Gleichung 146 über in:

$$c = \pm \frac{a_r - (a_l \pm 180^0)}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 146a)$$

Beispiel: Mit einem Theodoliten mit Noniusablesung und einer Angabe derselben von 10″ wurde in einer Zenithdistanz von 90° ein Zielpunkt eingestellt, und zwar ergab sich:

für Kreis links: Non. I 355° 10′ 10″ } daher $a_l = 355^0\,10'\,20''$
„ II 30″ }

für Kreis rechts: Non. I 175 12 20 } daher $a_r = 175^0\,12'\,25''$
„ II 30 }

und hieraus:

$$c = +\,1'\,2'',5,$$

es war also der Winkel zwischen Zielachse und Kreisende um diesen Betrag grösser als 90°. Ist das Fernrohr zum Umlegen eingerichtet, so ist die Sache etwas einfacher; man stellt, etwa bei Höhenkreis links, ein entferntes Objekt ein und liest ab, das Mittel sei a_l, dann legt man das Fernrohr in den Lagern um, und stellt

das Objekt wieder ein, das Mittel dieser Ablesungen bei Kreis rechts sei a , dann ist:

$$c = \frac{a_r - a_l}{2} \quad \ldots \ldots \quad 146\,b)$$

Besitzt der Theodolit ein excentrisches Fernrohr von der Excentrizität e, so kann man dasselbe Verfahren anwenden, wenn man die beiden direkten Ablesungen für Kreis rechts und für Kreis links, die mit a'_r und a'_l bezeichnet werden mögen, auf die Instrumentmitte reduzirt, wozu die Entfernung l des Zielpunktes von der Instrumentmitte bekannt sein muss.

Die Reduktion ε auf die Instrumentmitte ist dann (Figur 288):

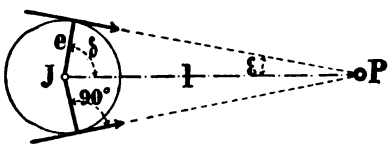


Fig. 288.

$$\sin \varepsilon = \frac{e}{l}, \quad \ldots \quad 147)$$

oder, wenn l gegenüber e gross ist:

$$\varepsilon'' = \varrho'' \frac{e}{l}, \quad \ldots \quad 147\,a)$$

worin $\varrho'' = 206264'',8$ ist und ε in Sekunden erhalten wird.

Gewöhnlich befindet sich bei Theodoliten mit excentrischem Fernrohr die Ablesungsstelle für den Höhenkreis an der andern Seite der Horizontalachse als das Fernrohr, es ist daher:

$$a_r = a'_r - \varepsilon \text{ und:}$$
$$a_l = a'_l + \varepsilon$$

in die Gleichung 146 oder 146 a einzuführen.

Beispielsweise wurde mit einem Mikroskoptheodoliten, dessen Excentricität e = 0,0923 m betrug, ein Punkt unter einer Zenithdistanz $z = 90^0$ angezielt; seine Entfernung von der Instrumentmitte war l = 3,276 m. Als Mittel aus 4 Messungen ergab sich für die beiden Fernrohrlagen:

$$a'_r = 320^0\,14'\,47'',0,$$
$$a'_l = 137\quad 0\;55,4,$$

ferner berechnet sich:

$$\varepsilon = 1^0\,26'\,52'',2,$$

und hieraus folgt:

$a_r = a'_r - \varepsilon = 318^0\,37'\,44'',8$ und: $a_l = a'_l + \varepsilon = 138^0\,36'\,47'',6$,

und damit nach Gleichung 146a:

$$c = -1'',4;$$

der Winkel zwischen Zielachse und Kreisende war also um diesen Betrag kleiner als 90°.

Andrerseits ist auch nach der Figur 289:

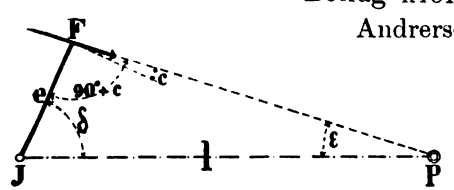


Fig. 289.

$$c = 90^0 - \delta - \varepsilon; \quad \ldots \quad 148)$$

im vorigen Beispiel war:

$$90^0 - \delta = 1^0\,36'\,50'',8$$
$$\varepsilon = 1\;\;36\;\;52,2$$
$$c = -\;\;1'',4 \text{ wie vorher.}$$

Was die Veränderlichkeit des Fehlers c während der Messung anlangt, so ist, da der Zielachsenfehler von der Veränderlichkeit der Unterstützungsfläche des Theodolits völlig unabhängig ist, bei guter Berichtigung des Theodolits, besonders, wenn die die Fadenkreuzplatte tragenden und bewegenden Schrauben ordentlich angezogen worden sind, kaum anzunehmen, dass in der verhältnissmässig kurzen Zeit, die die Winkelmessung erfordert, sich eine Aenderung ergiebt Man wird daher den Zielachsenfehler für die Dauer der Messung als gleichbleibend auffassen können, während dies, wie schon hier hervorgehoben werden mag, für den Neigungs- und Vertikalachsenfehler keine Giltigkeit besitzt.

In Bezug auf die Bestimmung des Neigungsfehlers i der Horizontalachse ist zu bemerken, dass das i in Rücksicht auf sein Vorzeichen ebenfalls auf ein bestimmtes Ende der Horizontalachse bezogen wird; steht der Beobachter hinter dem Instrumente und wendet sein Gesicht dem Zielpunkte zu, so ist der Neigungsfehler positiv, wenn das linke Ende der horizontalen Achse höher als das rechte ist; negativ, wenn das rechte Ende höher als das linke liegt.

Die Bestimmung der Grösse und des Vorzeichens von i geschieht immer mit der Reiterlibelle, die auf die horizontale Achse aufgesetzt wird; hierbei wird zur Ausscheidung von Libellenfehlern die Libelle auf der Achse umgesetzt und in beiden Lagen abgelesen. Bei der Ermittlung von i besteht nun ein Unterschied insofern, als die Libelle entweder von der Mitte aus getheilt ist, oder eine durchlaufende Bezifferung besitzt.

Ist die Libelle von der Mitte aus getheilt, bezeichnet $\varkappa''$ den Werth eines Libellentheiles in Sekunden, und sind l_1 und r_1 die Ablesungen links und rechts an der Libelle, in Skalentheilen ausgedrückt, für die erste Lage der Libelle, sowie l_2 und r_2 die Ablesungen an der Libelle nach dem Umsetzen, links und rechts von ein und demselben Standpunkte des Beobachters, hinter dem Instrument aus aufgefasst, so ergiebt sich nach Gleichung 47 in Sekunden:

$$i'' = \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2}\right) = \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_1 - r_1}{2} + \frac{l_2 - r_2}{2}\right).$$

Als Schutz gegen Ablesungsfehler ist hierbei zu beachten, dass die Bedingung:

$$l_1 + r_1 = l_2 + r_2$$

erfüllt sein muss, da diese Werthe die Blasenlänge darstellen.

Die erstere obige Gleichung findet auch dann Anwendung, wenn, wie dies sehr häufig der Fall ist, anstatt eines Nullpunktes in der Mitte der Libelle zwei seitlich von der Mitte angebrachte Nullstriche vorhanden sind, deren Entfernung von einander beliebig ist, und von denen aus alsdann die Ablesungen l und r zu zählen sind. Auch hat dann die zweite Gleichung noch ihre Giltigkeit, sie stellt nur dann nicht mehr die Blasenlänge selbst dar, vielmehr unterscheidet sich die Grösse $l_1 + r_1 = l_2 + r_2$ um den Abstand der beiden

gegen die Mitte gleichliegenden seitlichen Theilungsstriche von einander von der Blasenlänge.

Im Folgenden ist auch immer in der Bezeichnung: „von der Mitte aus getheilte Libelle" der Fall inbegriffen, dass zwei gegen die Libellenmitte gleichweitabstehende Anfangsstriche vorhanden sind.

Ist z. B. $\varkappa'' = 20'',0$

$l_1 = 5{,}7,\ r_1 = 5{,}5$, so ist $l_1 + r_1 = 11{,}2$,

$l_2 = 4{,}3,\ r_2 = 6{,}9$, $l_2 + r_2 = 11{,}2$, und es berechnet sich: $i'' = -12'',0$,

es war also in diesem Falle das rechte Ende der Horizontalachse höher als das linke.

Ist dagegen die Libelle durchgehends beziffert, und sind für „Nullpunkt links" die Ablesungen an den Blasenenden links und rechts l_1 und r_1, dagegen für „Nullpunkt rechts", also nach dem Umsetzen, die Ablesungen an den Blasenenden links und rechts l_2 und r_2, wieder bei unverändertem Standpunkte des Beobachters, so hat man nach Seite 50:

$$i'' = \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_2 - l_1}{2} + \frac{r_2 - r_1}{2}\right) = \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_2 + r_2}{2} - \frac{l_1 + r_1}{2}\right),$$

und als Schutz gegen Ablesungsfehler:

$$r_1 - l_1 = l_2 - r_2,$$

welche Grössen jetzt die Blasenlänge darstellen.

Wie man sieht, ist es bei durchgehends bezifferter Libelle nothwendig, in den Aufzeichnungen mit zu bemerken, auf welcher Seite vom Beobachter sich jeweilig der Nullpunkt der Libelle befindet, ob links oder rechts, weil hiervon das Vorzeichen von i abhängig ist.

Ist beispielsweise: $\varkappa'' = 15'',7$ und:

für „Nullpunkt rechts" $l_2 = 20{,}8$, $r_2 = 4{,}3$,

„ „Nullpunkt links" $l_1 = 1{,}2$, $r_1 = 17{,}8$,

so folgt: $r_1 - l_1 = 16{,}6$; $l_2 - r_2 = 16{,}5$; und:

$$i'' = +23'',94,$$

es war daher das linke Ende der Horizontalachse höher als das rechte.

Am zweckmässigsten für die Bestimmung von i ist es, wenn die Reiterlibelle während der Messung auf der horizontalen Achse aufgesetzt bleibt; nach Einstellung des Zielpunktes mit dem Fernrohr liest man die Libelle in ihrer ersten Lage ab und setzt sie auf der Horizontalachse um Dann liest man, damit die Libellenblase mittlerweile zur Ruhe kommt, den Horizontalkreis ab und darnach die Libelle in ihrer zweiten Lage. Auf diese Weise wird am wenigsten Zeit für die Libellenablesungen gebraucht, und die Ablesung am Horizontalkreis für den Zielpunkt liegt zwischen beiden Libellenablesungen.

Während nun der Zielachsenfehler c während der Messung als gleichbleibend angenommen werden konnte, ist dies beim Neigungsfehler i nicht mehr der Fall, man muss ihn vielmehr als veränderlich betrachten, da der Neigungsfehler von der Veränderung der Aufstellungsvorrichtung des Theodolits abhängig ist, und eine solche sehr leicht schon durch das Herumtreten um das Instrument

herbeigeführt werden kann, wozu noch im steilen Schachte die oft nicht ganz fest zu errichtende Aufstellung kommt.

Es ist daher zweckmässig, den Neigungsfehler i auf die angegebene Weise für jede einzelne eingestellte Richtung zu bestimmen, und jede einzelne Richtung wegen des Neigungsfehlers zu verbessern.

Würde der Neigungsfehler i während der gesammten Winkelmessung gleichbleiben, wie dies bei Aufstellung des Theodolits auf fester Unterlage, wie bei Pfeilern, der Fall ist, und es würde eine Winkelmessung in beiden Fernrohrlagen ausgeführt, so würde im Mittel beider Messungen der Einfluss der Neigung verschwinden, da wenn in der einen Fernrohrlage das i positiv wäre, es in der andern negativ aufträte Wegen der veränderlichen Neigung bleibt aber gewöhnlich ein Theil übrig, wie aus dem folgenden Beispiel hervorgeht, wobei für die erste Fernrohrlage die Grössen i^{I} und $(i)^{I}$, für die zweite aber i^{II} und $(i)^{II}$ sein mögen.

Es ergab sich:

für die erste Fernrohrlage:

$$i_1^I = -15'',71, \quad z_1 = 10^0,$$
$$i_2^I = -19'',43, \quad z_2 = 169^0; \qquad (i_w)^I = +189'',1 = +3'9'',1$$

für die zweite Fernrohrlage:

$$i_2^{II} = +9'',75, \quad z_2 = 169^0, \quad (\gamma_2 = -79^0),$$
$$i_1^{II} = +8,23, \quad z_1 = 10^0, \quad (\gamma_1 = 80\,); \quad (i_w)^{II} = -97'',6 = -1'37'',6.$$

Trotz des Durchschlagens des Fernrohrs bleibt also noch eine Verbesserung von:

$$\frac{+3'9'',1 - 1'37'',6}{2} = +45'',8$$

übrig, die an dem Mittel des in beiden Fernrohrlagen gemessenen Horizontalwinkels anzubringen ist.

Man sieht hieraus, dass durch Nichtberücksichtigung des Neigungsfehlers leicht bedeutende Fehler in die Horizontalwinkelmessungen in einem steilen Schachte kommen können. Andrerseits möchte aber auch bemerkt werden, dass es, um grosse Genauigkeit in der Winkelmessung zu erzielen, nothwendig ist, die Horizontalachse mit einer empfindlichen Libelle zu versehen.

Die, wenn überhaupt vorhandenen, Reiterlibellen der Markscheidertheodoliten haben meist eine viel zu geringe Empfindlichkeit, sodass eine Veränderung der Neigung in den beiden Fernrohrlagen gar nicht bemerkt wird.

3. Die dritte der auf Seite 158 aufgeführten Bedingungen ist die, dass während der Winkelmessung die vertikale Umdrehungsachse auch wirklich vertikal stehe.

Wenn es auch nach dem auf Seite 47 Gesagten möglich ist, die Vertikalachse genau vertikal zu stellen, so wird diese Lage infolge der Aenderung der Unterstützungsfläche durch Wärme, durch Herumtreten u. s. w, sich, streng genommen, nicht gleichbleiben, sondern die Hauptachse wird im Momente der Winkelmessung einen Winkel

v mit der wirklichen Vertikalen bilden, der eine beliebige Lage im Raume hat und dessen Vertikalebene im Augenblick der Winkelmessung eine gewisse Ablesung a am Horizontalkreise zukommt.

Befände sich diese Vertikalebene bei der Winkel- oder Richtungsmessung in der senkrechten Ebene durch die Horizontalachse, so wäre sein Einfluss auf die Messung einfach der, dass zu dem Horizontalachsenfehler i noch das v hinzu käme; da aber die Messung an jeder beliebigen Stelle a_n des Horizontalkreises, für den die Neigung der Vertikalachse gleich v_n ist, erfolgen kann, so ist ersichtlich, dass der Einfluss von v einmal von der Ablesung für den angezielten Punkt am Horizontalkreise, und andrerseits von der Grösse des jemaligen v^n abhängig ist. Es ist auch ohne weiteres klar, dass die Ermittelung von v^n nicht so einfach sein kann, wie etwa die Bestimmung von i; ebenso wird die Einwirkung (v_r) auf die Richtungs-, bezw. (v_w) auf die Winkelmessung nicht so einfach sein.

Für die weitere Betrachtung ist es vortheilhaft, zuerst auf die Bestimmung von v selbst einzugehen.

Wie schon angeführt, gehört zur Vertikalebene des v, das auch gleichzeitig den grössten Werth desselben darstellt, eine ganz bestimmte Ablesung a am Horizontalkreise, etwa am Ablesehilfsmittel I.

Für jede andere Ablesung a_1, a_2, ... a_n wird auch ein anderer Werth v_1, v_2, ... v_n gehören; für $a_{90} = a + 90^0$ würde $v_{90} = 0$.

Die Grössen v und a lassen sich nun aus zwei Paaren von zusammengehörenden Werthen a_1 und v_1, sowie a_2 und v_2 bestimmen, wenn a_1 und a_2 sich um 90^0 voneinander unterscheiden.

In Figur 290 sei J der Mittelpunkt des horizontalen Kreises L A K, Z J A die Vertikalebene des v, zu der die Ablesung a, Z J K die Vertikalebene des v_1 mit der die Ablesung a_1, und Z J L die Vertikalebene des v_2, zu der die Ablesung a_2 gehört. Der Winkel $K J A = a - a_1$ sei gleich w, dann folgt aus den sphärischen Dreieck K' A' Z:

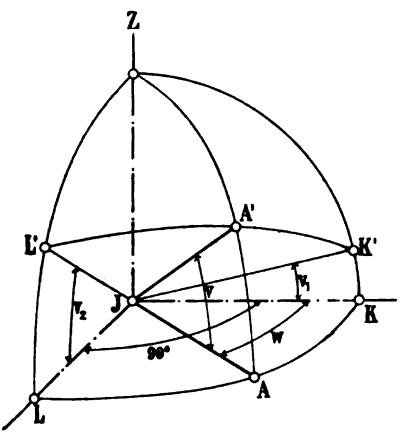


Fig. 290.

$$v_1 = v \cdot \cos w, \quad 149a)$$

ferner aus dem Dreieck A' L' Z:

$$v_2 = v \cdot \sin w \quad 149b)$$

und durch Division von Gleichung 149b durch 149a:

$$\tan w = \frac{v_2}{v_1} \quad . \quad 150)$$

und ferner mit Rechenprobe:

$$v = \frac{v_1}{\cos w} = \frac{v_2}{\sin w} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \quad . \quad . \quad . \quad 151)$$

schliesslich erhält man noch die Ablesung a für die Vertikalebene des v am Horizontalkreise:

$$a = a_1 + w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 152)$$

Die Aufzeichnung geschieht dann am zweckmässigsten für die weitere Benutzung der Libellenablesungen in folgender Weise (nach Gleichung 154 a):

$$\begin{array}{lll} \text{Kr. l. Mikr. I.} & a_1 = 210^0; & l_1 = 2{,}9, \quad r_1 = 7{,}4, \\ & a_1 \pm 180^0 = 30^0; & l_2 = 1{,}0, \quad r_2 = 9{,}3, \\ \hline & & \frac{l_1 + l_2}{2} = 1{,}95; \quad \frac{r_1 + r_2}{2} = 8{,}35. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Kr. l. Mikr. I.} & a_2 = 300^0; & l_1 = 5{,}4, \quad r_1 = 5{,}0, \\ & a_2 \pm 180^0 = 120^0; & l_2 = 2{,}9, \quad r_2 = 7{,}5, \\ \hline & & \frac{l_1 + l_2}{2} = 4{,}15; \quad \frac{r_1 + r_2}{2} = 6{,}25. \end{array}$$

$$\lambda_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2} = -6{,}40, \qquad \lambda_2 = \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2} = -2{,}10.$$

$$\tan w = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{-2{,}10}{-6{,}40} = +0{,}3281.$$

$$w = 198^0\ 10',$$

$$a = a_1 + w = 210^0 + 198^0\,10' = 48^0\,10'.$$

Ferner ist:

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\cos w} = \frac{\lambda_2}{\sin w} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} = 6{,}74 \text{ und daher:}$$

$$v'' = \frac{\varkappa''}{2}\lambda = 27'',63.$$

Bei der Berechnung von a ist es vollkommen ausreichend, bis auf ganze Minuten zu gehen.

Das folgende Beispiel gilt für den Fall, dass der Beobachter bei jeder Drehung mit um das Instrument herum geht, dann ist der Höhenkreis entweder immer links oder immer rechts. Es war: Höhenkreis rechts, $\frac{\varkappa''}{2} = 4'',1$, die Libelle mit durchgehender Theilung versehen (Gleichung 154d), Libellennullpunkt links, demnach oberes Vorzeichen (+) giltig.

$$\begin{array}{lll} \text{Mikr I.} & a_1 = 50^0; & l_1 = 20{,}6, \quad r_1 = 30{,}9, \\ & a_1 \pm 180^0 = 230^0; & l_2 = 27{,}3, \quad r_2 = 37{,}5, \\ \hline & & \frac{l_2 + r_2}{2} = 32{,}40; \quad \frac{l_1 + r_1}{2} = 25{,}75. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Mikr. I.} & a_2 = 140^0; & l_1 = 23{,}7, \quad r_1 = 34{,}0, \\ & a_2 \pm 180^0 = 320^0; & l_2 = 23{,}6, \quad r_2 = 33{,}9, \\ \hline & & \frac{l_2 + r_2}{2} = 28{,}75; \quad \frac{l_1 + r_1}{2} = 28{,}85. \end{array}$$

$$\lambda_1 = \frac{l_2 + r_2}{2} - \frac{l_1 + r_1}{2} = +6{,}65, \qquad \lambda_2 = \frac{l_2 + r_2}{2} - \frac{l_1 + r_1}{2} = -0{,}10.$$

$$\tan w = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{-0{,}10}{+6{,}65} = -0{,}0150,$$
$$w = 359^0\,10',$$
$$a = 50^0 + 359^0\,10' = 49^0\,10,$$
$$\lambda = 6{,}65, \quad v'' = 27'',26.$$

3. Beispiel: Herumgehen des Beobachters mit dem Instrumente, Höhenkreis rechts, $\frac{\varkappa''}{2} = 4'',1$, Libelle von der Mitte aus getheilt:

Mikr. I. $a_1 = 50^0; l_1 = 9{,}4, \quad r_1 = 0{,}9,$
$a_1 \pm 180^0 = 230^0; r_2 = 7{,}5, \quad l_2 = 2{,}7,$

$$\frac{l_1 + r_2}{2} = 8{,}45; \frac{r_1 + l_2}{2} = 1{,}80.$$

Mikr. I. $a_2 = 140^0; l_1 = 6{,}3, \quad r_1 = 4{,}0,$
$a_2 \pm 180^0 = 320^0; r_2 = 3{,}9, \quad l_2 = 6{,}4,$

$$\frac{l_1 + r_2}{2} = 5{,}10; \frac{r_1 + l_2}{2} = 5{,}20.$$

$$\lambda = \frac{l_1 + r_2}{2} - \frac{r_1 + l_2}{2} = +6{,}65, \qquad \lambda_2 = \frac{l_1 + r_2}{2} - \frac{r_1 + l_2}{2} = -0{,}10.$$

$$\tan w = \frac{-0{,}10}{+6{,}65} = -0{,}0150,$$
$$w = 359^0\,10',$$
$$a = 50^0 + 359^0\,10' = 49^0\,10',$$
$$\lambda = 6{,}65; \quad v'' = 27'',26,$$

welche Beispiele genügen mögen.

Der Vertikalachsenfehler v ist ebenso wie i von der Unterstützung des Theodolits abhängig, tritt also ebenso wie dieser veränderlich auf. Zu Anfang der Messung ist gewöhnlich, da die Vertikalachse meist von vornherein genau lothrecht gestellt wird, der Werth von v gleich Null, bei einigermassen sicherer Aufstellung wird es ausreichen, nach Beendigung der Winkelmessung in der einen Fernrohrlage das v zu ermitteln. Man kann dann, wenn die Beobachtungszeiten mit aufgezeichnet werden, für die Zwischenzeiten die nöthigen Grössen ermitteln. Besser ist es schon, das v für jede gemessene Richtung — am zweckmässigsten vor- und nachher — zu bestimmen; jedoch fordert dies viel Zeit und ist nur bei ganz unsicherer Aufstellung der Instrumente von Wesenheit.

Ist auf die angegebene Weise v'' und a berechnet worden, so hat es keine Schwierigkeit mehr, den Einfluss (v_r) auf die Richtungsmessung nach einem Punkte P_1 mit dem Höhenwinkel γ_1 oder der Zenithdistanz z_1 zu berechnen, wenn die zu P_1 gehörige Ablesung a_{p1} ist. In dieser Stellung hat nämlich die Vertikalachse eine Neigung v''_{p1} gegen die Vertikale, die sich bestimmt durch die Gleichung:

$$v''_{p1} = v \cdot \cos(a - a_{p1}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 155)$$

und da das v''_{p_1} nur das i um seinen Betrag mit Rücksicht auf sein Vorzeichen vergrössert, so wird:

$$(v_r) = v'' \cdot \cos(a - a_{p_1}) \tan \gamma_1 = v'' \cdot \cos(a - a_{p_1}) \cot z_1 \quad 156)$$

für eine gemessene Richtung.

Für konstantes v und γ_1 bezw. z_1 wird der Werth von (v_r) in Gleichung 156 zu Null für $a - a_{p_1} = 90^0$ oder 270^0, wenn also die Zielachse in die Vertikalebene des v hineinfällt; es wird andererseits (v_r) zu einem Maximum für $a - a_{p_1} = 0^0$ oder 180^0, d. h. wenn die Zielachse senkrecht auf der Vertikalebene des v steht.

Bei veränderlichem γ_1 oder z_1 ist (v_r) für $\gamma_1 = 0$ oder $z_1 = 90^0$ gleich Null und wächst mit zunehmendem Höhenwinkel bezw. abnehmender Zenithdistanz.

Denkt man sich das Fernrohr durchgeschlagen oder umgelegt, so ändert sich sowohl a als auch a_{p_1} um 180^0, der Werth von (v_r) wird also nicht geändert, das Mittel aus beiden Fernrohrlagen ist also immer noch um den Betrag:

$$v'' \cos(a - a_{p_1}) \tan \gamma_1 = v'' \cos(a - a_{p_1}) \cot z_1$$

fehlerhaft, der Vertikalachsenfehler (v) lässt sich also weder durch das Durchschlagen, noch durch das Umlegen beseitigen. Man hat also auf das genaue Senkrechtstellen der vertikalen Umdrehungsachse zu achten.

Bei Winkelmessungen mit unsicherer Aufstellung und starken Neigungen der Zielungen kommt noch hinzu, dass das v'' zu verschiedenen Zeiten verschieden ist, etwa für die Einstellung des linken Zielpunktes $P_1 = v''_I$, für die des rechten $P_2 = v''_{II}$, dann wird die Verbesserung (v_w) für den gemessenen Winkel:

$$\left.\begin{aligned}(v_w) &= v''_{II} \cos(a - a_{p_2}) \tan \gamma_2 - v''_I \cos(a - a_{p_1}) \tan \gamma_1 \\ &= v''_{II} \cos(a - a_{p_2}) \cot z_2 - v''_I \cos(a - a_{p_1}) \cot z_1\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 157)$$

Für $v''_I = v''_{II} = v''$, was bei festaufgestelltem Instrumente und sehr kurzer Dauer der Winkelmessung gilt, ist:

$$\left.\begin{aligned}(v_w) &= v'' [\cos(a - a_{p_2}) \tan \gamma_2 - \cos(a - a_{p_1}) \tan \gamma_1] \\ &= v'' [\cos(a - a_{p_2}) \cot z_2 - \cos(a - a_{p_1}) \cot z_1]\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 157a)$$

Ist im besonderen noch:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma \text{ oder } z_1 = z_2 = z,$$

so wird:

$$\begin{aligned}(v_w) &= v'' \tan \gamma [\cos(a - a_{p_2}) - \cos(a - a_{p_1})] \\ &= v'' \cot z [\cos(a - a_{p_2}) - \cos(a - a_{p_1})],\end{aligned} \quad \ldots \quad 157b)$$

welcher Werth für $\gamma = 0$ oder $z = 90^0$, also bei horizontalen Visuren verschwindet. Für jeden andern Werth von γ oder z wird 157b zu einem Maximum für $a_p - a_{p_1} = \pm 180^0$, wenn also die beiden Zielpunkte einen Winkel von 180^0 bilden.

Im ungünstigsten Fall kann dieses Maximum auf:

$$(v_w)_{max} = \pm 2 \tan \gamma = \pm 2 \cot z \quad \ldots \quad 157c)$$

anwachsen.

Für den Fall jedoch, dass der Horizontalwinkel zwischen den beiden Zielpunkten 180^0 beträgt, aber dabei die Bedingung erfüllt

ist, dass $z_1 + z_2 = 180^0$ ist, ein Fall, wie er beispielsweise bei Schachtmessungen auftritt, wird (v_w) zu Null

In ihrer Gesammtwirkung werden sich die Fehler (c), (i) und (v) einfach addiren.

4. Als eine weitere Bedingung ist zu erachten, dass das Fernrohr eine centrische Lage hat, d. h. dass die Vertikalebene durch die Zielachse die Alhidadenachse in sich enthält; ist dies nicht der Fall, so nennt man das Fernrohr excentrisch. Diese Excentricität des Fernrohrs kann eine unbeabsichtigte, also sehr kleine sein; sie kann aber auch andrerseits irgend einen beliebigen Werth erhalten in dem Falle, in dem sich etwa das Fernrohr am Ende der Horizontalachse befindet. Man hat bei derartig eingerichteten Theodoliten den Vortheil, dass man auch senkrechte Zielungen damit ausführen kann.

Durch ein Fernrohr von der Excentricität e wird nun ebenfalls ein Fehler in der Horizontalwinkelmessung bedingt. In nebenstehender Fig. 292 stellt der grössere äussere Kreis den horizontalen Theilkreis des Theodolits dar, der innere kleinere Kreis ist mit der Excentricität e des Fernrohrs um den Mittelpunkt J der Alhidade beschrieben, der genau über dem Scheitel des zwischen den beiden Zielpunkten P und Q in J zu messenden Winkels:

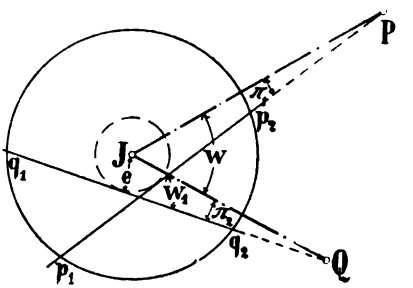


Fig. 292.

$$PJQ = w$$

aufgestellt sein mag. Stellt man nun mit dem excentrischen Fernrohr den Punkt P ein, so wird die Projektion der Visur auf den Theilkreis gleich $p_1 p_2$, bei der Einstellung auf Q gleich $q_1 q_2$ sein und man liest infolgedessen am Theilkreise den vom Fernrohr durchlaufenen Winkel zwischen $p_1 p_2$ und $q_1 q_2$ ab, der mit w_1 bezeichnet werden möge

Daher ist der Fehler in der Winkelmessung:

$$w - w_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 158)$$

Bezeichnet man die parallaktischen Winkel, unter denen die Excentricität e von P und von Q aus erscheint, mit π_1 und π_2, so folgt aus der Figur:

$$w + \pi_1 = w_1 + \pi_2$$

und daraus:

$$w - w_1 = \pi_2 - \pi_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 159)$$

Setzt man die Entfernung $JP = a$, $JQ = b$, so ist:

$$\left.\begin{aligned} \sin \pi_1 &= \frac{e}{a} \\ \sin \pi_2 &= \frac{e}{b} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 160)$$

aus welchen Gleichungen π_1 und π_2 zu berechnen sind, wenn e gegenüber a und b gross ist. Meistens werden π_1 und π_2 kleine Winkel darstellen, und man kann dann schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \pi_1'' &= \varrho'' \frac{e}{a} \\ \text{und:}\quad \pi_2'' &= \varrho'' \frac{e}{b}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 161)$$

demnach:

$$w - w_1 = \varrho'' \left(\frac{e}{b} - \frac{e}{a}\right) = \varrho'' e \frac{a-b}{a \cdot b} \quad \ldots \quad 162)$$

Beispielsweise ist für $e = 0{,}2$ m, $b = 100$ m, $a = 1000$ m:

$$w - w_1 = 371'',3 = 6'\ 11'',3.$$

Der Fehler wegen des excentrischen Fernrohrs wird also bei demselben Werthe von e um so grösser, je grösser der Entfernungsunterschied zwischen a und b einerseits, und je kleiner andrerseits a und b selbst sind. Der Fehler wird dagegen gleich Null für:

$$a = b.$$

Schlägt man nun das Fernrohr durch, oder legt man es in den Lagern um, und führt in dieser zweiten Fernrohrlage wieder eine Winkelmessung aus, wobei durch die Ablesung am Horizontalkreise der Winkel w_2 gefunden worden ist, so ergiebt sich ähnlich wie vorher:

$$w + \pi_2 = w_2 + \pi_1;$$

woraus in Verbindung mit der für die erste Fernrohrlage geltenden Gleichung:

$$w + \pi_1 = w_1 + \pi_2$$

folgt:

$$w = \frac{w_1 + w_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 163)$$

oder in Worten: Der Fehler wegen einer Excentricität des Fernrohrs lässt sich aus der Winkelmessung dadurch ausscheiden, dass man den Winkel in beiden Fernrohrlagen misst, und aus beiden Werthen das Mittel nimmt. Die Grösse der Excentricität ist ohne jeden Einfluss.

Man hat für verschiedene Zwecke nöthig, die Grösse der Excentricität e zu bestimmen.

Es kann dies so geschehen, dass man einen in einer geringen Entfernung l von der Instrumentmitte befindlichen Zielpunkt P (Fig. 288) in beiden Lagen des Fernrohrs einstellt, und jedesmal die Ablesungen am Horizontalkreis macht. Dieselben seien, da bei einem excentrischen Fernrohr gewöhnlich auf der dem Fernrohr entgegengesetzten Seite der Horizontalachse ein Höhenkreis vorhanden ist, für Höhenkreis links a_l, für Höhenkreis rechts a_r, beide verstanden als Mittel aus den vorhandenen Ablesungen.

Damit ergiebt sich:

$$e = l \cdot \cos \frac{1}{2}(a_l - a_r). \quad \ldots\ldots \quad 164)$$

wobei zu beachten ist, dass $a_l - a_r$ immer ein Winkel kleiner als 180°, aber in dessen Nähe, sein muss; ist daher a_l kleiner als a_r, so ist, da dann ein Durchgang durch den Nullpunkt der Kreistheilung stattgefunden hat, zu a_l noch 360° hinzuzufügen.

Beispielsweise war:

für Höhenkreis rechts Non. I: 260° 32′ } 260° 32′ 30″ = a_r
" " " " II: 33 }
" " links " I: 77 42 } 77° 42′ 0″ = a_l
" " " " II: 42 }

ferner $l = 3{,}276$ m, woraus sich berechnet:

$$e = 0{,}081 \text{ m}.$$

Ein zweites Verfahren besteht darin, dass man in einer beliebigen, aber nicht zu grossen Entfernung J P von der Instrumentmitte J (Fig. 293) einen Massstab A B senkrecht zur Linie J P horizontal aufstellt und dann in beiden Fernrohrlagen je zwei symmetrisch gegen gegen den Punkt P gelegene Theilstriche A und B des Maassstabes anzielt. Bezeichnet man das Mittel der Ablesungen am Horizontalkreise bei der Einstellung des Punktes A für Höhenkreis links mit a_l, für Höhenkreis rechts mit a_r, bei der Einstellung des Punktes B für den Höhenkreis links mit b_l, für Höhenkreis rechts mit b_r und ist L der Abstand der Theilstriche A und B am Maassstabe vom Punkte P, so ergiebt sich nach der Figur:

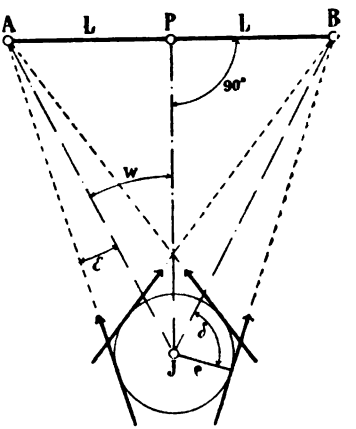


Fig. 293.

$$e = L \frac{\sin \varepsilon}{\sin w'}, \quad \ldots \ldots \quad 165)$$

worin die Winkel ε und w sich bestimmen aus den Gleichungen:

$$\varepsilon = \frac{(a_r - a_l) + (b_r - b_l)}{4} \pm 90^0 \quad \ldots \quad 166)$$

und:

$$w = \pm \frac{(a_r + a_l) - (b_r + b_l)}{4} \quad \ldots \ldots \quad 167)$$

In Bezug auf die Wahl der Vorzeichen + oder — in den letzten beiden Gleichungen ist zu beachten, dass ε und w kleine spitze, positive Winkel sind, und dass, ebenfalls wie vorher schon angegeben, zu berücksichtigen ist, ob ein Durchgang durch den Nullpunkt der Theilung des Horizontalkreises stattgefunden hat; ist also $a^r < a^l$ oder $b_r < b_l$, so ist zu a_r oder zu b_r noch 360° hinzuzufügen.

Beispielsweise war: $L = 0{,}49$ m,

$a_l = 168^0\,38'\,0''$ $\quad$ $b_l = 185^0\,38'\,0''$
$a_r = 351\ 25\ 0$ $\quad$ $b_r = 8\ 25\ 0$;

woraus sich findet:

$$\frac{(a_r - a_l) + (b_r - b_l)}{4} = 91^0\,23'\,30''; \frac{(a_r + a_l) - (b_r + b_l)}{4} = -8^0\,30'\,0''$$

also: $\varepsilon = 1^0\,23'\,30''$ und $w = 8^0\,30'\,0''$

und hiermit: $e = 0{,}0805$ m.

Zur Bestimmung der Excentricität ist es nothwendig, dass die Zielachse möglichst genau senkrecht auf der Horizontalachse steht, dass also der Kollimationsfehler c möglichst klein gehalten werde.

Fasst man die vorhergehenden Untersuchungen kurz zusammen, so ergiebt sich, dass unter der Voraussetzung, dass c und i während einer Winkelmessung mit durchgeschlagenem Fernrohre konstant bleiben, durch das Durchschlagen folgende Fehler des Theodolits unschädlich gemacht werden:

1. der Fehler wegen der Excentricität der Alhidade,
2. der Zielachsen- oder Kollimationsfehler,
3. der Horizontalachsenfehler,
4. der Fehler wegen der Excentricität des Fernrohrs und es kommt noch hinzu
5. der Fehler wegen nicht genau centrisch-paralleler Führung der Okularröhre.

Im letzten Falle kommt nämlich durch die Verschiebung der Okularröhre beim Zielen nach Objekten von verschiedener Entfernung das Fadenkreuz etwas nach der Seite, beim Durchschlagen kommt dieser Fehler nach der entgegengesetzten Seite und verschwindet im Mittel aus beiden Fernrohrlagen.

Ist dagegen das Fernrohr zum Umlegen eingerichtet, so wird:

1. der Fehler wegen Excentricität der Alhidade beseitigt, wenn diametrale Ablesungsvorrichtungen vorhanden sind,
2. der Zielachsen- oder Kollimationsfehler und
3. der Fehler wegen der Excentricität des Fernrohrs ausgeschieden.

Hingegen wird nicht beseitigt der Neigungsfehler der Horizontalachse.

Der Fehler wegen nicht centrisch-paralleler Führung der Okularröhre wird nicht eliminirt, wenn beim Umlegen die Okularrohrschraube beide Male in derselben Lage ist, etwa beide Male oben Man kann ihn aber ausscheiden, wenn man das Fernrohr beim Umlegen so dreht, dass in der einen Lage die Okularschraube etwa nach oben, in der andern nach unten zu liegen kommt.

Es ist also am zweckmässigsten, wenn der Theodolit zum Durchschlagen des Fernrohrs eingerichtet ist, weil dann die meisten Instrumentfehler im Mittel aus den Messungen in beiden Fernrohrlagen zum Verschwinden gebracht werden.

Der Vertikalachsenfehler hingegen lässt sich weder durch Durchschlagen, noch durch Umlegen, sondern nur durch Rechnung aus der Winkelmessung entfernen.

Es ist weiter noch die Einwirkung einer excentrischen Aufstellung des Theodolits auf die Winkelmessung einer Betrachtung zu unterziehen.

Man kommt nämlich erstens manchmal in die Lage, in einem trigonometrischen Punkte sich nicht selbst aufstellen und daselbst Winkelmessungen ausführen zu können; sei es, weil eine Aufstellung in dem betreffenden Punkte überhaupt nicht möglich ist, oder weil etwa der eine oder andere der anzuzielenden Punkte von ihm aus nicht sichtbar ist, wohl aber etwas seitlich davon. Zweitens wird auch bei der Aufstellung des Instrumentes über einem gegebenen Punkte ein Centrirungsfehler vorkommen, wie beispielsweise bei windigen Wetter und bei Benutzung eines Lothes; und zwar kann dieser Fall sowohl über als auch unter Tage eintreten.

Beide Arten können gemeinschaftlich erledigt werden. Es sei in nebenstehender Figur 294 T der eigentliche Punkt, in welchem der Winkel $P_1 T P_2 = w$ zwischen den Zielpunkten P_1 und P_2 zu messen ist, das Instrument befindet sich aber im Punkte T_1 und man findet durch die Winkelmessung auf ihm den Winkel $P_1 T_1 P_2 = w_1$. Bezeichnet man die Excentricität $T T_1$ mit e, den Winkel $T T_1 P_1$ mit ω, die Entfernungen $T P_1$ mit s_1 und $T P_2$ mit s_2, sowie die Winkel, unter denen von P_1 und P_2 aus die Excentricität e erscheint, mit π_1 und π_2, so ergiebt sich:

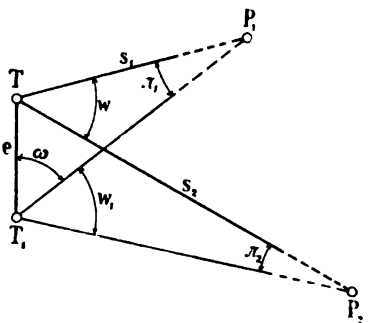


Fig. 294.

$$w = w_1 + (\pi_2 - \pi_1) \quad \ldots \ldots \quad 168)$$

und zwar ist hierin:

$$\sin \pi_1 = \frac{e}{s_1} \sin \omega \quad \ldots \ldots \quad 169)$$

$$\sin \pi_2 = \frac{e}{s_2} \sin (\omega + w_1) \quad \ldots \ldots \quad 170)$$

Mit Hilfe dieser Formeln kann man nun den gesuchten Winkel w berechnen. Es ist noch zu bemerken, dass bei kleinen Werthen der Excentricität e und bei grossen Werthen von s_1 und s_2 die Sinus kleine Werthe annehmen, und dass die im Nenner auftretenden Werthe von s_1 und s_2 um so weniger genau ihrer Grösse nach bestimmt zu werden brauchen, je grösser s_1 und s_2 selbst sind. Man wird infolgedessen auch für die von vornherein im Allgemeinen noch unbekannten Grössen derselben zuerst Näherungswerthe einführen können, mit diesen die Rechnung durchführen und daraus genauere Werthe ableiten.

Die Messung der Excentricität e kann entweder direkt mit dem Bande oder einem Maassstabe erfolgen, oder indirekt durch

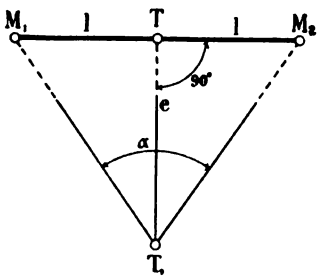


Fig. 295.

Winkelmessung mit Zuhilfenahme eines Messstabes oder einer Nivellirlatte. Man legt (Fig. 295) das Maass mit seiner Mitte über dem Punkte T so, dass es senkrecht zu TT_1 steht, wobei am zweckmässigsten gleich ein bestimmter Theilstrich des Maassstabes über T befindlich ist und misst den Winkel α zwischen zwei zu T symmetrisch liegenden Theilstrichen M_1 und M_2. Bezeichnet man die Länge $M_1T = TM_2$ mit l, so folgt:

$$e = l \cdot \cot\frac{\alpha}{2} \quad . \quad . \quad 171)$$

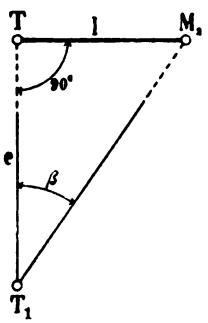


Fig. 296.

Ist nur eine Seite der Linie M_1M_2 von T_1 aus zu übersehen, so würde nach Maassgabe nebenstehender Figur 296 zu verfahren sein, und man erhält dann:

$$e = l \cdot \cot\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 172)$$

In zusammengesetzteren Fällen wird es nothwendig, eine besondere Standlinie zu messen und von dieser aus die Excentricität e zu bestimmen.

Die Messung des Winkels ω bereitet bei grösseren Werthen von e meist keine Schwierigkeiten, da man dann ohne weiteres den Punkt T, sei es direkt, oder an dem über ihm aufgelegten Maassstabe mit dem Theodoliten einstellen kann. Ist aber e klein, so ist die Messung von ω meist nicht so leicht möglich; ein immer zum Ziele führendes Mittel besteht darin, dass man die Coordinaten von T und T_1 bezogen auf ein beliebiges Coordinatensystem, bestimmt, und aus diesen die Richtung von T_1T berechnet, am bequemsten wird es, wenn T_1P_1 als eine Achse genommen werden kann. Unter Umständen kann man auch in T ein auf Unendlich gestelltes Hilfsfernrohr benutzen, dessen Fadenkreuz von T_1 aus angezielt wird.

Handelt es sich um kleine Werthe von e, wie sie bei unsicheren Aufstellungen des Instrumentes vorkommen, so kann man setzen:

$$\nu''_1 = \varrho'' \frac{e}{s_1} \sin\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 169a)$$

$$\nu''_2 = \varrho'' \frac{e}{s_2} \sin(\omega + w_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 170a)$$

und der Fehler Δw, hervorgerufen durch die excentrische Aufstellung des Instrumentes ist dann:

$$\Delta w = w - w_1 = \varrho'' e \left\{ \frac{\sin(\omega + w_1)}{s_2} - \frac{\sin\omega}{s_1} \right\} \quad . \quad . \quad 173)$$

Da nun sowohl ω als auch w_1 alle Werthe von 0 bis 360° durchlaufen kann, also auch sin ω oder sin $(\omega + w_1)$ verschiedene

Vorzeichen annehmen kann, so folgt zuerst, da positive oder negative Werthe von Δw gleichschädlich wirken, dass Δw gleich Null wird für:

$$\frac{\sin w}{s_1} = \frac{\sin(\omega + w_1)}{s_2}$$

oder für:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\sin \omega}{\sin(\omega + w_1)} \quad \ldots\ldots\ 174)$$

Das Maximum von Δw tritt ein für die beiden gleichzeitig zu erfüllenden Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned} \sin w &= +1 \\ \text{und:} \quad \sin(\omega + w_1) &= \mp 1 \end{aligned}\right\}$$

oder für:

$$\left.\begin{aligned} \omega &= 90^0 \\ \text{und:} \quad \omega + w_1 &= 270^0 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} \omega &= 270^0 \\ \omega + w_1 &= 90^0 \end{aligned}\right\}$$

also für: $\omega = 90^0$ und $w_1 = 180^0$

oder für: $\omega = 270^0$ „ $w_1 = 180^0$ $\quad \ldots\ldots\ 175)$

d. h. also, wenn die beiden Punkte P_1 und P_2 mit T_1 auf einer Geraden liegen.

Der Maximalwerth Δw selbst wird dann:

$$\Delta w_{max} = \varrho'' e \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right) = \varrho'' e \frac{s_1 + s_2}{s_1 \cdot s_2} \quad \ldots\ 176)$$

aus welcher Gleichung ferner ersichtlich ist, dass der Fehler Δw um so grösser wird, je näher die Punkte P_1 und P_2 an T_1 liegen.

Man sieht also, dass bei gestreckten Polygonzügen die Aufstellungsfehler das Ergebniss der Winkelmessung stark beeinflussen können, es ist daher auf die centrische Aufstellung des Instrumentes grosse Sorgfalt zu verwenden. Aus diesem Grunde sind verschiedene Hilfsmittel construirt worden, die dazu dienen, den Theodolit möglichst genau zu centriren.

Bei den Messungen über Tage versieht man daher häufig den Theodolit am untern Ende der Vertikalachse mit einer sogenannten Centrirspitze, die in der Verlängerung der vertikalen Umdrehungsachse liegt und meist auf und nieder bewegt werden kann. Durch eine Feder wird sie gewöhnlich oben gehalten.

Die beiden folgenden Figuren zeigen derartige Einrichtungen, in Figur 297 ist die Spitze am unteren Theile des Dreifusses so

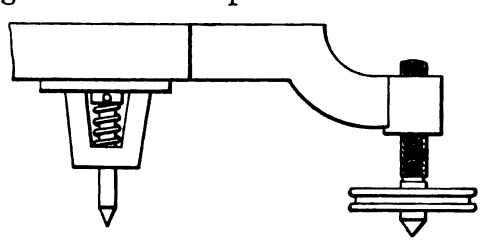


Fig. 297.

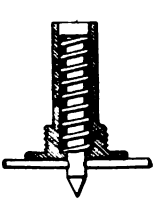


Fig. 298.

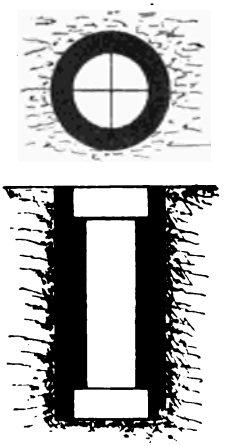


Fig. 299 u. 300.

angeschraubt, dass ihre Achse mit der vertikalen Umdrehungsachse zusammenfällt. Figur 298 zeigt ein vom Mechaniker Hildebrand in Freiberg konstruirte Anordnung, die in die Vertikalachse von unten her eingeschraubt werden kann. Derartige Einrichtungen sind sehr bequem für das Centriren des Theodolits auf einem Pfeiler, in dem der trigonometrische Punkt etwa durch ein in einen eingelassenen Messingbolzen eingerissenes Kreuz zweier sich senkrecht schneidenden Linien bezeichnet wird, eine Anordnung, wie sie beispielsweise in Sachsen für die Punkte I. und II. Ordnung der Landestriangulirung getroffen ist (Fig. 299 und 300).

Wird der Theodolit auf einem Stativ aufgestellt, so benutzt man, abgesehen von dem an einem Haken am untern Ende der Vertikalachse angehangenen Lothe, entweder besondere Stative, wie beispielsweise dasjenige mit Lothstock von Meissner (siehe Zeitschrift für Vermessungswesen 1888, S. 115) oder optische Ablothvorrichtungen, mit denen gleichzeitig eine mechanische Centrirung von Theodolit und Signal möglich ist.

Das vollkommenste derartige Instrument ist das Nagel-Hildebrandsche Lothungsinstrument; dasselbe besteht aus zwei Haupttheilen, dem eigentlichen Lothungsinstrumentchen und der

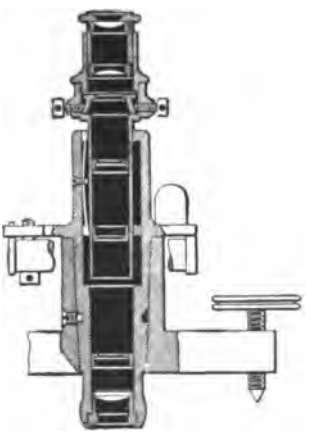


Fig. 301.

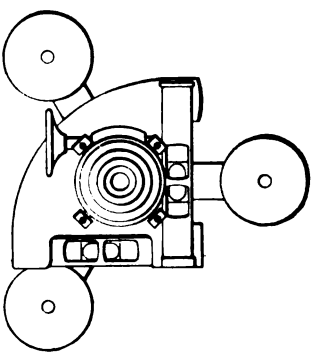


Fig. 302.

Centrirvorrichtung. Das erstere ist in Figur 301 im Durchschnitt, in Figur 302 im Grundriss dargestellt. Es besteht im wesentlichen aus einem vertikalen Fernröhrchen mit centrirbarem Fadenkreuz, welches in einer mit einem Dreifuss verbundenen Büchse um eine Achse gedreht werden kann, die sich durch zwei Kreuzlibellen mittels der drei Fussschrauben vertikal stellen lässt. Das Fern-

rohr ist so bemessen, dass man auf sehr kurze Zielweiten visiren kann, und die Fassung seines Objektives einen Kugeltheil bildet. Mit diesem Kugeltheil wird das Lothungsinstrument in die Centrirvorrichtung eingesetzt, welche die aus Figur 303 und 304 ersichtliche Form hat und auf dem Kopfe eines durchlochten Stativs verschoben und festgeschraubt werden kann.

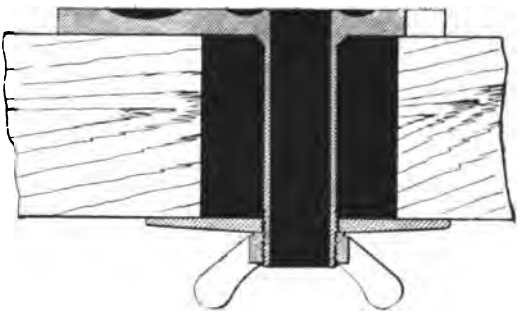


Fig. 303.

Der innere Durchmesser der vertikalen Röhre des Centrirapparates, welcher oben in eine dreilappige Platte ausläuft, auf welche das Fernröhrchen aufgesetzt werden kann, ist genau gleich dem der Kugel des Lothungsinstrumentes, welche von der Röhre aufgenommen wird. In die Röhre kann ausserdem bei Bedarf ein genau passender Deckel eingesetzt werden, dessen centrische Mitte durch den Schnitt zweier auf ihm eingerissenen, zu einander senkrechten Linien dargestellt wird Nach unten endigt der Deckel in einen Haken, an dem ein Loth angehangen werden kann (Fig. 305 und 306). Der zugehörige Theodolit und die Signale tragen am untern Ende ihrer vertikalen Drehachsen centrisch mit diesen ebenfalls Kugeln (Fig. 307) von dem Durchmesser der inneren Röhre, welche eingeschraubt und unter Umständen durch eine einschraubbare Centrirspitze, die bei Benutzung des Deckels zur Verwendung kommt, ersetzt werden können.

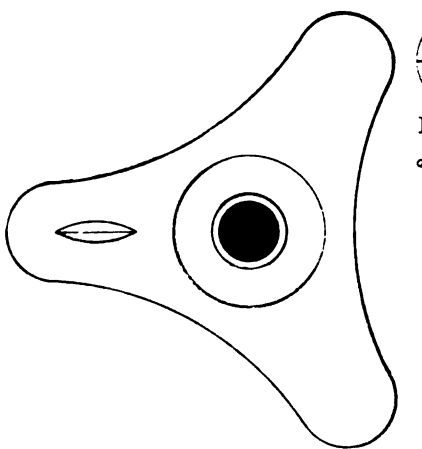


Fig. 304.

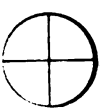


Fig. 305.

Fig. 306.

Will man den Theodoliten oder das Signal nun

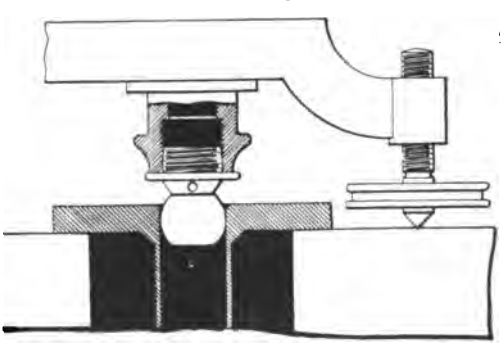


Fig. 307.

centrisch über einem Punkte auf der Erdoberfläche aufstellen, so verfährt man folgendermaassen: Man stellt nach dem Augenmaasse oder unter Zuhilfenahme eines Lothes das Stativ mit möglichst wagrechtem Kopf so über dem gegebenen Punkte auf, dass die Mitte der Bohrung im Stativ ungefähr über dem Punkte zu liegen kommt. Hierauf wird die dreilappige Centrirvorrichtung durch die Bohrung des Stativs gesteckt und ihre Flügelmutter nur soweit angezogen, dass sich das Ganze noch auf dem Stativkopfe hin und her schieben lässt. Nun wird das Lothungsinstrumentchen mit seinem Kugelobjektiv in die Röhre eingesetzt, mit den drei Fussschrauben nach Maassgabe der Kreuzlibellen vertikal gestellt und durch Verschieben des Ganzen der Fadenkreuzmittelpunkt auf den gegebenen Punkt auf der Erdoberfläche eingestellt. Ist dies geschehen, so wird die Flügelmutter angezogen, wobei darauf zu achten ist, dass die Libellen noch einspielen. Nimmt man jetzt das Lothungsinstrumentchen weg, so kann man den Theodolit oder das Signal mit ihren Kugeln an der Vertikalachse in das auf dem Stativ festgeschraubte Röhrchen einsetzen und horizontiren. Beim Vertauschen von Theodolit und Signal kommen dann ihre Vertikalachsen genau in die gleichen Lagen, sodass die Centrirungsfehler ausserordentlich gering werden.

Ist der Punkt auf der Erdoberfläche durch einen Lochpfahl dargestellt, so giebt man am besten auf dessen Kopffläche zwei zueinander senkrechte Bleistiftlinien an, die sich im Mittelpunkt der Bohrung des Pfahles schneiden. In Sachsen sind die Punkte III und niederer Ordnung meist durch Lochsteine festgelegt, deren cylindrische Bohrung einen Durchmesser von 70 bis 80 mm besitzt. Auf der Kopffläche sind ferner in der Nähe der Ecken kleine Messingstifte mit je einer eingerissenen Linie mit Blei eingesetzt und verstemmt (Fig. 308). Beim Centriren über einem solchen Steine werden dann über je zwei diagonale Messingstifte Fäden oder Drähte gespannt, deren Schnittpunkt den trigonometrischen Punkt darstellt und welcher mit dem Fadenkreuzmittelpunkte des Lothungsinstrumentes eingestellt wird.

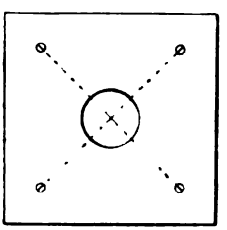


Fig. 308.

Die Berichtigung des Lothungsinstrumentes besteht darin, dass man zuerst das Fernrohr centrirt, also seine optische Achse, die durch den Fadenkreuzmittelpunkt und den optischen Mittelpunkt des Objektives dargestellt wird, zum Zusammenfallen mit der vertikalen Umdrehungsachse bringt. Zu diesem Zwecke richtet man das nahezu vertikalgestellte Instrument mit dem Fadenkreuzmittelpunkte auf einen scharf markirten Punkt unter dem Stative ein, und dreht es um 180° um seine vertikale Achse, wobei wieder derselbe Punkt wie vorher getroffen werden muss. Ist dies nicht der Fall, so wird das Fadenkreuz mittels seiner vier Stellschrauben verschoben. Zweitens muss bei einspielenden Libellen die Zielachse vertikal stehen. Man untersucht dies, indem man nun bei genau einspielenden Libellen einen scharf bezeichneten Punkt einstellt und

das Instrument um 180° um seine Vertikalachse dreht. Bringt man nun die Libellen wieder genau zum Einspielen, so muss der vorige Punkt gedeckt werden; wenn dies nicht der Fall ist, so ist die Hälfte der Abweichungen in den beiden zueinander senkrechten Richtungen der Libellen an den Libellenschräubchen zu beseitigen.

Bei Polygonzügen benutzt man am zweckmässigsten drei Stative mit je einer Centrirvorrichtung. Bei Stadtvermessungen hat sich das Nagel-Hildebrand'sche Lothungsinstrument vorzüglich bewährt, ausserdem dauert auch die Aufstellung des Theodolits mit demselben bei einiger Uebung nicht länger, als bei Benutzung des Lothes.

Bei den Grubenmessungen werden besonders bei Aufstellung des Theodolits unter festen Punkten grössere Centrirungsfehler als über Tage auftreten, da man fast nur auf die Centrirung mittels Lothes angewiesen ist. Man muss also sehr vorsichtig verfahren. Meist ist in der Mitte der Horizontalachse auf dem Fernrohre eine Körnervertiefung angebracht, die bei horizontaler Lage des Fernrohrs die Verlängerung der vertikalen Achse darstellt. Zweckmässiger ist die Benutzung des von Brathuhn angegebenen Centrirbänkchens, welches wie eine Libelle auf die horizontale Achse des Theodolits aufgesetzt wird und in ihrer Mitte eine nach oben gehende centrirbare Spitze trägt, die die Verlängerung der Vertikalachse angiebt.

Für die verlorenen Punkte wendet man gewöhnlich selbstthätig mechanisch centrirende Aufstellungsvorrichtungen an, deren es eine grössere Anzahl giebt und bei denen die Centrirungsfehler ebenfalls sehr klein auftreten.

Hierher gehört z. B die als Steckhülsen bezeichnete Einrichtung (Fig. 309 und 310). Bei dieser wird nämlich die Vertikal-

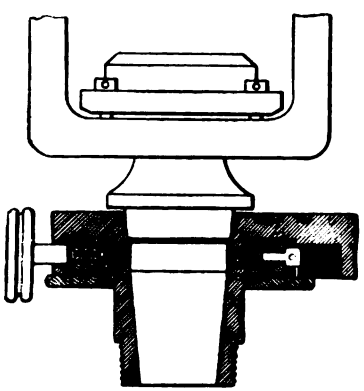


Fig. 309.

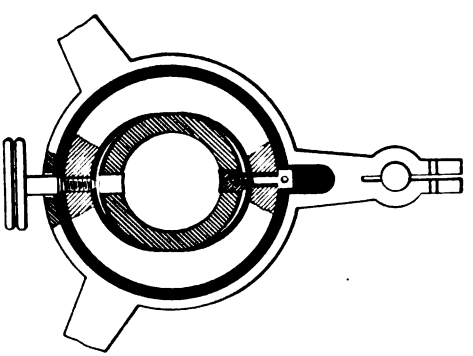


Fig. 310.

achse sowohl des Theodolits als auch der Signale durch konische Zapfen gebildet, die in entsprechende Bohrungen in den Dreifüssen eingesteckt und festgeklemmt werden können. Diese Steckhülsen

werden ebenso wie die Weisbachschen Untersatzteller auf ein Pfostenstück aufgesetzt, meist ist keine besondere Einrichtung zum Befestigen auf denselben vorhanden. Die Steckhülsen haben den Nachtheil, dass keine besonderen Anhaltepunkte für die Längenmessung vorhanden sind, diese also erst nach Bezeichnung der Instrumentmitten und Einschlagen von Nägeln oder Eindrehen von Schrauben ausgeführt werden kann.

Bequemer sind diejenigen Aufstellungsschrauben, auf die entweder das Instrument oder das Signal durch ein Gewinde befestigt wird, wie dies beispielsweise bei der Junge'schen Aufstellungsschraube Figur 140 und 141 Seite 76 möglich ist. Diese Schrauben werden entweder in Spreizen befestigt, oder auf Konsolen benutzt, wie die Einrichtung von C. M. Börner, die in den Figuren 311 bis 313 dargestellt ist; Fig. 311 giebt einen Schnitt, Fig. 312 eine Ansicht von oben und Fig. 313 eine Ansicht von unten.

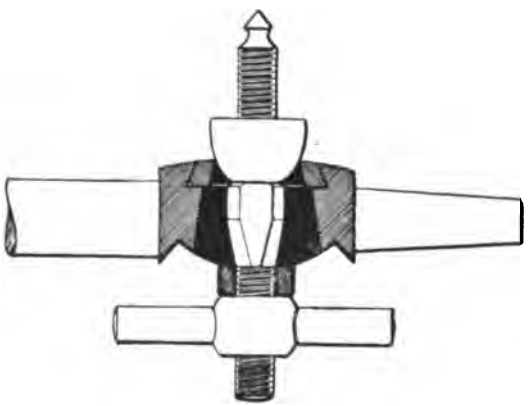


Fig. 311.

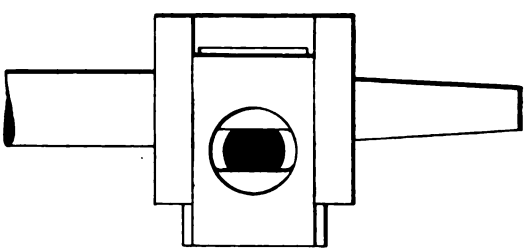


Fig. 312.

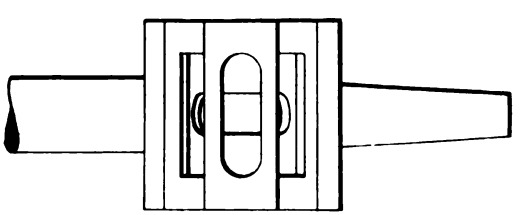


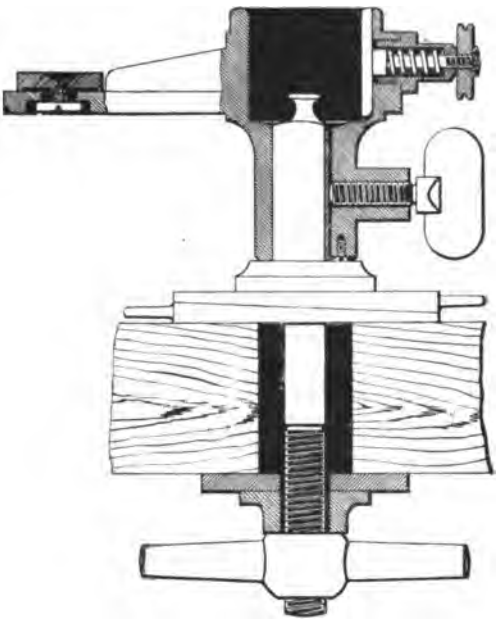
Fig. 313.

Aus diesen Figuren ist ersichtlich, dass einmal eine seitliche Verstellung (senkrecht zum Wandarm) und eine Vertikalstellung der Aufstellungsschraube möglich ist, was besonders für Aufstellungen unter festen Punkten vortheilhaft ist.

Die Schrauben besitzen einen Hals zum Anhängen des Bandes und erleichtern dadurch die Längenmessungen. Durch das Aufschrauben von Theodolit oder Signal findet selbstthätig eine mechanische Centrirung statt. Etwas umständlich ist das Aufschrauben der Instrumente, da doch die zur Befestigung genügende Anzahl von Schraubengängen vorhanden sein muss, also ein oftes Drehen der Instrumente bei der Befestigung nothwendig wird.

Die Vertikalstellung solcher Schrauben erfolgt meist mit einer besonderen, mit demselben Gewinde versehenen Dosenlibelle.

Die vorzüglichste Einrichtung, die aber auch entsprechend komplicirter und theurer ist, ist die von Hildebrand konstruirte sogen. Freiberger Aufstellung, die ebenfalls entweder auf Spreizen oder auf Wandarmen benutzt werden kann (Fig. 314 bis 317).



Flg 314.

Die Freiberger Aufstellung besteht aus einer Schraube, die am oberen Ende ein dreiseitiges Prisma von regelmässigem Querschnitt trägt. Das obere Ende des Prismas wird durch einen cylindrischen Hals zum Anhängen des Bandringes gebildet. Wird die Freiberger Aufstellung auf Spreizen benutzt (Fig. 314 u. 315), so erfolgt die Senkrechtstellung des oberen Prismas dadurch, dass man zwischen Schraube und Spreize zwei keilförmige Scheiben legt, die mit Griffen versehen sind und sich gegenseitig verstellen lassen; nachdem vorher auf das Prisma eine besondere Dosenlibelle aufgesteckt worden ist.

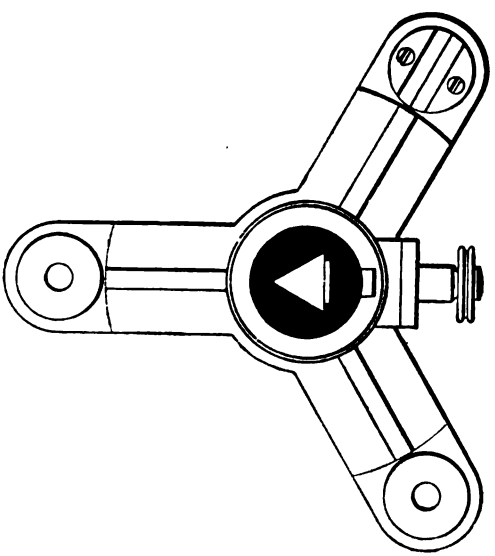


Fig. 315.

Bei Armaufstellung ist der unter dem Prisma befindliche Theil der Schraube (Fig. 316) nach Art eines Kugelgelenkes senkrecht zu stellen.

Auf das Prisma wird alsdann ein dreiflügeliger Untersatz geschoben und durch eine Klemmschraube befestigt, welcher oben in einem Cylinder endigt. In diesen Cylinder setzt sich ein kugelförmiger Theil an der Vertikalachse des Theodolits oder Signals, der ebenfalls durch eine Pressschraube ge-

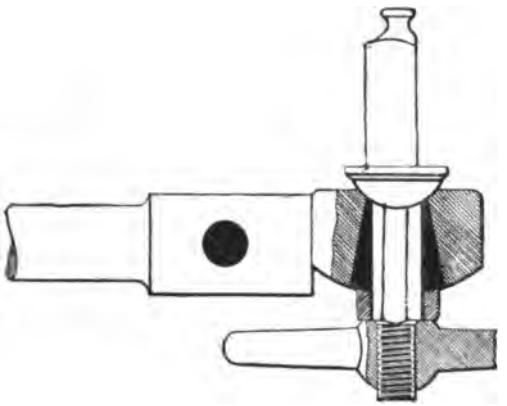


Fig. 316.

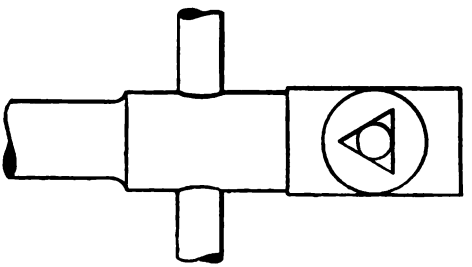


Fig. 317.

halten werden kann. Das Prinzip dieser mechanischen Centrirung, die bis auf einige Hundertel Millimeter genau ist, ist dasselbe wie bei dem auf Seite 182, Fig. 301 angegebenen Lothungsinstrument.

Meist wird der prismatische Ansatz als unumgänglich nothwendig für die Freiberger Aufstellung angesehen; nach Ansicht des Verfassers wäre ein kegelförmiger Theil sowohl vom Standpunkte der mechanischen Herstellung als auch vom Standpunkte der Genauigkeit aus bei weitem vorzuziehen; denn bekanntlich lassen sich Umdrehungskörper viel bequemer herstellen als andere regelmässige Körper.

Die Freiberger Aufstellung hat anderen gegenüber den grossen Vortheil, dass auch bei nicht sehr genauer Vertikalstellung der Schraube die Vertikalachse von Theodolit oder Signal ausserordentlich nahe durch die Schraubenhalsmitte hindurch geht, auf welche sich die Längenmessungen beziehen.

Der Höhenkreis des Theodolits.

Der an der Horizontalachse des Theodolits befindliche Höhenkreis dient zur Messung der Höhenwinkel oder der Zenithdistanzen.

Was die Bezifferung der Gradstriche anlangt, so kommen verschiedene Arten vor, entweder durchlaufend von 0 bis 360° beziffert und zwar rechtsinnig, also in der Richtung der Uhrzeigerbewegung, oder von 0 bis 180°, oder nach vier Quadranten je von 0 bis 90°. Es möge bereits hier bemerkt werden, dass die erstere Einrichtung die bessere ist.

Der Höhenkreis kann, wie das bei feineren Instrumenten der Fall ist, um die Horizontalachse drehbar angeordnet sein; hierbei ist es möglich, den Höhenwinkel in verschiedenen Stellungen des Kreises zu messen. Bei den kleineren Theodoliten ist der Höhenkreis meist in fester Verbindung mit der horizontalen Achse, an der auch das Fernrohr sitzt. Je nachdem der Theodolit Höhenwinkel oder Zenithdistanzen giebt, ist die Anordnung des Höhenkreises in Bezug auf

die Lage des oder der Nullpunkte der Theilung verschieden. Liest man bei horizontalliegendem Fernrohre an den Ablesungsvorrichtungen Null ab, so misst man Höhenwinkel, die man als positiv bezeichnet, wenn das Objektiv des Fernrohrs über der Horizontalebene durch die Horizontalachse, als negativ, wenn das Objektiv des Fernrohrs unter dieser Ebene liegt. In diesem Falle hat man auch häufig die Theilung in vier Quadranten, neben der durchlaufend bezifferten.

Liest man bei vertikalem Stande des Fernrohrs an den Ablesungsvorrichtungen Null ab, so erhält man Zenithdistanzen; die Bezifferung der Theilung geht dann entweder zweimal von 0 bis 180° oder ist durchlaufend bis 360°.

Wäre das Instrument völlig fehlerfrei gearbeitet und aufgegestellt, so bestände die Höhenwinkelmessung einfach darin, dass man mit dem horizontalen Faden des Fernrohrs den betreffenden Gegenstand anzielt, und an den Ablesungsvorrichtungen abliest, wodurch man den Höhenwinkel, bezw. die Zenithdistanz nach dem Zielpunkte erhalten würde.

Da nun aber auch beim Höhenkreise, ebenso wie beim Horizontalkreise Fehler vorhanden sind, so wird sich eine scharfe Höhenwinkelmessung nicht in dieser einfachen Form abspielen.

Die in Betracht kommenden Fehler mögen nun jeder für sich einer Untersuchung unterworfen werden, wobei die Excentricität der Höhenkreisalhidade genau so wie beim Horizontalkreis auftritt; es gilt also das dort Gesagte auch hier

Weiter würde die Excentricität des Fernrohrs in Bezug auf den Höhenkreis zu untersuchen sein, welche auftritt, wenn sich die Horizontalachse und die Zielachse des Fernrohrs nicht schneiden, sondern kreuzen, wenn also der Mittelpunkt des Höhenkreises höher oder tiefer liegt als die Horizontalachse.

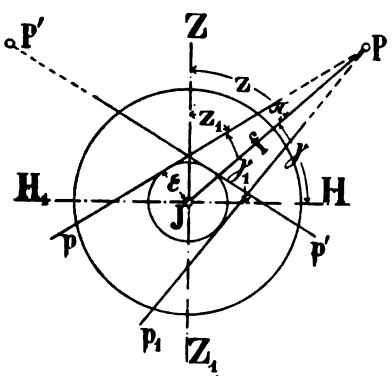


Fig. 318.

In nebenstehender Figur 318 stelle ZZ_1 die Vertikale, HH_1 die Horizontale durch die horizontale Drehungsachse dar; das Fernrohr habe gegenüber dem Höhenkreise eine Excentricität ε, und es werde mit diesem ein Punkt P angezielt, dessen Höhenwinkel PJH gegen die Horizontalachse J gleich γ, bezw. dessen Zenithdistanz ZJH gleich z sei.

Wegen der Excentricität ε liest man nicht γ bezw. z hierbei ab, sondern γ_1 bezw. z_1. Ist die Entfernung PJ = f, und bezeichnet man den parallaktischen Winkel, unter dem die Excentricität ε von P aus erscheint, mit ϱ'', so ist wegen der Kleinheit des letzteren:

$$\varrho'' = \varrho'' \frac{\varepsilon}{f}$$

und: $\gamma = \gamma_1 - \pi''$
oder: $z = z_1 + \pi''$ . . . . . 177)

und daher der Fehler wegen der Excentricität:

$$\gamma - \gamma_1 = \Delta\gamma = -\pi'' = -\varrho'' \frac{\varepsilon}{f}$$
oder: $$z - z_1 = \Delta z = +\pi'' = +\varrho'' \frac{\varepsilon}{f} \quad \ldots \quad 178)$$

Dieser Fehler wird um so grösser, je kleiner f gegenüber ε ist; er wird zu Null für $f = \infty$, also bei astronomischen Beobachtungen.

Ist nun der Höhenkreis ein ganzer Kreis und ist das Fernrohr zum Durchschlagen eingerichtet, so ist man im Stande, diesen Fehler aus der Höhenwinkelmessung auszuscheiden.

Stellt man nämlich zunächst das Höhenobjekt P mit dem Fernrohre ein, so möge die Ablesung am Höhenkreise (bezw. bei zwei Ablesungsvorrichtungen das Mittel aus beiden) gleich α sein. Dreht man nun das Instrument um seine vertikale Umdrehungsachse um 180°, so würde das Fernrohr in die Richtung nach P' kommen. Führt man nun das Fernrohr mittels Durchschlagens wieder auf den Punkt P zurück, so wird jetzt die Ablesung am Höhenkreise gleich β sein, und man erhält:

$$2z = \beta - \alpha$$
oder: $$z = \frac{\beta - \alpha}{2} \quad \ldots \quad 179)$$
und: $$\gamma = 90^0 - z \quad \ldots \quad 180)$$

also befreit vom Fehler wegen der Excentricität des Fernrohrs in Bezug auf die Horizontalachse.

Diese Art der Höhenwinkelmessung bezeichnet man als die der doppelten Zenithdistanzen.

Anders verhält es sich mit der Excentricität e des Fernrohrs in Bezug auf die Vertikalachse des Theodolits.

Während bei der Horizontalwinkelmessung eine Excentricität des Fernrohrs e in Bezug auf die vertikale Umdrehungsachse durch das Durchschlagen beseitigt wird, ist dies bei der Höhenwinkelmessung nicht der Fall; es ist vielmehr für den Einfluss eines excentrischen Fernrohrs mit der Excentricität e auf die Messung einer Zenithdistanz z oder eines Höhenwinkels γ von der Instrumentmitte J nach einem Zielpunkte P in der flachen Entfernung JP = f das Folgende massgebend.

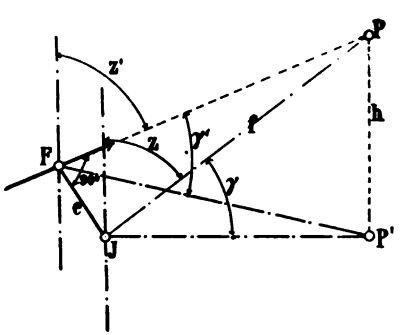


Fig. 319.

Nach der Figur 319 misst man nicht die Zenithdistanz z (Höhen-

winkel γ) im Punkte J, sondern z' (γ') im Punkte F, was auch in der zweiten Fernrohrlage der Fall ist, und es ergiebt sich:

$$f \cos z = \cos z' \sqrt{f^2 - e^2} \quad \text{oder} \quad f \sin \gamma = \sin \gamma' \sqrt{f^2 - e^2}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos z &= \cos z' \sqrt{\frac{f^2 - e^2}{f^2}} \\ \text{oder:} \quad \sin \gamma &= \sin \gamma' \sqrt{\frac{f^2 - e^2}{f^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 181)$$

oder für logarithmische Rechnung bequemer:

$$\cos z = \frac{\cos z'}{f} \sqrt{(f+e)(f-e)} \text{ oder: } \sin \gamma = \frac{\sin \gamma'}{f} \sqrt{(f+e)(f-e)}. \quad 181a)$$

Aus diesen Gleichungen ist ersichtlich, dass der Unterschied zwischen z und z' oder γ und γ' um so grösser ausfällt, erstens je kleiner die Zenithdistanz z (je grösser der Höhenwinkel γ) selbst ist, und zweitens je grösser e im Verhältniss zu f auftritt. Für $f = \infty$ ist $z = z'$ ($\gamma = \gamma'$), bei astronomischen Beobachtungen ist also keine Verbesserung der gemessenen Höhenwinkel wegen Excentricität des Fernrohrs nothwendig; ferner wird bei endlichem f für $z' = 90^0$ ($\gamma' = 0^0$) ebenfalls $z = z'$ ($\gamma = \gamma'$). Weiter ist ersichtlich, dass die Differenz $z - z'$, die mit Δz bezeichnet werden möge

für $z < 90$ positiv (für Höhenwinkel γ positiv),
„ $z' > 90$ negativ (für Tiefenwinkel γ negativ) auftritt.

Wie gross die Differenz $z - z' = \Delta z$ wird, ergiebt sich aus den beiden folgenden Beispielen, die für $z' = 10^0$, $e = 0{,}085$ m, einmal $f = 30{,}000$ und das andre mal für $f = 10{,}000$ m berechnet sind:

für $f = 30{,}000$ m.		$f = 10{,}000$ m.	
$\log(f+e) =$	1,478 3500	$\log(f+e) =$	1,003 6759
$\log(f-e) =$	1,475 8890	$\log(f-e) =$	0,996 2927
$\log\sqrt{(f+e)(f-e)} =$	1,477 1195	$\log\sqrt{(f+e)(f-e)} =$	0,999 9843
$\log\cos z' =$	9,993 3515	$\log\cos z' =$	9,993 3515
$^{+}\log f =$	8,522 8787	$^{+}\log f =$	9,000 0000
$\log\cos z =$	9,993 3497	$\log\cos z =$	9,993 3358
$z =$	$10^0\ 0'\ 4''{,}7$	$z =$	$10^0\ 0'\ 42''{,}2$
daher: $z - z' = +$	$4''{,}7$	$z - z' = +$	$42''{,}2$

Da nun $z - z' = \Delta z = -\Delta\gamma$ klein ausfällt, so ist es zur Abkürzung der Rechnung zweckmässig, an Stelle der strengen Formeln 181 und 181a eine Näherungsformel abzuleiten, die die Verbesserung Δz ohne Weiteres in Sekunden giebt.

Setzt man in Gleichung 181 den Werth $z = z' + \Delta z$ ein, so ergiebt sich:

$$\cos(z' + \Delta z) = \cos z' \sqrt{1 - \left(\frac{e}{f}\right)^2} \text{ oder } \sin(\gamma' + \Delta\gamma) = \sin\gamma' \sqrt{1 - \left(\frac{e}{f}\right)^2},$$

und hieraus wegen der Kleinheit von Δz und $\frac{e}{f}$, nach einiger Umformung:

$$\Delta z'' = \frac{\varrho''}{2}\left(\frac{e}{f}\right)^2 \cot z' \text{ oder } \Delta\gamma'' = -\frac{\varrho''}{2}\left(\frac{e}{f}\right)^2 \tan\gamma', \quad 182)$$

worin $\varrho'' = 206264{,}8$ ist.

Für die vorigen beiden Beispiele stellt sich die Rechnung wie folgt:

für f = 30,000 m:		für f = 10,000 m:	
$\log\frac{\varrho''}{2} =$	5,0134	$\log\frac{\varrho''}{2} =$	5,0134
$\log\left(\frac{e}{f}\right)^2 =$	4,9046	$\log\left(\frac{e}{f}\right)^2 =$	5,8588
$\log\cot z' =$	0,7537	$\log\cot z' =$	0,7537
$\log \Delta z'' =$	0,6717	$\log \Delta z'' =$	1,6259
$\Delta z'' =$	+ 4″,7	$\Delta z'' =$	+ 42″,2

also wie vorher.

Ist anstatt der flachen Entfernung f der beiden Punkte P und J deren Seigerteufenunterschied PP′ = h bekannt, so ergiebt sich für diesen Fall als strenge Reduktionsformel:

$$\cos z = \cos z' \sqrt{\frac{h^2}{h^2 + e^2\cos^2 z'}} \text{ oder } \sin\gamma = \sin\gamma' \sqrt{\frac{h^2}{h^2 + e^2\sin^2\gamma'}} \quad 183)$$

und ähnlich wie vorher als Näherungsformel:

$$\Delta z'' = \frac{\varrho''}{2}\left(\frac{e}{h}\right)^2 \cos^2 z' \,.\, \cot z' \text{ oder } \Delta\gamma'' = -\frac{\varrho''}{2}\left(\frac{e}{h}\right)^2 \sin^2\gamma' \,.\, \tan\gamma' \quad 183a)$$

Ebenso wie auf die Horizontalwinkelmessung haben nun auch der Zielachsenfehler c und der Horizontalachsenfehler i einen Einfluss auf die Höhenwinkelmessung, nur ist er viel geringer als bei der Horizontalwinkelmessung. Bezeichnet man nämlich den Einfluss beider Fehler zusammen mit (σ), so ist:

$$\left.\begin{aligned} (\sigma) &= \frac{1}{\varrho''}\left(ic\sec\gamma + \frac{i^2 + c^2}{2}\tan\gamma\right) \\ \text{oder:}\quad (\sigma) &= \frac{1}{\varrho''}\left(ic\csc z + \frac{i^2 + c^2}{2}\cot z\right) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 184)$$

Setzt man $c = i = \zeta$, so gehen diese Gleichungen über in:

$$(\sigma) = \frac{\zeta^2}{\varrho''}(\sec\gamma + \tan\gamma) = \frac{\zeta^2}{\varrho''}(\csc z + \cot z) \quad . \quad . \quad 184a)$$

Um einen Ueberblick über die Grösse von (σ) zu erhalten, ist folgende Zusammenstellung für $i = c = \zeta = 1'$ und $2'$ berechnet, welche als sehr grosse Instrumentfehler zu erachten sind:

ζ	$\gamma =$									
	85°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
	$z =$									
	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
1'	0,,40	0,,20	0,,10	0,,07	0,,05	0,,04	0,,03	0,,02	0,,02	0,,02
2'	1,,60	0,,80	0,,40	0,,26	0,,19	0,,15	0,,12	0,,10	0,,08	0,,07

Aus vorstehender Tabelle ist ersichtlich, dass bei guter Berichtigung des Theodolits, also bei kleinen Werthen von c und i, deren Einfluss auf die Höhenwinkelmessung verschwindend ist, da obige Werthe ausserdem noch Maximalwerthe darstellen; denn in Gleichung 184 wird das erste Glied negativ, wenn i und c verschiedene Vorzeichen haben.

Gefährlicher ist die Einwirkung des Vertikalachsenfehlers. Es stehe die Vertikalachse VV_1 (Fig. 320) nicht genau vertikal, sondern bilde mit der wirklichen Lothrechten ZZ_1 den Winkel v_p in der Ebene durch den Zielpunkt P und die Mitte der Horizontalachse J, HH_1 sei die horizontale Richtung.

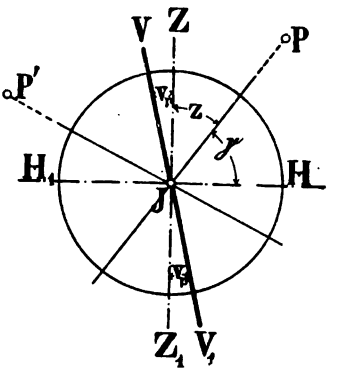


Fig. 320.

Steht nun das Fernrohr auf den Zielpunkt P ein, so macht man am Höhenkreise die Ablesung α, die bei mehreren Ablesevorrichtungen das Mittel aus sämmtlichen Ablesungen darsellt. Dann dreht man den Theodoliten um die Vertikalachse, die in ihrer Lage im Raume verbleibt, um 180; da diese nicht genau vertikal ist, so erhält man jetzt als ideelles Object P' und JP' als Lage des Fernrohrs. Nun führt man durch Drehung um die horizontale Achse das Fernrohr wieder nach dem Punkt P, liest wieder ab und erhält β; ist nun z die Zenithdistanz ZJP oder γ der Höhenwinkel PJH, so folgt:

$$\beta - \alpha = \sphericalangle P'JP = 2 \sphericalangle VJP = 2(z + v_p'), \text{ daher:}$$

$$z = \frac{\beta - \alpha}{2} - v_p. \quad \ldots \ldots \quad 185)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass der Vertikalachsenfehler v_p in der Richtung nach dem Zielpunkte P in seiner ganzen Grösse in die Höhenwinkelmessung eingeht.

Man muss nun darnach streben, ihn entweder mit Hilfe der Libelle zu bestimmen und in Rechnung zu ziehen, oder ihn auf eine andre Weise aus der Höhenwinkelmessung auszuscheiden. Es ist

dies nicht ausreichend angängig bei den Instrumenten, die nur eine Setzlibelle auf der Horizontalachse oder eine Libelle an den Trägern des Fernrohrs besitzen, wohl aber bei den Theodoliten, die entweder:

1. eine Libelle auf dem Fernrohre parallel der Zielachse, oder
2. eine sogenannte Alhidadenlibelle haben.

1. Ist eine Libelle auf dem Fernrohre vorhanden, so kann sie entweder a, mit diesem in fester Verbindung stehen oder b, zum Aufsetzen auf besondere Ringe des Fernrohrs eingerichtet sein.

a. Die Libelle ist auf dem Fernrohr fest.

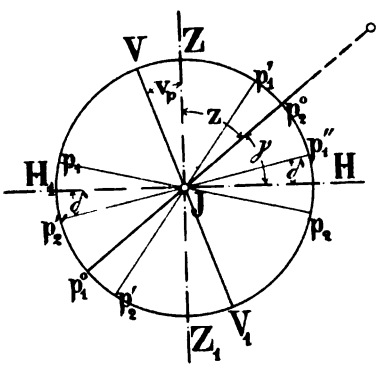


Fig. 321.

Es sei wieder (Fig. 321) HH, die Horizontale, ZZ_1 die Vertikale durch die horizontale Achse J, P der Zielpunkt, dessen Zenithdistanz z oder dessen Höhenwinkel γ sei; VV_1 die Lage der Vertikalachse des Theodolits, die in der Richtung nach dem Zielpunkt P von der wahren Lage um den Winkel v_p abweicht. Ausserdem sei die Zielachse nicht parallel mit der Libellenachse, sondern beide bilden miteinander den Winkel δ.

Dann gilt folgendes: Man stellt P ein, wobei das Fernrohr in die Richtung p^0_1, p^0_2 kommt, liest am Höhenkreise den Werth α ab, bringt die Libelle zum Einspielen, wodurch das Fernrohr in die Lage $p_1 p_2$ kommt und macht am Höhenkreis die Ablesung α_0. Dann ist:

$$\gamma = \alpha - \alpha_0 - \delta \text{ oder } z = 90^0 - (\alpha - \alpha_0 - \delta) \quad . \quad . \quad 186)$$

Dreht man jetzt das Fernrohr um die Vertikalachse um 180°, so wird wegen v_p im allgemeinen die Libelle nicht mehr einspielen und das Fernrohr in die Lage $p'_1 p'_2$ kommen. Nun bringt man die Libelle zum Einspielen, wodurch die Zielachse in die Richtung $p''_1 p''_2$ übergeht und liest am Höhenkreise den Werth β_0 ab. Dann schlägt man das Fernrohr durch, stellt den Zielpunkt P wieder ein und macht die Kreisablesung β. Da hierbei die Zielachse den Winkel $p''_2 J p^0_2$ durchlaufen hat, so ist jetzt:

$$\beta - \beta_0 = \sphericalangle p''_2 J p^0_2 = 90^0 + z + \delta,$$

und da:

$$z = 90^0 - \gamma,$$

$$\gamma = 180^0 - (\beta - \beta_0) + \delta \text{ oder } z = (\beta - \beta_0) - \delta - 90^0 \quad 187)$$

ist, so folgt aus der Verbindung der Gleichungen 186 und 187:

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= 90^0 - \left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right) + \left(\frac{\beta_0 - \alpha_0}{2}\right) \\ z &= \frac{\beta - \alpha}{2} - \frac{\beta_0 - \alpha_0}{2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 188)$$

d. h. man hat die halbe Differenz der Ablesungen aus beiden Einstellungen nach dem Zielpunkt P zu vermindern um die halbe Differenz aus den Einstellungen bei einspielender Libelle, um die Zenithdistanz z zu erhalten; hierbei wird sowohl die Wirkung von v_p als auch von δ aus der Höhenwinkelmessung ausgeschieden.

Ist der Parallelismus zwischen Zielachse und Libellenachse vorhanden, so ist $\delta = 0$; man brauchte also in einem solchen Falle das Fernrohr gar nicht durchzuschlagen, zur genauen Ausscheidung der Instrumentfehler ist es aber besser, das Durchschlagen auszuführen.

Es ist noch zu beachten, dass die ersten Ablesungen immer an derselben Ablesungsvorrichtung erfolgen müssen.

b. Die Libelle ist zum Aufsetzen auf zwei Ringe des Fernrohrs eingerichtet.

Man stellt den Zielpunkt P ein und macht am Höhenkreis die Ablesung α unter Voraussetzung einer für die Horizontalstellung Null gebenden Ablesung, setzt die Libelle auf die Ringe auf, bringt sie zum Einspielen und liest jetzt α_0 ab. Nun nimmt man die Libelle ab, schlägt das Fernrohr durch, setzt die Libelle, bezogen auf den Raum, wieder auf wie vorher, dreht um 180^0 um die Vertikalachse, bringt sie zum Einspielen und liest β_0 ab. Sodann wird der Punkt P wieder eingestellt und die Ablesung β am Höhenkreis gemacht. Dann ist für die beiden Fernrohrlagen:

$$\gamma = \beta - \beta_0 + \delta$$
$$\gamma = \alpha - \alpha_0 - \delta,$$

und daher:

$$\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2},$$

oder:

$$z = 90^0 - \left(\frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2}\right). \quad \ldots \quad 189)$$

In diesem Falle wird z oder γ nur dann richtig erhalten, wenn die Durchmesser der Ringe für die Fernrohrlibelle genau gleich sind; ist dies nicht der Fall, so verbleibt ein Fehler in der Höhenwinkelmessung, den man nur dadurch beseitigen kann, dass man die Libelle mit dem Fernrohr als fest verbunden betrachtet.

Ist das Fernrohr anstatt zum Durchschlagen zum Umlegen eingerichtet, so muss nach dem Umlegen die Libelle wieder wie vorher aufgesetzt werden.

2. Der Höhenkreis besitzt eine Alhidadenlibelle.

Die Alhidadenlibelle am Höhenkreise, die man leider wenig an Markscheidertheodoliten findet, ist eine vorzügliche Einrichtung, die auf verhältnissmässig einfache Weise richtige Höhenwinkel liefert.

Bei ihr (Fig. 322 und 323) stehen die beiden Ablesehilfsmittel mit einer Libelle in fester Verbindung, welche vor der Ablesung am

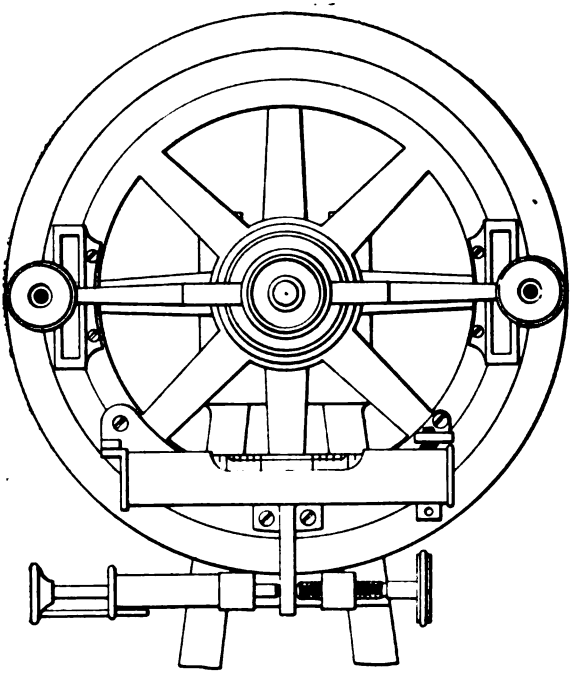


Fig. 322.

Höhenkreise jedesmal zum Einspielen gebracht wird, oder deren Ausschläge aufgezeichnet werden und zur weiteren Berechnung dienen können, wozu der Werth eines Theilstriches der Libelle erforderlich ist. Die Libelle soll so angeordnet sein, dass ihre Achse parallel ist mit der Verbindungslinie der Nullpunkte an den Ablesevorrichtungen. Es ist dies aber nicht unbedingt nöthig, wie aus dem folgenden hervorgeht. In Figur 324 bezeichne wieder $Z Z_1$ die Vertikale, $H H_1$ die Horizontale, $V V_1$ die vertikale Achse, die um den Winkel v_p von der richtigen Lage abweicht; $a a_1$ stelle die Verbindungslinie der beiden Nullpunkte der Alhidade dar, welche mit der Libellenachse einen Winkel δ bilden möge.

Man richtet nun das Fernrohr auf den Höhenpunkt P, bringt die Alhidaden-

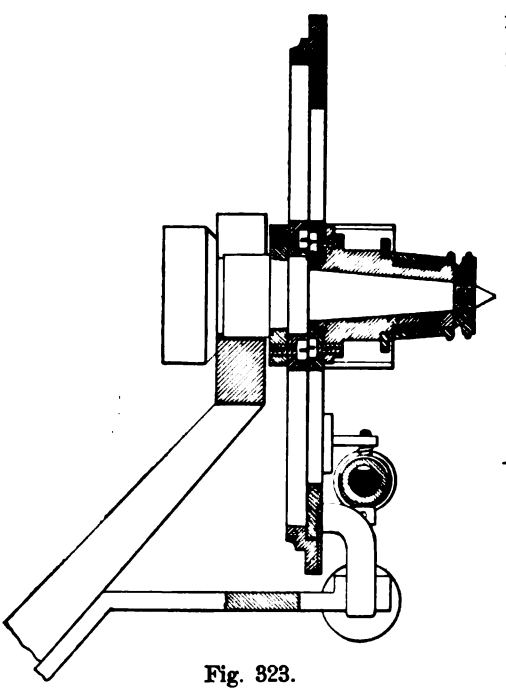


Fig. 323.

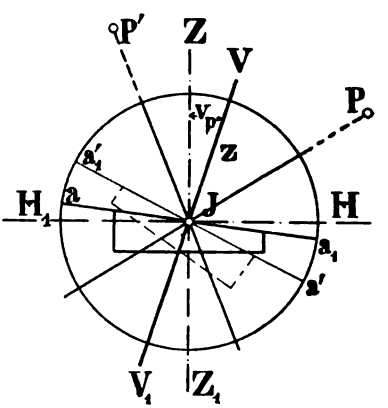


Fig. 324.

libelle zum Einspielen und macht hierauf an den Ablesungsmitteln die Ablesung α. Nun dreht man das Instrument um die vertikale Achse um 180°, dabei kommt $a a_1$ in die Lage $a' a'_1$ und das Fernrohr steht auf das ideele Ziel P' ein. Schlägt man jetzt das Fernrohr durch, ohne an der Libelle etwas zu ändern, stellt wieder P ein und macht jetzt die Ablesung β_1, so würde sein:

$$z = \frac{\beta_1 - \alpha}{2} + v_p \quad \ldots \ldots \ldots \quad 190)$$

Bringt man aber vor der Ablesung die Libelle wieder zum Einspielen, und macht dabei die Kreisablesung β, so ist:

$$\beta_1 + 2 v_p = \beta \quad \ldots \ldots \ldots \quad 191)$$

oder:

$$z = \frac{\beta - \alpha}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 192)$$

Beim Vorhandensein einer Alhidadenlibelle erhält man also den Höhenwinkel frei von den Instrumentfehlern, wenn das Fernrohr durchgeschlagen und die Libelle vor dem Ablesen zum Einspielen gebracht wird.

Ist die Libelle sehr empfindlich, so ist es vortheilhafter, die Libelle nicht genau zum Einspielen zu bringen, sondern ihren Stand links und rechts abzulesen und die Kreisablesungen darnach zu verbessern. Sind beispielsweise für eine von der Mitte aus getheilte Libelle die Ausschläge links und rechts bei der Ablesung α am Höhenkreise gleich l_1 und r_1, nach dem Durchschlagen für die Ablesung β gleich l_2 und r_2, so ist nach dem Früheren:

$$z = \frac{\beta - \alpha}{2} + \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2}\right) \quad \ldots \quad 193)$$

Es ist noch zu bemerken, dass, wenn die Differenz $\beta - \alpha$ negativ wird, zu β noch 360° hinzuzufügen sind.

Beispielsweise ergab die Höhenwinkelmessung mit einem Theodoliten, dessen Höhenkreis mittels Mikroskopen die Ablesung auf Sekunden gestattete, während für die Alhidadenlibelle das $\frac{\varkappa'}{2}$ den Werth 1″,15 besass:

$$\alpha = 269^\circ 29' 26'', \quad l_1 = 26{,}1, \quad r_1 = 0{,}4,$$
$$\beta = \ 89 \ 13 \ \ 4 \ , \quad l_2 = 18{,}5, \quad r_2 = 8{,}0,$$

also:

$$\frac{\beta - \alpha}{2} = 89^\circ 51' 49'',0, \quad \frac{l_1 + l_2}{2} = 22{,}3, \quad \frac{r_1 + r_2}{2} = 4{,}2$$

$$z = 89^\circ 52' \ 9'',8, \quad + 20'',8, \quad \frac{\varkappa''}{2}\left(\frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2}\right) = + 20'',8.$$

Wenn man mit Aufstellungsschrauben arbeitet, auf denen abwechselnd Theodolit und Signal aufgestellt werden, und die mit einem ausgedrehten Halse versehen sind, der zum Anhängen des Messbandes dient, so kommt noch eine weitere Fehlerquelle in Frage,

nämlich die ungleichen Höhen der Horizontalachse des Theodolits und des Signals über dem Messungshalse.

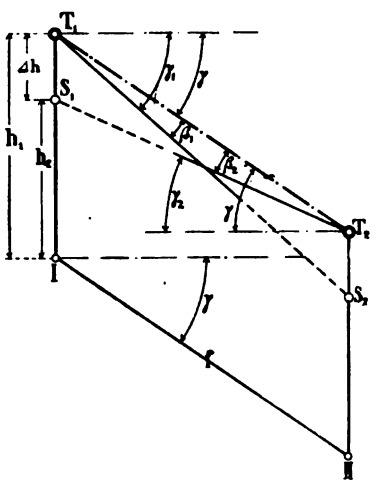


Fig. 325.

Sind z. B. in nebenstehender Figur 325 I und II die Hälse der Aufstellungsschrauben, und nimmt man an, die Horizontalachse T_1 des Theodolits, auf I aufgestellt, habe die Höhe h_1 über I, die Signalmitte S_2, auf II aufgestellt, dagegen die Höhe h_2 über II, so wird bei Einstellung des Fadenkreuzes auf S_2 nicht der richtige Höhenwinkel γ der flachen Länge f zwischen I und II erhalten, sondern ein andrer Höhenwinkel γ_1.

Wird dann der Theodolit in II aufgestellt, sodass die horizontale Achse des Theodolits in T_2, die des Signals im Punkte S_1 in I steht, so bekommt man jetzt an Stelle von γ den Winkel γ_2.

Unter Voraussetzung von gleichbleibenden Höhen h_1 und h_2, deren Unterschied $h_1 - h_2 = \Delta h$ gesetzt werde, erhält man alsdann nach der Figur:

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \gamma_1 - \beta_1 \\ \gamma &= \gamma_2 + \beta_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 194)$$

worin β_1 und β_2 sich ermitteln zu:

$$\sin \beta_1 = \frac{\Delta h}{f} \cos \gamma_1,$$

oder wenn Δh gegenüber dem f klein ist:

$$\left.\begin{aligned} \beta_1'' &= \varrho'' \frac{\Delta h}{f} \cos \gamma_1 \\ \text{und entsprechend:} \\ \beta_2'' &= \varrho'' \frac{\Delta h}{f} \cos \gamma_2. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 195)$$

Aus den beiden Gleichungen 194) folgt:

$$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} + \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} \quad \ldots\ldots \quad 196)$$

oder in Worten: Bei verschiedenen Höhen von Signal und Theodolit (kurz ausgedrückt) ist das arithmetische Mittel aus der Vorwärts- und Rückwärtsmessung des Höhenwinkels — natürlich unter Berücksichtigung dessen, dass, wenn γ_1 etwa ein steigender Winkel ist, γ_2 ein fallender sein muss — nicht gleich dem Neigungswinkel von I II, sondern es kommt zu diesem Mittel noch die Verbesserung in Sekunden:

$$\frac{\beta''_2 - \beta''_1}{2} = \frac{\varrho''}{2} \frac{\Delta h}{f} (\cos \gamma_2 - \cos \gamma_1) \quad . \quad . \quad . \quad 197)$$

hinzu.

Dieser Werth lässt sich noch etwas vereinfachen, und man bekommt für kleine Δh die Grösse:

$$\frac{\beta''_2 - \beta''_1}{2} = \frac{\varrho''}{2} \left(\frac{\Delta h}{f}\right)^2 \sin 2\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 198)$$

worin für γ der Werth von $\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$ eingeführt werden kann.

Das Verbesserungsglied (Gleichung 198) wird zu Null für $\gamma = 0$, oder $\gamma = 90^0$, also wenn I II söhlig oder seiger ist, in diesem Falle ist daher ohne weiteres:

$$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}.$$

Den grössten Werth erreicht $\frac{\beta''_2 - \beta''_1}{2}$ für $\gamma = 45^0$, und wird derselbe dann:

$$\left(\frac{\beta''_2 - \beta''_1}{2}\right)_{max} = \frac{\varrho''}{2} \left(\frac{\Delta h}{f}\right)^2 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 199)$$

In folgender Tabelle sind für einige Werthe von Δh und f diese grössten Werthe zusammengestellt:

Δh	f			
	3 m	5 m	10 m	20 m
0,01 m	0′ 1″,1	0′ 0″,4	0′ 0″,1	0′ 0″,0
0,05 „	0 28,6	0 10,3	0 2,6	0 0,7
0,10 „	1 54,6	0 41,3	0 10,3	0 2,6
0,15 „	4 17,8	1 32,8	0 23,2	0 5,8

Man kann also bei nicht zu kurzen flachen Längen f und bei geringem Höhenunterschied Δh zwischen Theodolit und Signal das Verbesserungsglied 198 vernachlässigen, also ohne weiteres das Mittel aus γ_1 und γ_2 als Neigungswinkel einführen, während sich in besonderen Fällen das Verbesserungsglied leicht berechnen lässt.

Ist hingegen der Höhenwinkel nicht vorwärts und rückwärts gemessen, sondern nur in Sprungständen, so würde sich unter Nichtberücksichtigung des Höhenunterschieds zwischen Signal und Theodolit ein grösserer Fehler ergeben.

Der Fehler würde dann sein, etwa für die Aufstellung des Theodolits in I:

$$\beta''_1 = \varrho'' \frac{\Delta h}{f} \cos \gamma_1,$$

also der grösste Werth, der für $\gamma = 0$ eintreten würde:

$$\beta''_{max} = \varrho'' \frac{\Delta h}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 200)$$

Für dieselben Werthe von Δh und f, wie vorher, sind in folgender Tabelle diese Grössen zusammengestellt:

Δh	f			
	3 m	5 m	10 m	20 m
0,01 m	1' 8",4	0' 41",3	0' 20",6	0' 10",3
0,05 „	5 42,1	3 26,3	1 43,1	0 51,6
0,10 „	11 24,2	6 52,5	3 26,3	1 43,1
0,15 „	17 6,3	10 18,8	5 9,4	2 34,7

Hieraus geht hervor, dass, wenn die Höhenwinkel nicht vorwärts und rückwärts gemessen werden, der Fehler wegen des Höhenunterschiedes zwischen Theodolit und Signal leicht grosse Beträge annehmen kann.

Da bei steilen Zielungen die Visur von unten nach oben gewöhnlich die Stellung des Beobachters, wenn er nicht das Okularprisma verwenden will, dessen Anwendung freilich einige Übung erfordert, eine sehr unbequeme ist, und dadurch eine grössere Unsicherheit in der Ausführung bedingt wird, während die Visur von oben nach unten in der Regel weniger Schwierigkeiten verursacht, so benutzt man häufig den künstlichen Horizont, um die nach aufwärts gerichtete Zielung in eine nach abwärts gerichtete zu verwandeln.

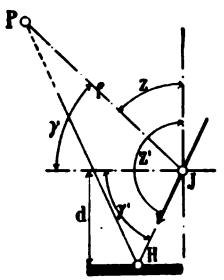


Fig. 326.

In diesem Falle ist ebenfalls eine Verbesserung an der gemessenen Zenithdistanz anzubringen Nach der Figur 326 ist f der Abstand der Instrumentmitte von dem höher gelegenen Signale, d der vertikale Abstand der Instrumentmitte, also Horizontalachse, von dem künstlichen Horizonte, z die Zenithdistanz nach dem oberen Signale, z' diejenige nach dem Spiegelbilde des oberen Signales im künstlichen Horizonte, die gemessen wird. Es ergiebt sich dann:

$$z = 180^0 - z' + \eta \quad \ldots\ldots\ldots \quad 201)$$

und für die Verbesserung $\eta = \sphericalangle JPH$:

$$\sin \eta = \frac{2d}{f} \sin z' \quad \ldots\ldots\ldots \quad 202)$$

oder da η klein ist:

$$\eta'' = 2\varrho'' \frac{d}{f} \sin z'. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 203)$$

Für $d = 0{,}15$ m, $f = 25$ m, $z' = 160^0$ berechnet sich beispielsweise:

$$\eta = + 14' 6'',6$$

also:

$$z = 20^0\, 14' 6'',6.$$

Es kann also diese Verbesserung, wenn sie nicht auf andere Weise als durch die Berechnung unschädlich gemacht wird, leicht einen sehr erheblichen Betrag erreichen.

Das Theodolitfernrohr als Distanzmesser.

Bei manchen Theodoliten ist dem Fernrohr noch eine Einrichtung beigegeben, die es ermöglicht, Entfernungen von der Theodolitmitte dadurch zu messen, dass man in dem betreffenden Zielpunkte eine Latte mit gleichmässiger Theilung aufstellt. Das Fadenkreuz des Theodolits besteht dann aus drei horizontalen Fäden, die äusseren meist in gleichem Abstand vom mittleren. Aus der Grösse des Lattenabschnitts, d. h. des Stückes der Latte, welches zwischen zwei Fäden erscheint, kann man dann auf einfache Weise die Entfernung der Latte vom Theodolitstandpunkte bestimmen. Ausserdem wird der Höhenwinkel nach einem bestimmten Punkte an der Latte gemessen und dann der Höhenunterschied zwischen Theodolit- und Lattenstandpunkt berechnet.

Da die distanzmessenden Fernrohre fast nur für Tageaufnahmen benutzt werden und die Genauigkeit der Entfernungsbestimmung keine grosse ist, so mögen sie nur ganz kurz behandelt werden.

Die im Zielpunkte aufgestellte Latte kann entweder senkrecht zur mittleren Visur, also im allgemeinen schief auf der Erdoberfläche stehen, oder sie kann auch lothrecht aufgestellt werden.

Ist L der an der Latte abgelesene Lattenabschnitt, γ der Neigungswinkel der mittleren Visur, z die an der Latte abgelesene Zielhöhe, d. h. die Entfernung der Projektion des Mittelfadens auf die Latte von deren Fusspunkt und J die Instrumenthöhe, so ergiebt sich für die Horizontalentfernung E zwischen Theodolit- und Lattenstandpunkt:

1. bei schiefstehender Latte:

$$E = (c + C.L)\cos\gamma \pm z\sin\gamma, \quad \ldots \quad 204)$$

wobei das Pluszeichen im zweiten Gliede für steigende, das Minuszeichen für fallende Visuren gilt.

In Gleichung 204 sind die Grössen c und C Konstanten, das c stellt die Entfernung des vorderen Brennpunktes des Objektives von der horizontalen Theodolitachse, das C einen runden Werth, etwa 100 oder 200 dar.

2 Bei vertikaler Latte ist:

$$E = CL\cos^2\gamma + c\cos\gamma \quad \ldots \quad 205)$$

Bei manchen Distanzmessern ist die Einrichtung getroffen, dass man eine besondere Linse in das Fernrohr einschaltet, wodurch die mit c multiplicirten Glieder verschwinden.

Ist die Horizontalentfernung E nach Maassgabe der Gleichungen 204 oder 205 entweder rechnerisch oder durch ein Diagramm ermittelt, so lässt sich noch die Höhe H_p des Lattenstandpunktes berechnen und zwar ergiebt sich:

1. für geneigte Latte:

$$H_p = H + J + E \tan \gamma - z \sec \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 206)$$

2. für vertikale Latte:

$$H_p = H + J - z + E \tan \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 207)$$

wobei noch H die Höhe des Standpunktes des Theodolits darstellt.

Dass die Genauigkeit der Distanzmessung nicht sehr gross sein kann, geht schon daraus hervor, dass bei einem Werthe von $C = 100$ ein Millimeter Fehler in der Bestimmung des Lattenabschnitts bereits einen Fehler 0,1 m in der Entfernung hervorruft

Für Messungen, bei denen Eigenthumsverhältnisse in Frage kommen, ist der Distanzmesser nicht zu gebrauchen; dagegen ist er bei generellen Aufnahmen sehr zweckmässig, weil es dann meist auf einige Dezimeter Fehler in der Entfernungsbestimmung nicht ankommt.

Der Theodolit als Ganzes und die in der Grube benutzten Signale.

Die in der Praxis gebräuchlichen Theodolite sind von den verschiedensten Konstruktionsarten, fast jeder Mechaniker hat besondere Formen. So kann z. B. das Fernrohr centrisch oder excentrisch, gerade oder gebrochen sein; es kann durchschlagbar oder umlegbar oder beides gleichzeitig sein; bei manchen Konstruktionen liegt es mit besonderen Ringen in einem wiegenartigen Theil mit horizontalen Zapfen, und kann in diesem um seine Längsachse umgelegt werden; es kann als Distanzmesser eingerichtet sein. Die Libelle kann als Reiterlibelle auf der Horizontalachse, oder auf dem Fernrohr durch Vermittlung von Ringen angeordnet sein, es kann eine Libelle am Träger oder an der Alhidade, oder es können zwei feste Libellen vorhanden sein, es kann der Höhenkreis eine Alhidadenlibelle besitzen, es können auch Setzlibelle und feste Libellen zusammen vorkommen; es ist auch die Möglichkeit der Abwesenheit jeder Libelle nicht ausgeschlossen. Die Kreise können fest oder drehbar angeordnet, die Gradunterabtheilungen höchst mannigfaltige und die Ablesungsvorrichtungen Nonien, Schätz- oder Schraubenmikroskope, sowohl am Horizontal- als auch am Vertikalkreise, als auch bei beiden verschieden sein. Es kann der Kreis frei liegen oder durch einen Schutzkreis mit Öffnungen für die Ablesungsstellen verdeckt sein; kurz es können soviele verschiedene Kombinationen zusammengestellt werden, dass deren Abbildungen viele Seiten füllen würden. Die Figuren 327—332 zeigen die hauptsächlichsten Formen.

Fig. 327 (Seite 203) stellt einen Repetitionstheodoliten mit Nonienablesungen, geradem centrischen Fernrohr dar; eine Libelle ist an der Alhidadendecke, eine an den Trägern des Fernrohrs und eine am Fernrohr angebracht.

Fig. 328 (Seite 204) zeigt einen Repetitionstheodolit mit Nonienablesungen, zwei Libellen an der Alhidade, einer Alhidadenlibelle am Höhenkreise und einer Setzlibelle für die Kippachse.

Fig. 329 (Seite 205) stellt einen Repetitionstheodolit wie Fig. 327, mit aufgesetztem Kompass dar.

Bei diesen Instrumenten ist das Fernrohr zum Durchschlagen eingerichtet und mit einem Höhenkreise versehen.

Fig. 330 (Seite 206) zeigt einen Theodoliten für Horizontal-

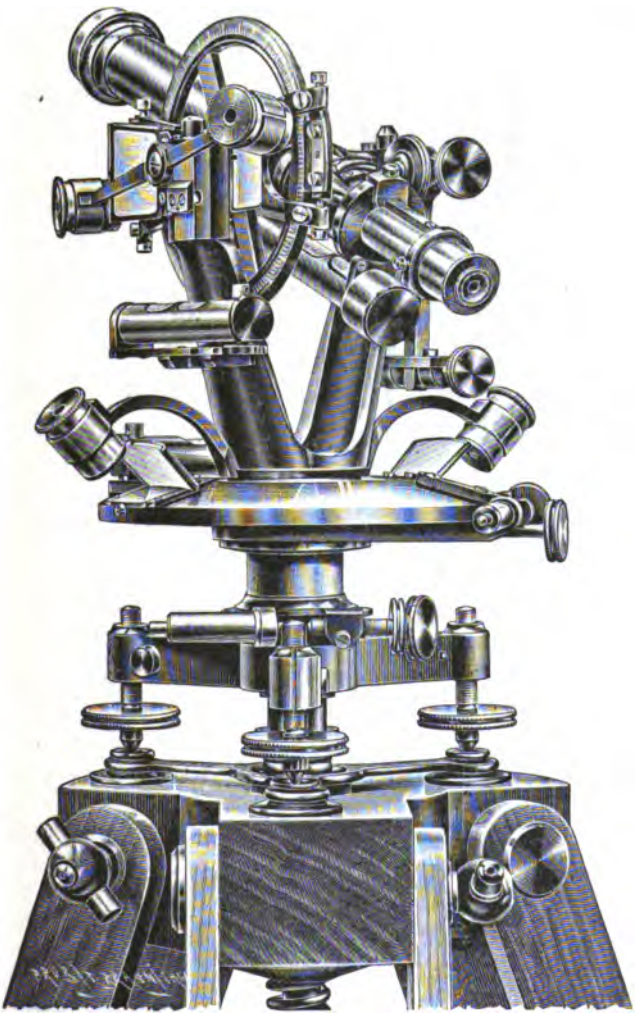


Fig. 327.

winkelmessungen ohne Höhenkreis mit umlegbarem Fernrohre, welches aber durch Herausnehmen auch durchgeschlagen werden kann, und Schraubenmikroskopen. Der Horizontalkreis sitzt auf Reibung, die Vertikalachse wird in der durch die Figuren 240 und 241 Seite 141 dargestellten Weise ausbalancirt.

Fig. 331 (Seite 207) stellt einen Theodoliten mit excentrischem Fernrohr, Schätzmikroskopablesungen am Horizontal- und Vertikalkreis und Alhidadenlibelle dar; an das Fernrohr ist das Okularprisma angeschraubt, am unteren Ende der Vertikalachse die Centrirungsvorrichtung Fig. 298 (Seite 181) sichtbar.

In Fig. 332 (Seite 208) endlich ist ein grosser Theodolit mit gebrochenem Fernrohr abgebildet, der zu den feinsten geodätischen und astronomischen Beobachtungen dient. Das Okular besitzt ein besonderes Mikrometer, die Ablesungen vom Horizontal- und Höhenkreis werden mit Schraubenmikroskopen ausgeführt. Dem Okular gegenüber ist an der hohlen Horizontalachse die Beleuchtungslampe angeordnet.

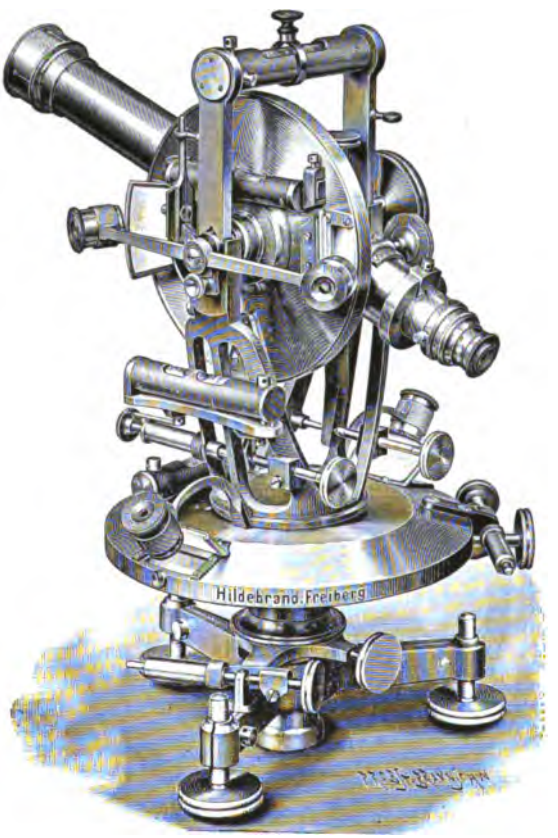


Fig. 326.

Am zweckmässigsten erachtet Verfasser besonders für Grubenzwecke einen Theodoliten, der sich bequem prüfen und berichtigen lässt, und der gleichzeitig so eingerichtet ist, dass die noch bleibenden kleinen Fehler in der Berichtigung durch die Winkelmessung ausgeschieden werden können. Es muss also der Theodolit ein durchschlagbares oder wenigstens umlegbares, gerades oder excentrisches Fernrohr besitzen; nicht unzweckmässig sind beide Fernrohre getrennt vorhanden, jedes an einer horizontalen Achse befestigt und im Instrumentkasten bequem angeordnet, sodass nach Bedarf das eine oder das andere in die Lager eingelegt werden kann. Ferner muss das Fernrohr einen grossen Auszug besitzen, sodass man auch auf ganz kurze Entfernungen Punkte einstellen kann. Der Theodolit soll weiter eine Alhidadenlibelle, oder wenigstens eine auf das Fernrohr aufsetzbare Libelle besitzen, weil bei diesen Einrichtungen die Horizontal- und Vertikalwinkelmessung gleichzeitig ausgeführt werden kann, und zwar unter Erreichung der grösstmöglichen Genauigkeit; während eine Libelle parallel zur Zielebene, ent-

weder fest am Träger oder an der Alhidade, besonders bei steilen Visuren, eine Trennung von Horizontal- und Vertikalwinkelmessung nothwendig macht. Als weitere, aber auch einzige Libelle, ist eine gute Reiterlibelle für die Horizontalachse erforderlich. Für viele Messungen, besonders wenn die Theodolitaufstellung in der Nähe der Streckenstösse stattfinden muss, ist ein guter Repetitionstheodolit zweckmässig, da man an diesem besser ablesen kann. Ausserdem gehört zur Vervollständigung des Ganzen noch ein Okularprisma und für manche Zwecke eine Beleuchtungsvorrichtung für das Gesichtsfeld, eine Milchglastafel, ein Loth, ein Staubpinsel, ein Hischleder, Schraubenstifte, Schraubenzieher, sowie ein Federhaken zum Befestigen des Theodolits auf dem Stativ, was alles im Instrumentkasten untergebracht werden kann.

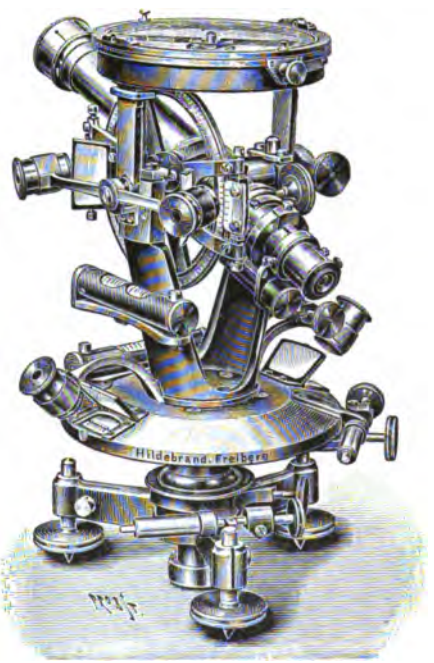


Fig. 329.

Die scharfe Kenntlichmachung der Zielpunkte ist für eine genaue Winkelmessung erforderlich. Ist der mit dem Theodoliten einzustellende Zielpunkt ein günstiger fester Punkt, entweder am Stosse oder in der Firste, so kann man ihn durch eine in der Zielrichtung dahinter gehaltene Blende, vielleicht mit Zwischenschaltung einer Milchglastafel besser hervorheben. An festen Punkten in der Firste befestigt man oft auch ein Loth und zielt dieses an, was nur bei geringem Wetterzuge möglich ist. Werden für die Zugpunkte Aufstellungsschrauben verwendet, so visirt man deren Mitten an.

Besser sind besondere Signale, die ebenfalls, wie der Theodolit, mechanisch auf den Aufstellungsschrauben centrirt werden. Diese Signale sind am zweckmässigsten so eingerichtet, dass ihre vertikale Umdrehungsachse mit Hilfe von Stellschrauben vertikal gestellt werden kann. Die vollkommenste Einrichtung dieser Art ist das in Figur 333 Seite 209 dargestellte Signal von Hildebrand, welches zu der Freiberger Aufstellung gehört. Der eine Dreifuss ist in Bezug auf seine Höhe fest, er trägt keine Stellschraube. Er hat den Zweck, das Signal bis auf Millimeter in dieselbe Höhe wie den Theodoliten zu bringen. Dazu wird am Theodoliten zwischen den einen Dreifussschenkel und seine Schraube eine Scheibe von bestimmter Dicke so eingeschalten, dass Dreifussende, Scheibe und Schraube sich berühren. Auf Seite 199 ist gezeigt worden, dass im Allgemeinen ein Höhenunterschied von 1 cm zwischen Signal und Theodolit keinen Einfluss

auf die Höhenwinkelmessung hat, die Scheibe ist infolgedessen überflüssig. Die Vertikalachse geht am oberen Ende in einen gabelförmigen Theil über, welcher in einer horizontalen Achse oder zwischen Spitzen die eigentliche Signalscheibe trägt, deren Mitte mit der Fadenkreuzmitte des Theodolits eingestellt wird.

Die Signalscheibe hat eine aus den Figuren 334 bis 338 ersichtliche Form, der schwarze Theil ist meist aus Metallblech gebildet, hinter dem eine Milchglasplatte aufliegt, die von der Rückseite durch eine Stearin- oder Benzinkerze oder durch eine Blende be-

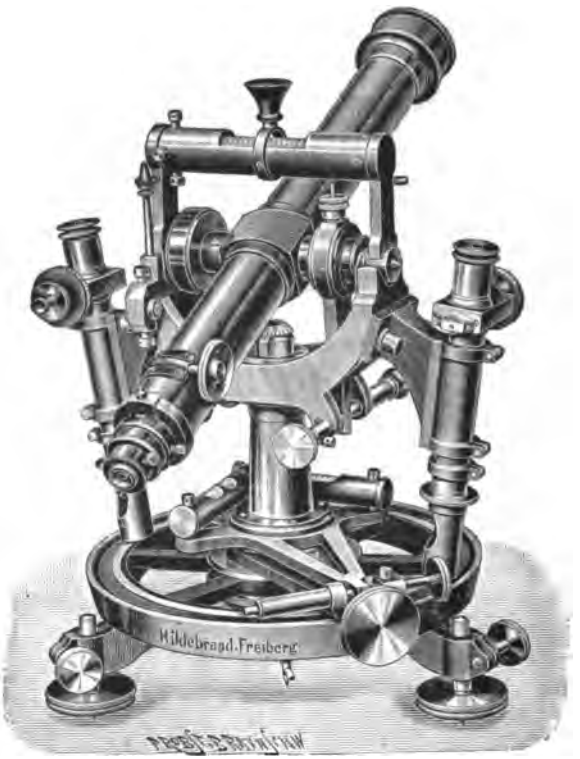


Fig. 330.

leuchtet wird, wodurch eine besondere Beleuchtung des Fadenkreuzes im Theodolite überflüssig wird Am besten sind die Signale, bei denen sich die Signaltafel durchschlagen lässt, weil sich dadurch die Excentricität der Signalmitte aus der Winkelmessung ausscheiden lässt, die sonst sehr gefährlich werden kann.

Ist nämlich das Signal um die Grösse e in horizontaler Richtung excentrisch gegenüber dem Aufstellungspunkte, so wird bei einer Länge s der Visur ein Fehler ε in der Winkelmessung bedingt, der sich darstellt durch die Gleichung:

$$\varepsilon'' = \varrho'' \cdot \frac{e}{s} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 208)$$

Da nun das vordere Signal, in der Messungsrichtung verstanden, meist das vordere bleibt, so wird die Excentricität immer nach derselben Seite auftreten.

Denkt man sich nun einen geradlinigen Zug aus n gleichen Strecken von der Länge s, so wird die erste Schnur am Ende des Zuges eine Querverschiebung d_1 hervorrufen, die gleich ist:

$$d_1 = n \,.\, e,$$

die zweite Schnur giebt: $d_2 = (n-1)\, e,$

und sofort bis zur nten Schnur: $d_n = 1 \,.\, e,$

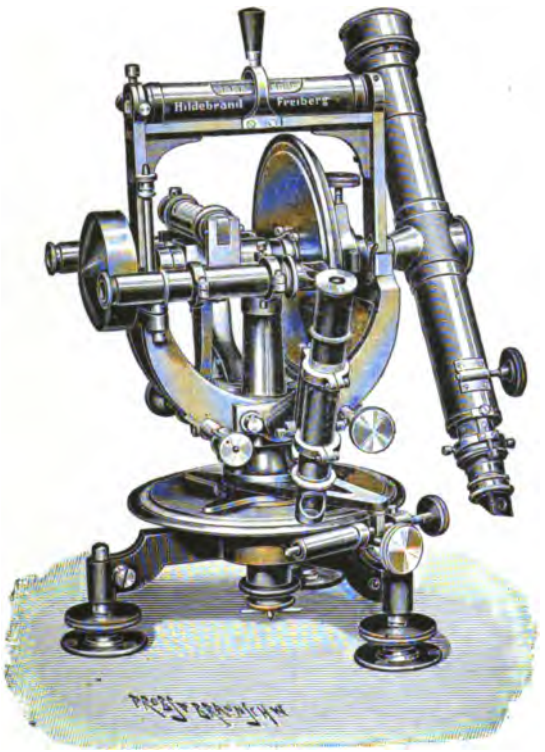


Fig. 331.

mithin ist die gesammte Querverschiebung Δ am Ende des Zuges:

$$\Delta = d_1 + d_2 + \ldots + d_n,$$

oder:

$$\Delta = \frac{n(n+1)}{2} \,.\, e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 209)$$

Hieraus berechnet sich für $e = 1$ mm für:

$n = 10,$	$\Delta =$	55 mm
$n = 20,$	$\Delta =$	210 „
$n = 30,$	$\Delta =$	465 „
$n = 40,$	$\Delta =$	820 „
$n = 50,$	$\Delta =$	1275 „
$n = 100,$	$\Delta =$	5050 „ ,

also ein sehr bedeutender Werth. Schlägt man jedoch allemal dann, wenn das Theodolitfernrohr bei den Winkelmessungen durchgeschlagen wird, auch das Signal durch, so verschwindet der Fehler wegen der Excentricität des Signals aus der Messung.

Man untersucht diese Excentricität dadurch, dass man das Signal möglichst in derselben Höhe wie den Theodolit in kurzer

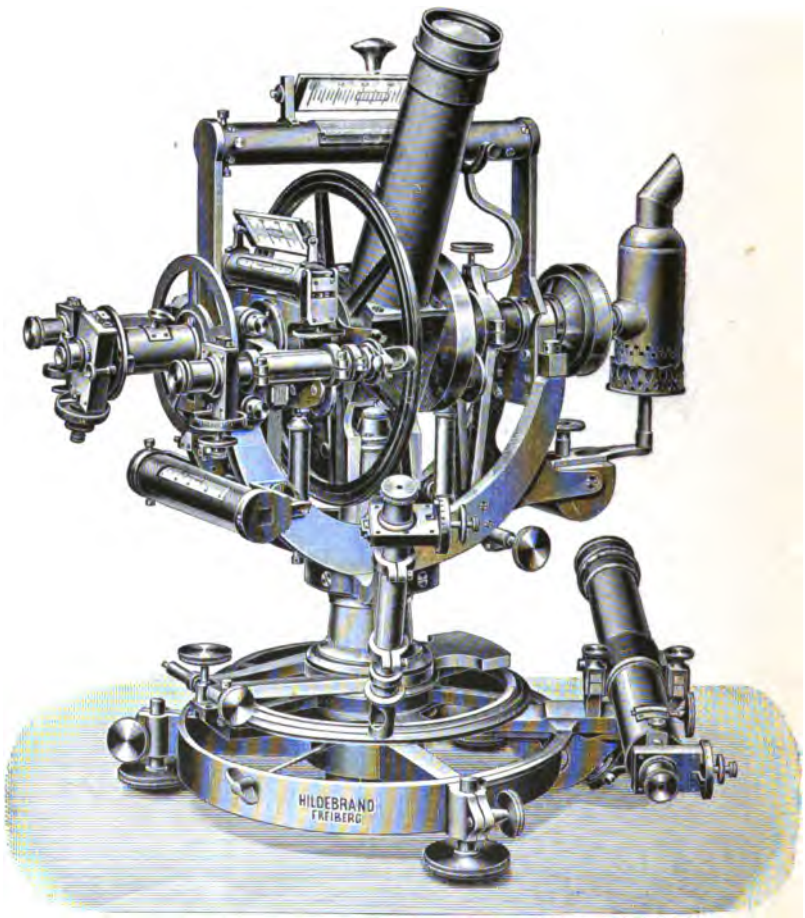


Fig. 332.

Entfernung vertikal aufstellt, die Signalmitte anzielt, das Signal durchschlägt und um seine vertikale Achse um 180° dreht. Dann muss wieder die Signalmitte vom Fadenkreuze gedeckt werden; ist dies nicht der Fall, so ist die Signaltafel um die Hälfte des Ausschlages in horizontaler Richtung zu verstellen.

Ferner ist es zweckmässig, wenn das Signal mit dem Theodolit gleiche Höhe über der Aufstellungsschraube hat; ein Fehler in

dieser Beziehung ist bereits auf Seite 198 einer Betrachtung unterzogen worden.

Meist ist an der Metallfassung der Signalscheibe senkrecht zu dieser noch ein kleines Diopter angebracht, durch Zielen durch dieses hindurch nach der Instrumentmitte wird gleichzeitig die Signaltafel senkrecht zur Visur gestellt.

Viele Markscheider sparen die Kosten für die Signale und zielen ohne weiteres die Aufstellungsschrauben an. Hierdurch entstehen aber, besonders bei Höhenwinkelmessungen, umfangreichere Rechnungen, deren Wegfallen die Signale bald bezahlt macht.

Fig. 333.

Im folgenden möge noch eine Zusammenstellung der hauptsächlichsten Prüfungen und Berichtigungen des Theodolits für einige häufig vorkommende Konstruktionsarten gegeben werden; es sind nur die einfachsten und dabei zweckmässigsten ausgewählt, die ohne besondere weitere Hilfsmittel jederzeit ausgeführt werden können.

Die Prüfung und Berichtigung des Theodolits.

Wenn sich auch, wie aus dem früheren hervorgeht, verschiedene Instrumentfehler aus der Winkelmessung durch das Durchschlagen oder Umlegen des Theodolitfernrohres beseitigen lassen, so ist es doch unbedingt nothwendig, diese Fehler möglichst klein zu halten, weil sonst die in den Ableitungen der Formeln vernachlässigten Glieder höherer Ordnung bemerkbar werden können. Je kleiner also die Instrumentfehler selbst sind, um so sicherer wird deren Ausscheidung durch entsprechende Wahl der Beobachtungsverfahren erfolgen, wobei jedoch stets hinzuzufügen ist, dass die Güte der Beobachtungen nicht allein vom Instrumente, sondern in fast noch höherem Maasse vom Beobachter und seiner Geschicklichkeit abhängt.

Im folgenden sind die Prüfungen, bezw. Berichtigungen für die drei hauptsächlich vorkommenden Theodolitkonstruktionen mit der möglichsten Vollständigkeit angegeben, wobei früher schon angegebene Berichtigungen nicht wiederholt werden.

I. Theodolit mit Setzlibelle auf der horizontalen Drehungsachse.

1. Untersuchung, ob die Lagerzapfen gleichmässig rund sind (Seite 144).

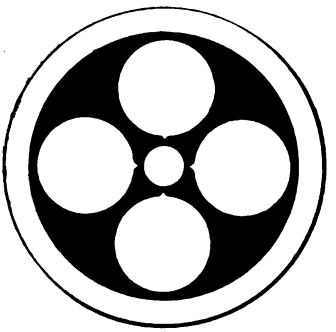


Fig. 334.

Fig. 335.

2. Untersuchung, ob die Achsen beider Lagerzapfen in einer Geraden liegen (Seite 144).
3. Untersuchung, ob die Lagerzapfen gleichen Durchmesser haben (Seite 144).
4. Herstellung des Parallelismus der Vertikalebenen durch die Libellenachse und die horizontale Drehungsachse des Fernrohrs (Seite 46).
5. Herstellung des Parallelismus zwischen Libellenachse und horizontaler Umdrehungsachse (Seite 45 u. 46).
6. Vertikalstellung der vertikalen Umdrehungsachse des Theodolits (Seite 49).
7. Herstellung der rechtwinkligen Lage zwischen horizontaler und vertikaler Umdrehungsachse des Theodolits.

   Man setzt die berichtigte Libelle auf die Horizontalachse auf, bringt sie durch Drehen des Theodolits um die vertikale Achse über eine Fusschraube und mit dieser zum Einspielen. Hierauf dreht man die Alhidade mit Hilfe des Horizontalkreises genau um 180°, wobei die Libelle noch einspielen muss. Ist dies nicht der Fall, so ist der sich zeigende Ausschlag mit Hilfe der die Lager hebenden oder senkenden Berichtigungsschrauben zu halbiren.
8. Untersuchung in dem Falle, dass ein Repetitionstheodolit vorliegt, ob die Alhidadenachse und die Limbusachse parallel sind, bezw. zusammenfallen.

   Man stellt die Achse der Setzlibelle zuerst senkrecht zur Alhidadenachse nach 7., indem man um die Alhidadenachse dreht, klemmt diese fest, und sieht zu, ob die Libellenachse auch senkrecht auf der Limbusachse steht. Ist die Abweichung bedeutend, so ist der Theodolit, besonders bei steilen Zielungen, nicht als Repetitionstheodolit zu benutzen.

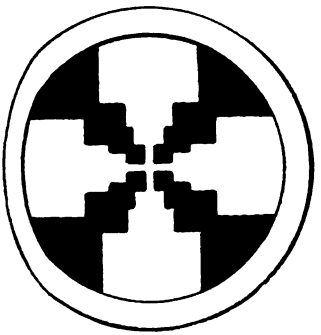


Fig. 336.

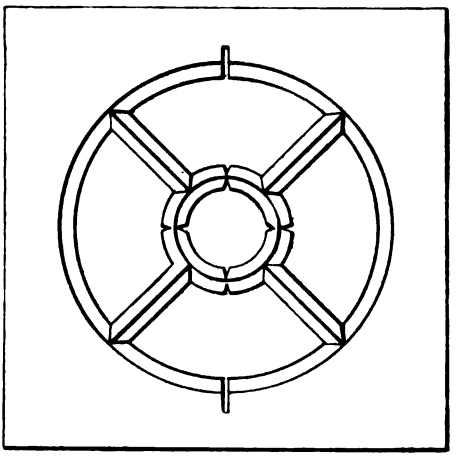


Fig. 337.

9. Beseitigung des parallaktischen Fehlers des Fernrohrs (Seite 69).

10. Herstellung der rechtwinkligen Lage zwischen Zielachse und horizontaler Drehungsachse (Beseitigung des Kollimationsfehlers):

a) mit Gauss'schen Hilfsfernrohren (Seite 73);

b) kann das Fernrohr umgelegt werden, so stellt man ein entferntes Objekt ein, und legt darauf das Fernrohr in den Lagern um, wobei dasselbe Ziel wieder einstehen muss. Ist dies nicht der Fall, so ist die halbe Abweichung durch die horizontal wirkenden Fadenkreuzschräubchen zu beseitigen;

c) man stellt das Fernrohr auf einen entfernten Zielpunkt ein, liest am Horizontalkreise ab, zählt zur Ablesung 180^0 hinzu, stellt auf diese Ablesung ein und schlägt das Fernrohr durch, wobei derselbe Zielpunkt wieder einstehen muss. Ist dies nicht der Fall, so ist ebenfalls die halbe Abweichung durch die horizontalen Fadenkreuzschrauben zu beseitigen. Diese Methode wendet man nur an, wenn das Fernrohr nicht zum Umlegen eingerichtet ist.

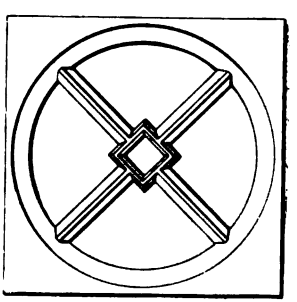


Fig. 338.

Ist das Fernrohr excentrisch, so ist die Untersuchung unter a) dieselbe, unter b) muss die Zielachse ein Objekt treffen, welches von dem zuerst eingestellten um die doppelte Excentricität zur

Seite liegt und unter c) muss die Reduktion auf die Instrumentmitte (Seite 165) ausgeführt werden, oder unter Benutzung eines künstlichen Horizontes.

11. Untersuchung der centrisch-parallelen Führung der Okularröhre.

Man stellt erst für eine sehr grosse Entfernung, bei der sich die Okularröhre ganz im Hauptrohre des Fernrohrs befindet, nach No. 10 die Zielachse senkrecht auf die horizontale Drehungsachse, und sieht dann einmal für ein weniger weites und dann für ein ganz nahe gelegenes Objekt zu, ob diese Rechtwinkligstellung noch vorhanden ist.

12. Vertikalstellung des vertikalen Fadens im Fadenkreuze.

Man zielt einen scharf markirten Punkt mit dem Fadenkreuzmittelpunkt an, und kippt das Fernrohr auf und nieder, wobei der Fadenkreuzmittelpunkt immer dasselbe Objekt decken muss. Ist dies nicht der Fall, so ist das Fadenkreuz in seinem Ringe zu drehen.

Ist der Theodolit mit Mikroskopen als Ablesehilfsmittel versehen, so sind noch die auf Seite 59 und 60 angeführten Prüfungen und Berichtigungen auszuführen.

II. Theodolit mit Libellen, welche mit den Trägern der horizontalen Achse oder mit der Alhidade in fester Verbindung stehen.

Häufig sind bei den Theodoliten zwei zueinander senkrechte Libellen an den Trägern oder an der Alhidade vorhanden, von denen meist die eine parallel zur Horizontalachse ist. Dann sind die Prüfungen:

1., 2. und 3. wie bei I, und können nur mit besonderer Setzlibelle ausgeführt werden.

4. und 5. kommen in Wegfall.

6. wie bei I, indem gleichzeitig beide Libellen oder die vorhandene eine senkrecht auf die Hauptachse gestellt werden.

7. Untersuchung der rechtwinkligen Lage zwischen horizontaler und vertikaler Umdrehungsachse.

   a. entweder wie unter I. 7. mit besonderer Setzlibelle für die Kippachse;

   b. man bringt diejenige Libelle, die zur Kippachse parallel ist, zum Einspielen, zielt einen hochgelegenen Punkt an und macht am Horizontalkreise die Ablesungen. Dann schlägt man das Fernrohr durch, stellt auf die erste, um 180° vermehrte, Ablesung ein und bringt die Libelle wieder zum Einspielen. Es muss nun das hochgelegene Objekt durch blosses Kippen wieder eingestellt werden können, wenn nicht, so sind die Achsenlager zu verändern;

   c. man stellt ein hochgelegenes Objekt ein, kippt das Fernrohr auf ein möglichst tiefgelegenes, schlägt das Fernrohr

durch, dreht um 180° und stellt das hochgelegene wieder ein. Beim Kippen muss dann das tiefgelegene getroffen werden.

8., 9., 10., 11. und 12. sind wie vorher auszuführen.

Ist das Fernrohr als Distanzmesser eingerichtet, so sind noch die beiden Konstanten C und c zu bestimmen.

Man misst in möglichst horizontalem Terrain auf einer Linie eine Anzahl Strecken mit Stäben oder dem Messbande ab und stellt den Distanzmesser über dem Endpunkte der Linie auf. Dann geht der Gehilfe die Streckenendpunkte mit der Latte ab und man liest jedesmal den Lattenabschnitt ab. Alsdann gehen die Gleichungen 204 und 205 wegen $\gamma =$ Null über in:

$$E = CL + c \quad \ldots\ldots\ldots \quad 210)$$

und man erhält eine Reihe von Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= CL_1 + c \\ E_2 &= CL_2 + c \\ &\ldots\ldots \\ E_n &= CL_n + c \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 210a)$$

aus denen sich die beiden Unbekannten C und c bestimmen lassen.

Prüfungen und Berichtigungen, welche sich auf den Höhenkreis beziehen.

I. Theodolit mit Setzlibelle auf der Horizontalachse, oder an den Trägern, oder an der Alhidade.

1. Es sind alle jene Prüfungen auszuführen, die sich auf den Kreis beziehen. Bei den Prüfungen ist auf möglichst genaue Ver ikalstellung der vertikalen Achse zu achten.
2. Beseitigung oder Ermittelung des sogenannten Indexfehlers.

Die Höhenkreise sind meist so eingerichtet, dass man entweder bei horizontalliegendem oder bei vertikalstehendem Fernrohre die Ablesung Null am Höhenkreise erhält; im ersten Falle bekommt man Höhenwinkel, im zweiten Zenithdistanzen. Weicht nun in den angegebenen Stellungen die Kreisablesung von Null ab, so nennt man ihren Werth Indexfehler. Ist die Theilung von 0 bis 360° fortlaufend beziffert, so kann man seine Grösse λ am einfachsten durch die Methode der doppelten Zenithdistanzen bestimmen; es ist nämlich unter Beibehaltung der früheren Bezeichnung,

in der ersten Fernrohrlage:

$$\gamma = \alpha + \lambda, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 211)$$

in der zweiten:

$$\gamma = 180^0 - \beta - \lambda, \quad \ldots\ldots \quad 211a)$$

und hieraus durch Subtraktion:

$$\lambda = 90^0 - \frac{\alpha + \beta}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 212)$$

Ist der Kreis in vier Quadranten getheilt, so ist die Bestimmung in ähnlicher Weise auszuführen, man bekommt dann:

$$\lambda = \frac{\beta - \alpha}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 213)$$

Wird nun ein Höhenwinkel nur in einer Fernrohrlage gemessen, so muss der Indexfehler mit Rücksicht auf sein Vorzeichen angebracht werden.

Ist das Fernrohr nicht zum Durchschlagen eingerichtet, so ermittelt man den Indexfehler dadurch, dass man den Höhenwinkel einer geneigten Linie an deren beiden Endpunkten bestimmt, die halbe Differenz beider Höhenwinkel giebt den Indexfehler. Die Beseitigung desselben geschieht durch Verstellen der Ablesehilfsmittel.

II. Theodolit mit Libelle auf dem Fernrohre.

Hierbei kommen hauptsächlich zwei Konstruktionen vor; entweder ist die Libelle in fester Verbindung mit dem Fernrohr, in welchem Falle sie meist als Reversions- oder Kehrlibelle mit je einer Theilung oben und unten versehen ist, oder die Libelle ist als Reiterlibelle zum Aufsetzen auf zwei Ringe des Fernrohrs eingerichtet

Im ersten Falle stellt man bei einspielender Libelle ein entferntes Ziel ein, unter Umständen unter Zuhilfenahme einer getheilten Latte, schlägt das Fernrohr durch, dreht um 180° um die Hauptachse und bringt die Libelle wieder zum Einspielen. Hierbei muss derselbe Zielpunkt wie vorher gedeckt werden; ist dies nicht der Fall, so giebt die Abweichung den doppelten Winkel zwischen Ziel- und Libellenachse an. Der Fehler kann entweder an den vertikalen Libellen- oder an den vertikalen Fadenkreuzschräubchen halbirt werden.

Soll kein Indexfehler vorhanden sein, so muss bei einspielender Libelle an den Ablesevorrichtungen Null oder 90° erhalten werden.

Ist das Fernrohr mit einer Reiterlibelle zum Aufsetzen auf zwei Ringe versehen, so ist die Libelle als Setzlibelle (Seite 45 und 46) zu prüfen und zu berichtigen, alsdann ist die Gleichmässigkeit der Ringdurchmesser (Seite 144) zu untersuchen und schliesslich der Parallelismus zwischen Libellenachse und Zielachse herbeizuführen. Zu diesem Zwecke setzt man die Libelle auf die Fernrohrringe auf und zielt ein entferntes Objekt bei einspielender Libelle an. Hierauf hebt man die Libelle ab, schlägt das Fernrohr durch, setzt die Libelle in derselben Lage gegen den Raum wieder so auf, wie vorher, dreht das Instrument um 180° um die vertikale Achse und bringt die Libelle wieder zum Einspielen. Wird der vorherige Zielpunkt wieder gedeckt, so ist der Parallelismus vorhanden, wenn nicht, so ist die Hälfte des Ausschlages mit den vertikalen Fadenkreuzschräubchen zu beseitigen. An den Libellenschräubchen darf nichts mehr geändert werden

Die Beseitigung des Indexfehlers geschieht wie vorher.

III. Theodolit mit Alhidadenlibelle.

In diesem Falle ist keine besondere Prüfung nothwendig, es ist nur die Alhidadenlibelle insoweit zu berichtigen, dass sie senkrecht auf der vertikalen Umdrehungsachse steht (Seite 47 und 48), damit bei verschiedenen Stellungen des Fernrohrs in verschiedenen Vertikalebenen der Libellenausschlag nicht zu gross wird

Die Alhidadenlibelle ist also am vortheilhaftesten, auch in Bezug auf die Prüfung und Berichtigung.

Die Methoden der Winkelmessungen mit dem Theodolit.

Bei der Ausführung der Winkelmessungen besteht einmal insofern ein Unterschied, als bei der Horizontalwinkelmessung um den Scheitel herum eine grösse Anzahl von Punkten liegen können, deren Winkelabstand untereinander zu bestimmen ist, während bei der Höhenwinkelmessung immer nur der Winkel zwischen dem Zielpunkte und der Horizontalen oder der Vertikalen zu ermitteln ist.

Für beide Arten der Winkelmessung ist eine genaue Aufstellung des möglichst scharf berichtigten Instrumentes vertikal über dem Scheitel des zu messenden Winkels nothwendig.

Die Verfahren zur Messung von

Horizontalwinkeln

sind folgende:

1. Die einfache Winkelmessung besteht darin, dass man nach sorgfältiger Aufstellung des Instrumentes den links liegenden Winkelschenkel mit dem Fernrohr einstellt, die Ablesungen an den entsprechenden Hilfsmitteln ausführt und aufzeichnet; die Alhidade löst, das Fernrohr auf den rechts liegenden Schenkel überführt und wieder die Ablesungen aufzeichnet. Hierauf wird zur Ausscheidung der Instrumentfehler das Fernrohr durchgeschlagen, zuerst dann das rechts liegende, dann das links liegende Ziel eingestellt und jedesmal abgelesen. Das Mittel der Ablesungen für das rechte Objekt, vermindert um das Mittel der Ablesungen für das linke, giebt alsdann den Horizontalwinkel, befreit von den Instrumentfehlern mit Ausschluss des Vertikalachsenfehlers.

Beispielsweise war in einem Falle:

I. Fernrohrlage:

Einstellung des Fernrohrs auf den linken Schenkel:

Nonius	I	0°	5′	30″	0° 5′ 45″.
„	II		6	0	

Einstellung des Fernrohrs auf den rechten Schenkel:

Nonius	I	83°	29′	0″	83° 29′ 30″.
„	II		30	0	

Nach durchgeschlagenem Fernrohr ergab sich:

II. Fernrohrlage:

Einstellung auf den rechten Schenkel:

Nonius	I	263°	31′	0″	263° 31′ 30″.
„	II		32	0	

Einstellung auf den linken Schenkel:

Nonius	I	180°	6′	30″	180° 6′ 45″.
„	II		7′	0	

Bei der Aufzeichnung der Ablesungen kann man am zweiten Ablesehilfsmittel die Grade weglassen, da der Unterschied beider Ablesungen immer wenig von 180 abweicht.

Ebenso kann man bei der folgenden Bildung der Mittel aus den Einstellungen nach demselben Zielpunkte in beiden Fernrohrlagen für die zweite die Grade weglassen, man erhält dann im vorliegenden Falle

Mittel aus den Einstellungen auf den rechten Schenkel:
$0^0\ 6'\ 15''$,

Mittel aus den Einstellungen auf den linken Schenkel:
$83^0\ 30'\ 30''$,

und hieraus den Horizontalwinkel:
$83^0\ 24'\ 15''$.

Will man den Winkel noch genauer bestimmen, so wiederholt man die Winkelmessung in einer anderen Stellung des Horizontalkreises, indem man den Kreis bei n Wiederholungen jedesmal um den Betrag:

$$\frac{180^0}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 214)$$

verdreht, und in dieser Stellung des Kreises die Messung nochmals ausführt. Die Verstellung des Kreises um die Grösse $\frac{180^0}{n}$ ist einfach, wenn man einen Repetitionstheodoliten oder ein solches Instrument besitzt, bei dem der Kreis auf Reibung sitzt. Ist der Kreis in fester Verbindung mit dem Dreifuss, so muss man das ganze Instrument um den Betrag von $\frac{180^0}{n}$ drehen, von Neuem vertikal stellen, und dann die Messung wiederholen.

Liegen um den Scheitel n Winkel w_1, $w_2 \ldots$, w_n, herum, so kann man diese in der angegebenen Weise messen, man hat dann als Kontrolle:

$$w_1 + w_2 + \ldots + w_n = 360^0 \quad \ldots\ldots \quad 215)$$

Im allgemeinen wird wegen der Beobachtungsfehler diese Gleichung nicht erfüllt sein, sondern einen Widerspruch σ geben, der unter Voraussetzung gleichartiger Winkelmessung mit dem Werthe $\frac{\sigma}{n}$ auf jeden Winkel zu vertheilen ist, wobei man natürlich auf das Vorzeichen von σ Rücksicht zu nehmen hat.

2. Die Repetitionswinkelmessung Bei dieser wird der zu messende Winkel eine Anzahl, etwa n Male im Kreise herumgelegt, sodass man schliesslich den nfachen Winkel erhält. Hierzu ist ein Repetitionstheodolit erforderlich, bei dem zwei zusammenfallende vertikale Achsen vorhanden sind. Das Verfahren hat den Zweck, die Ablesungsfehler zu vermindern, wird deshalb oft bei verhältnissmässig grob getheilten Instrumenten angewendet.

Man stellt zuerst die Alhidade mit ihren Klemm- und Feinstellschrauben ungefähr auf Null, klemmt die Alhidade, öffnet den

Limbus, führt das Fernrohr auf das links liegende Objekt, klemmt den Limbus, stellt scharf ein und liest an den Ablesungsvorrichtungen ab. Dann führt man bei geöffneter Alhidade das Fernrohr auf das rechtsliegende Objekt, klemmt die Alhidade, stellt scharf ein und liest an einem Nonius ab, öffnet den Limbus, stellt das rechte Objekt ein, öffnet dann die Alhidade und stellt wieder den rechten Zielpunkt ein. Hat man dann dieses Verfahren beliebig oft, etwa n mal, ausgeführt, so schlägt man das Fernrohr durch und macht in der zweiten Fernrohrlage ebenfalls n Repetitionen, wobei man wieder auf den rechtsliegenden Zielpunkt gekommen ist. Nun wird an beiden Nonien abgelesen, das Mittel aus beiden, vermindert um das Mittel aus den beiden Ablesungen bei der Einstellung des linken Objekts giebt, dividirt durch 2n, den gesuchten Winkel.

Beispielsweise war bei $2n = 10$:

Einstellung des linken Zielpunktes:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Nonius} & \text{I} & 0^0\ 2' \\ \text{„} & \text{II} & 3' \end{array}\right\} 0^0\ 2'\ 30''$$

erste Einstellung des rechten Zielpunktes:

$$\text{Nonius I} = 73^0\ 25'$$

2nte Einstellung des rechten Zielpunktes:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Nonius} & \text{I} & 14^0\ 10' \\ \text{„} & \text{II} & 9' \end{array}\right\} 14^0\ 9\ 30''.$$

Da nun der Kreis von 0° bis 360° beziffert ist, so kann der Nullpunkt der Kreistheilung mehreremale überschritten worden sein, was bei der Berechnung des einfachen Winkels zu berücksichtigen ist.

Die Entscheidung, wie viel mal 360° zur letzten Ablesung zuerst noch hinzuzufügen ist, giebt die Ablesung an einem Nonius nach der ersten Einstellung des rechtsliegenden Zielpunktes, die die Grösse des einfachen Winkels ungefähr darstellt. Im vorliegenden Falle ist der einfache Winkel etwa 73°25', infolgedessen der $2n = 10$fache etwa 734° 10'; man hat also zu:

$$14^0\ 9'\ 30''$$

noch $2 \cdot 360^0 = 720^0$ hinzuzufügen. Dies giebt:

$$\begin{array}{rl} & 734^0\ 9'\ 30'' \\ - & 0\ 2\ 30 \\ \hline \text{also: 10facher Winkel} = & 734^0\ 7'\ 0'' \end{array}$$

und demnach: $73^0\ 24'\ 42''$

als einfachen Winkel.

Auch hier kann man die Repetition in mehrerer Stellungen des Horizontalkreises wiederholen; und für mehrere, um den Scheitel herumliegende Winkel gilt dasselbe in Bezug auf die Vertheilung des Widerspruchs, was für die einfache Winkelmessung angegeben ist.

Bei Ausführung des Repetitionsverfahrens ist hauptsächlich auf richtige Anwendung der Klemm- und Einstellungsschrauben zu achten; das Drehen an einer falschen Schraube bedingt eine gänzliche Wiederholung der Winkelmessung.

3 Die Richtungsmessung. Die beiden vorher angegebenen Methoden erfordern, wenn viele von einem Punkte ausgehende

Richtungen ihren Winkeln nach gegeneinander festzulegen sind, eine ziemlich lange Zeit; man benutzt dann zweckmässiger die Richtungsmessung. Sind die Zielpunkte der Reihe nach P_0, $P_1 \ldots P_n$, so stellt man nach sorgfältiger Aufstellung des Instrumentes zuerst P_0 ein und liest ab, dann P_1 liest wieder ab, bis man zu P_n kommt. Nach erfolgter Ablesung wird das Fernrohr durchgeschlagen, die Zielpunkte in umgekehrter Reihenfolge eingestellt und die jedesmaligen Ablesungen aufgezeichnet. Alsdann werden die auf dieselben Zielpunkte bezüglichen Ablesungen zu einem Mittel vereinigt. Das Ergebniss einer derartigen Messung bezeichnet man als Satz, weshalb man die Richtungsmessung oft auch als satzweise Messung aufgeführt findet.

Zur Erhöhung der Genauigkeit beobachtet man auch hier meist mehrere, etwa n Sätze, und zwar mit jedesmaliger Verstellung des Horizontalkreises um $\frac{180^0}{n}$. Um die einzelnen Sätze, in denen sich die Ablesungen nach demselben Zielpunkte immer um den ungefähren Betrag von $\frac{180^0}{n}$ unterscheiden, mit einander vergleichen zu können, reducirt man die Mittel aus den zusammenhörigen Fernrohrlagen I und II auf einen Zielpunkt als Nullrichtung, indem man ihren Richtungswerth von allen übrigen subtrahirt, wodurch man die sogenannten reducirten Mittel erhält. Zuletzt bildet man noch das Mittel aus den reducirten Beobachtungen.

Ein Beispiel mit völliger Ausrechnung ist in der Tabelle Seite 219 gegeben; es bezieht sich auf fünf Zielpunkte und vier Sätze.

Das Ergebniss der Winkelmessung würde also sein:

Jakobithurm	0°	00′	00″,
Schlossthurm	24	57	50,
Friedeburg	61	38	27,
Conradsdorf	238	35	14,
Reiche Zeche	320°	05′	06″.

Aus dieser Richtungszusammenstellung kann man nun einfach durch Subtraktion der zugehörigen Richtungswerthe den Winkel zwischen zwei beliebigen Punkten ableiten.

Die Richtungsmessungen werden hauptsächlich über Tage angewendet, weil hier die Verhältnisse meist so liegen, dass von einem Standpunkte aus die Winkel zwischen mehreren Punkten zu bestimmen sind. Aber auch dann, wenn nur zwei Schenkel einzustellen sind, ist im allgemeinen die Richtungsmessung vorzuziehen, sie kommt dann auf die einfache Winkelmessung zurück.

Die Repetitionsmessung wird über Tage nur ganz ausnahmsweise verwendet, beispielsweise auf Thürmen mit beschränktem Raume. Es hat das seinen Grund darin, dass zwar auf den ersten Anschein und der Theorie nach die Repetitionsmethode sehr genaue Resultate geben muss, dies aber bei der wirklichen Ausführung nicht der Fall ist.

Standpunkt	Zielpunkt	Fernrohrlage I							Fernrohrlage II							Mittel aus I und II			Reducirte Mittel			Mittel aus allen Beobachtungen			Bemerkungen
		Nonius					Mittel		Nonius					Mittel											
		A			B				A			B													
		°	′	″	′	″	′	″	°	′	″	′	″	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″	
											1. Satz.														
	Jakobithurm	0	00	00	00	15	00	08	180	00	00	00	00	00	00	0	00	04	0	00	00				
	Schlossthurm	24	58	15	58	30	58	22	204	57	45	57	30	57	38	24	58	00	24	57	56				
	Friedeburg	61	38	30	38	45	38	38	241	38	15	38	30	38	22	61	38	30	61	38	26				
	Conradsdorf	238	35	30	35	15	35	22	58	34	45	35	00	34	52	238	35	07	238	35	03				
	Reiche Zeche	320	05	30	05	30	05	30	140	05	00	04	45	04	52	320	05	11	320	05	07				
											2. Satz.														
Wegsäule	Jakobithurm	45	02	00	01	45	01	52	225	02	00	02	00	02	00	45	01	56	0	00	00				
	Schlossthurm	69	59	30	59	30	59	30	250	00	15	00	00	00	08	69	59	49	24	57	53				
	Friedeburg	106	40	15	40	00	40	08	286	40	30	40	30	40	30	106	40	19	61	38	23				
	Conradsdorf	283	37	00	36	30	36	45	103	37	30	37	15	37	22	283	37	04	238	35	08				
an der	Reiche Zeche	5	07	00	07	00	07	00	185	07	15	07	15	07	15	5	07	08	320	05	12				
											3. Satz.														
Halsbrückner	Jakobithurm	270	05	15	05	00	05	08	90	04	30	04	30	04	30	270	04	49	0	00	00				
	Schlossthurm	295	03	00	02	45	02	52	115	02	15	02	30	02	22	295	02	37	24	57	48				
	Friedeburg	331	43	15	43	15	43	15	153	43	15	43	15	43	15	331	43	15	61	38	26				
	Conradsdorf	148	40	30	40	15	40	22	328	40	00	39	45	39	52	148	40	07	238	35	18				
Strasse	Reiche Zeche	230	10	00	10	00	10	00	50	10	00	09	30	09	45	230	09	52	320	05	03				
											4. Satz.														
	Jakobithurm	135	07	30	08	00	07	45	315	08	00	07	45	07	52	135	07	49	0	00	00	0	00	00	
	Schlossthurm	160	05	30	05	30	05	30	340	05	30	05	30	05	30	160	05	30	24	57	41	24	57	50	
	Friedeburg	196	46	15	46	30	46	22	16	46	15	46	30	46	22	196	46	22	61	38	33	61	38	27	
	Conradsdorf	13	43	15	43	30	43	22	193	43	15	43	00	43	08	13	43	15	238	35	26	238	35	14	
	Reiche Zeche	95	12	15	12	45	12	30	275	13	30	13	00	13	15	95	12	52	320	05	03	320	05	06	

Bezeichnet man nämlich den mittleren Einstellungsfehler mit m_c, den mittleren Ablesungsfehler für das Mittel für zwei Ablesungsvorrichtungen mit m_a, so ist, wenn in jeder Fernrohrlage der Winkel n-mal repetirt wird, für die vollständige Winkelmessung der Unterschied zwischen der letzten und ersten Ablesung mit den Fehlern von 4n Einstellungen und von nur 2 Ablesungen behaftet, der mittlere Fehler m_r des 2n-fachen Winkels ist also:

$$m_r = \sqrt{4n\, m_c^2 + 2\, m_a^2},$$

mithin der mittlere Fehler M_r des einfachen Winkels, abgeleitet durch Division mit 2n aus der 2n-fachen Winkelmessung:

$$M_r = \frac{m_r}{2n} = \sqrt{\frac{1}{n}\left(m_c^2 + \frac{m_a^2}{2n}\right)} \quad \ldots \quad 216)$$

Wird dagegen der Winkel durch eine einfache Winkelmessung mit Durchschlagen des Fernrohrs dazwischen bestimmt, so ist, da 4 Einstellungen und 4 Ablesungen vorliegen, der mittlere Fehler m_w des einfachen Winkels:

$$m_w = \sqrt{4\,(m_c^2 + m_a^2)}.$$

Misst man nun den Winkel n mal, so kommt man auf dieselbe Anzahl der Messungen wie beim 2n-fachen Repetiren, es ergiebt sich aber der mittlere Fehler M_w des Mittels aus den n-maligen einfachen Winkelmessungen:

$$M_w = \frac{m_w}{\sqrt{n}} = 2\sqrt{\frac{1}{n}(m_c^2 + m_a^2)} \quad \ldots \quad 217)$$

Aus den Gleichungen 216 und 217 ist ersichtlich, dass theoretisch die Repetitionsmessung der einfachen Winkelmessung unter sonst gleichen Umständen überlegen ist. Es kommt nun noch hinzu, dass bei der Repetitionsmethode die Zwischenablesungen wegfallen, also eine bedeutende Zeitersparniss eintritt.

Die Erfahrung hat aber gelehrt, dass trotzdem die Repetitionsmethode nicht so gute Ergebnisse liefert, und es hat dies seinen Grund in dem gegenseitigen Mitschleppen der beiden Kreise, das auf der elastischen Nachwirkung beruht. Man kann diesem durch die Repetitionsmessung erzeugten Fehler einigermaassen wirksam entgegentreten, wenn man die Messung noch gegen die Theilung ausführt, und aus beiden Messungen das Mittel bildet.

Es mag noch betont werden, dass es bei der Repetitionsmessung am vortheilhaftesten ist, die Limbusachse vor Beginn der Winkelmessung genau vertikal zu stellen.

Die Verfahren zur Messung von

Höhenwinkeln

sind verschieden je nach der Anordnung der zum Höhenkreise gehörigen Libellen und nach der Art der Theilung des Höhenkreises.

Es ist schon angegeben worden, dass die beste Einrichtung des Höhenkreises diejenige ist, bei welcher man eine Alhidade am

Höhenkreise hat und bei der eine durchlaufende Theilung vorhanden ist. In diesem Falle zielt man den Höhenpunkt an, bringt die Alhidadenlibelle zum Einspielen, liest an den Ablesevorrichtungen ab und bildet das Mittel daraus, welches mit a_1 bezeichnet werden möge. Hierauf wiederholt man das Verfahren mit durchgeschlagenem Fernrohre und erhält das Ablesungsmittel a_2. Dann ist die Zenithdistanz z:

$$z = \frac{a_2 - a_1}{2},$$

oder der Höhenwinkel γ:

$$\gamma = 90^0 - z,$$

wobei noch zu bemerken ist, dass, wenn a_2 kleiner als a_1 ist, zu a_2 noch 360^0 hinzuzufügen sind.

Bei dieser Messung der doppelten Zenithdistanzen werden die Instrumentfehler ausgeschieden.

Die übrigen Methoden sind schon in den Betrachtungen auf den Seiten 193 bis 197 enthalten, sie sind alle umständlicher, weil zur Elimination der Instrumentfehler mehr Operationen nöthig sind.

Die unsicherste Höhenwinkelmessung findet dann statt, wenn keine Alhidadenlibelle oder keine Libelle am Fernrohre vorhanden ist. In einem solchen Falle muss die Horizontalwinkelmessung von der Vertikalmessung völlig getrennt ausgeführt werden, da im Allgemeinen stets eine neue Vertikalstellung der Hauptachse nothwendig wird.

Ist der Theodolit nur mit einer Setzlibelle für die Horizontalachse, oder mit einer Libelle parallel zu dieser versehen, so lässt sich eine genaue Höhenwinkelmessung überhaupt nicht ausführen.

Bei feineren Instrumenten, besonders bei solchen für astronomische Bestimmungen, ist der Höhenkreis um die Horizontalachse drehbar angeordnet, sodass man die Höhenwinkelmessung ebenfalls auf verschiedene Kreisstände vertheilen und dadurch eine grössere Genauigkeit in der Messung erzielen kann.

Bei den Grubenmessungen kommen fast nur polygonale Züge vor, bei denen also sowohl Winkel als auch Seiten zu messen sind. Die Längenmessungen sind nach dem auf Seite 88 und folgende Angegebenen auszuführen; bei den Winkelmessungen besteht ein Unterschied insofern, als die Brechpunkte des Polygonzuges entweder feste oder verlorene Punkte sind, wobei noch zu bemerken ist, dass meist beide Arten in Verbindung vorkommen werden.

Sind nur feste Punkte vorhanden, so muss der Theodolit unter jedem Aufstellungspunkte centrirt werden, entweder auf dem Stative oder auf der Spreize. Hierdurch nimmt die Aufstellung des Theodolits in diesem Falle längere Zeit in Anspruch, die Signale können aber sehr einfache sein, entweder zielt man die vorhergehenden oder die folgenden festen Punkte ohne weiteres an, oder benutzt als Ziel ein im festen Punkte aufgehangenes Loth. Bei Spreizenaufstellung können auch die Aufstellungsschrauben in Wegfall kommen, man lothet einfach die Winkelpunkte herunter, und

stellt dann den Theodoliten centrisch über dem so gefundenen Punkte auf. Nach beendigter Winkelmessung misst man die Längen gesondert; die Längenmessung kann auch jederzeit leicht wiederholt werden. Der Höhenunterschied der einzelnen Punkte wird dabei meist durch Nivellement bestimmt, da die trigonometrische Ermittelung wegen der einfachen Signale besondere Reduktionen erfordert.

Als Vortheile der Messung mit festen Winkelpunkten würden zu nennen sein:

1. das Messen der Winkel, der Längen und der Höhenunterschiede kann jederzeit unabhängig von einander ausgeführt werden;
2. die Signale sind ausserordentlich einfache und
3. die Festlegung der einzelnen Punkte giebt der Messung einen dauernden Werth, unter der Voraussetzung, dass die Punkte nicht durch Gebirgsdruck in ihrer gegenseitigen Lage geändert werden.

Als Nachtheile sind anzuführen:

1. das Festlegen der einzelnen Winkelpunkte ist sehr umständlich und zeitraubend, und
2. das Centriren des Theodolits nimmt viel Zeit in Anspruch, ausserdem spielen auch die Centrirungsfehler hierbei eine bedeutende Rolle.

Arbeitet man mit verlorenen Winkelpunkten, so benutzt man im Allgemeinen Aufstellungsschrauben, die meist complicirter Natur sind. Es wird infolgedessen die Horizontalwinkelmessung, die Längen- und Seigerteufenmessungen bei stehenbleibenden Aufstellungsschrauben, aber hintereinander ausgeführt werden müssen. Die Horizontal- und Vertikalwinkelmessung kann nur dann mit einander vereinigt werden, wenn am Höhenkreis entweder eine Alhidadenlibelle, oder eine Libelle am Theodolitfernrohr vorhanden ist; sonst muss allemal nach der Horizontalwinkelmessung eine erneute Vertikalstellung der Hauptachse eintreten.

Es ergeben sich demnach folgende Vortheile der Messung mit verlorenen Winkelpunkten:

1. die Arbeit geht schnell von statten, da das Centriren des Theodolits wegfällt,
2. das Festlegen der Winkelpunkte kommt ebenfalls in Wegfall.

Als Nachtheile sind anzuführen:

1. der Anschluss an spätere Messungen kann nur durch Vermittelung besonderer, fester Punkte geschehen,
2. die Längen- und Winkelmessungen müssen direkt nacheinander ausgeführt werden, infolgedessen muss der Markscheider vielmehr Instrumente auf einmal mit in die Grube nehmen,
3. die Signale sind sehr theuer und
4. die Seigerteufenbestimmung ist nicht so genau wie beim Nivellement.

Verrichten, Eintragen und Berechnen der Theodolitzüge.

Für das Verrichten der Theodolitzüge gilt das auf Seite 129 bis 133 Gesagte auch hier, da für die untergeordneten Messungen, wie Abnahme des Streichens und Fallens der Lagerstätten meist ein Kompass benutzt wird. Zur Bestimmung der hierbei nothwendigen Deklination hält man den benutzten Kompass an eine Linie an, deren Streichen mit dem Theodoliten bestimmt worden ist, der Unterschied beider Streichrichtungen giebt dann die Deklination mit Einschluss des Orientirungsfehlers des Kompasses.

Bei Aufstellung des Theodolits unter oder über festen Punkten ist noch zu beachten, dass, da sich die Winkelmessungen auf die Mitte der Horizontalachse beziehen, immer der Höhenunterschied zwischen festem Punkt und Instrumentachse zu ermitteln ist. Ebenso sind an den nöthigen Stellen die Messungen bis zur Sohle auszuführen.

Die Schnurlängen sind möglichst gross zu nehmen.

Die Ergebnisse der Messungen werden in das Zugbuch von Taschenbuchgrösse eingetragen und aus ihnen das Winkelbuch hergestellt, welches dieselbe Form wie für die Kompasszüge besitzt. (Seite 135).

Dazu mag noch bemerkt werden, dass in die Spalte „beobachtetes Streichen" die gemessenen Polygonwinkel eingeschrieben werden.

Zur Berechnung der Theodolitzüge muss das Streichen der Ausgangslinie bekannt sein, das Streichen der übrigen Zugseiten findet man alsdann nach den auf Seite 11 bis 14 angegebenen Formeln, und aus diesen hierauf die Coordinaten.

Der Vollständigkeit halber möge in der Tabelle Seite 224 noch ein Auszug aus einem Winkelbuch für einen Theodolitzug angefügt werden, der wohl keiner weiteren Erklärung bedarf.

Der Anschluss von Theodolitzügen an feste Linien.

Bei Unterbrechung eines Theodolitzuges ist es nothwendig, eine feste Linie (aus zwei Festpunkten bestehend) oder im druckhaften Gebirge einen festen Winkel (drei Punkte enthaltend) zu machen, von wo aus alsdann der Anschluss zu bewirken ist.

Je nach Lage der Festpunkte ist der Anschluss ein verschiedener; der einfachste Fall liegt vor:

1. wenn die beiden festen Punkte in der Firste oder Sohle sich befinden, sodass man Theodolit und Signal unter oder über den Punkten aufstellen kann, und ausserdem ein Punkt vom andern aus ohne weiteres sichtbar ist.

Werden die beiden festen Punkte (Fig. 339) mit I und II bezeichnet, und bewegt sich der anzuschliessende Zug in der Richtung von

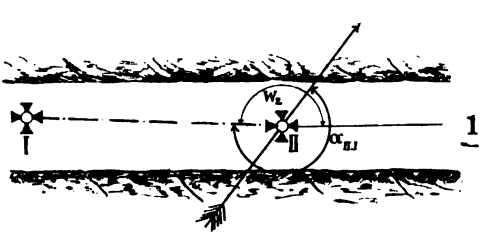


Fig. 339.

Winkel-Buch.

Der flachen Schnur									Länge östliche + westl. —		Breite nördl. + südl. —		Summe der Länge östl. + westl. —		Summe der Breiten nördl. + südl. —		Bemerkungen und Skizzen
Nr.	Neigung		Maass	Seigerteufe		Streichen		Sohle									
	steigt oder fällt	Grad		steigend	fallend	beobachtet	berechnet										
			Meter	Meter	Meter	Grad	Grad	Meter	±	Meter	±	Meter	±	Meter	±	Meter	
17				143,753			150°3'40"						+	129,007	—	116,071	Uebertrag von Seite 41.
17—19	st	0° 6'30"	13,853	0,026	—	191°28'30"	161 32 10	13,853	+	4,387	—	13,140	+	133,394	—	129,211	m.
19—20	f	0 27 20	6,763	—	0,054	155 36 50	137 9 0	6,763	+	4,599	—	4,958	+	137,993	—	134,169	l m.
20—21	st	0 17 30	24,921	0,127	—	202 26 30	159 35 30	24,921	+	8,690	—	23,357	+	146,683	—	157,526	r m Bei 14,8 m in der Schnur und 1,0 rechtwinklig nach r J. T 1800.
21—22	st	0 30 0	24,395	0,213	—	178 50 40	158 26 10	24,394	+	8,966	—	22,687	+	155,649	—	180,213	m.
22—23	f	4 21 20	6,474	—	0,492	143 32 20	121 58 30	6,455	+	5,476	—	3,418	+	161,125	—	183,631	lm bis Signalmitte unter † XII am Hähnelschachte.
				144,119	0,546												
				143,573	—												Höhe der Signalmitte.
	st	90	0,840	0,840	—												bis † XII.
				144,413									+	161,125	—	183,631	† XII.
	f	90	1,800	—	1,800												bis Sohle.
				142,613	—								+	161,125	—	183,631	Sohle unter dem festen Punkte † XII.

I über II weiter, so stellt man den Theodolit über oder unter II, das Signal über oder unter I auf, und misst in II den Winkel w_2 zwischen dem rückwärtsliegenden festen Punkte I und dem vorwärtsliegenden neuen Punkte 1. Aus den bekannten Coordinaten x_I und y_I von I, und x_{II} und y_{II} von II erhält man dann für das Streichen $\alpha_{II.I}$ der Linie II. I:

$$\tan \alpha_{II.I} = \frac{y_I - y_{II}}{x_I - x_{II}}$$

und damit das Streichen $\alpha_{II.1}$ der Linie II. 1 zu:

$$\alpha_{II.1} = \alpha_{II.I} + w_2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 218)$$

worauf mit der söhligen Länge von II. 1 die weitere Zugberechnung angeschlossen werden kann.

2. Der eine feste Punkt, etwa II, ist in der Firste, der zweite I im Stosse befindlich, eine Visur zwischen beiden ist möglich. Dann stellt man den Theodolit unter II auf (Fig. 340) und misst wieder den Winkel w_2 zwischen dem Punkte I und 1 und hat wieder wie vorher:

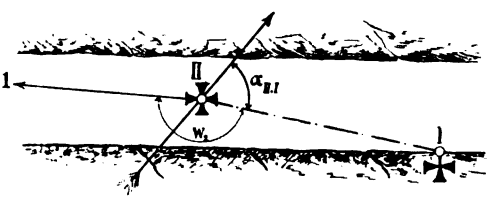


Fig. 340.

$$\tan \alpha_{II.I} = \frac{y_I - y_{II}}{x_I - x_{II}}$$

und:

$$\alpha_{II.1} = \alpha_{II.I} + w_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 219)$$

3. Beide Punkte I und II liegen an den Stössen, können aber beide von einem seitwärts gelegenen Punkte T aus gesehen und bis zu ihnen gemessen werden. In einem solchen Falle stellt man den Theodolit in T auf (Fig. 341), misst den Winkel

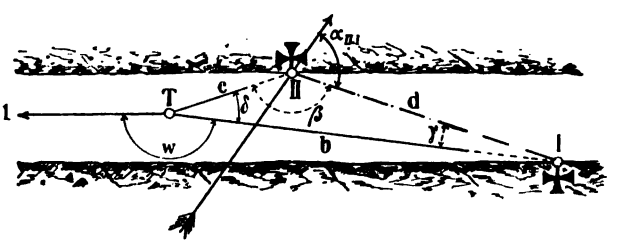


Fig. 341.

$$II\,T\,I = \delta,$$

den Anschlusswinkel $I\,T\,1 = w$, sowie die Entfernungen $T\,I = b$ und $T\,II = c$ welches gleich die söhligen Entfernungen darstellen mögen. Dann ist zunächst:

$$\tan \alpha_{II.I} = \frac{y_I - y_{II}}{x_I - x_{II}}$$

und:

$$d = \frac{y_I - y_{II}}{\sin \alpha_{II.I}} = \frac{x_I - x_{II}}{\cos \alpha_{II.I}}.$$

Ferner ergiebt sich aus dem Dreieck I II T:

$$\frac{\tan\left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)}=\frac{b-c}{b+c},$$

und da:

$$\beta+\gamma=180^0-\delta \text{ ist,}$$

$$\tan\left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right)=\frac{b-c}{b+c}\cot\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad \ldots \quad 220)$$

setzt man ferner noch:

$$\frac{\beta-\gamma}{2}=A, \quad \frac{\beta+\gamma}{2}=B, \text{ so wird:}$$

$\beta = A + B$, $\gamma = A - B$, und als Rechenprobe: $\beta + \gamma + \delta = 180^0$.

Sind die Winkel β und γ berechnet, so bestimmt man sich nach dem Sinussatze zweimal die Entfernung d, nämlich:

$$d = b\frac{\sin\delta}{\sin\beta} = c\frac{\sin\delta}{\sin\gamma},$$

welche Gleichungen innerhalb der zulässigen Grenzen für d denselben Werth liefern müssen, als wie er sich aus den Coordinaten von I und II berechnet hat. Weiter bekommt man das Streichen α_{TI} der Linie TI:

$$\alpha_{T.I} = \alpha_{II.I} - \gamma$$

und hiermit das Streichen α_{T1} der Linie T.1

$$\alpha_{T.1} = \alpha_{T.I} + w = \alpha_{II.I} + w - \gamma \quad \ldots \quad 221)$$

womit die Aufgabe gelöst ist.

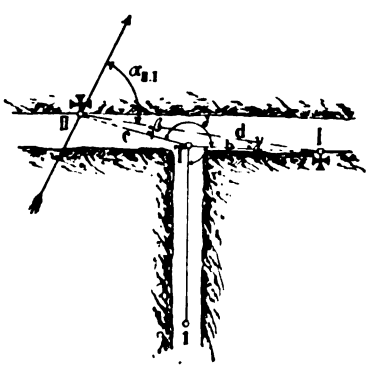


Fig. 342.

Kann man den Punkt T so wählen, (was besonders leicht eintreten kann, wenn zwischen I und II seitliche Züge anzuschliessen sind) (Fig. 342), dass er zwischen I und II und zwar sehr nahe an die Linie I.II selbst zu liegen kommt, so vereinfacht sich die Berechnung von β und γ noch etwas. In diesem Falle wird der Winkel δ nahe 180^0 und β und γ auch kleine Winkel werden. Geht man alsdann von den beiden allgemeinen Gleichungen:

$$\tan\beta = \frac{b\sin\delta}{c - b\cos\delta} \text{ und:}$$

$$\tan\gamma = \frac{c\sin\delta}{b - c\cos\delta} \text{ aus,}$$

so kann man setzen:

$$\tan\beta = \frac{\beta''}{\varrho''}, \quad \tan\gamma = \frac{\gamma''}{\varrho''},$$

$\sin \delta = \frac{\delta''}{\varrho''}$ und: $\cos \delta = -1$, und man erhält:

$$\left.\begin{aligned} \beta'' &= \frac{\delta''}{b+c} \cdot b \\ \gamma'' &= \frac{\delta''}{b+c} \cdot c \\ d &= b + c \\ \text{und:} \quad \beta + \gamma + \delta &= 180^0 \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots\ldots \quad 222)$$

wobei also das δ'' die kleine Abweichung des Winkels δ von 180^0 in Sekunden bezeichnet, und β und γ in Sekunden erhalten werden.

Die weitere Berechnung ist dieselbe wie vorher.

Ein Beispiel dieser Art ist folgendes:

Es war gegeben:

für I: $x_I = +819{,}024$, $y_I = +1351{,}531$,

für II: $x_{II} = +847{,}926$, $y_{II} = +1346{,}781$,

ferner: $w = 86^0\,29'\,40''$

$b = 18{,}756$ m

$c = 10{,}527$ „

$\delta = 179^0\,54'\,30''$, also $\delta'' = 5'30'' = 330''$.

Mit diesen letzten Werthen berechnet sich:

$$\begin{aligned} \beta'' &= 0^0\ 3'30'' \\ \gamma'' &= 0\ \ 2\ \ 0 \\ \delta &= 179\ 54\ 30 \\ \hline \beta + \gamma + \delta &= 180^0\ \ 0'\ \ 0'' \end{aligned}$$

sowie: $d = b + c = 29{,}283$.

Aus den Coordinaten von I und II ergiebt sich

$$\begin{aligned} \alpha_{II.I} &= 170^0\,40'\,0'' \\ d &= 29{,}290, \end{aligned}$$

es ist also genügende Uebereinstimmung vorhanden.

Schliesslich folgt noch:

$$\alpha_{T.I} = \alpha_{II.I} + w - \gamma = 257^0\,7'\,40''.$$

4. Die beiden festen Punkte können von einem einzigen Theodolitstandpunkt aus nicht übersehen werden, und man kann sich unter keinem derselben aufstellen; ein Fall, wie er beispielsweise beim Anschluss an zwei weit entfernte Jahrestafeln oder an zwei näher aneinander liegende Punkte in einer sehr krummen Strecke vorkommt, oder dann, wenn ein fester Punkt zwischen zwei weit von einander entfernt liegenden festen Punkten verloren gegangen ist.

Alsdann stellt man einen Polygonzug zwischen den beiden Punkten I und II (Fig. 343) her, die Theodolitstandpunkte seien T_1, T_2, $\ldots T_{n-1}$, T_n, die auf diesen gemessenen Polygonwinkel w_1, w_2, $\ldots w_{n-1}$ und w_n, sowie w_{n+1} für die weitere Fortsetzung des Zuges. Die Seitenlängen des Polygonzuges seien:

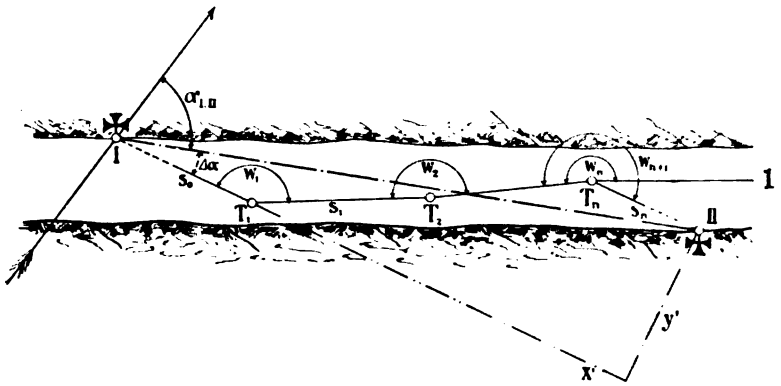


Fig. 343.

$$\begin{aligned} T_1 . I &= s_0 \\ T_1 . T_2 &= s_1 \\ &\cdots \\ T_{n-1} . T_n &= s_{n-1} \\ T_n . II &= s_n. \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser Seiten s_0 bis s_n und der Polygonwinkel w_1 bis w_{n+1} berechnet man sich nun die Coordinaten der Punkte T_1 bis II. und zwar bezogen auf den Punkt I als Coordinatenanfang, und die Seite $I . T_1$ als positive X-Achse. Die hierbei auftretenden Richtungswinkel der einzelnen Seiten seien α', und zwar ist:

$$\begin{aligned} \alpha'_{I.T_1} &= 0^0 \\ \alpha'_{T_1 T_2} &= \alpha'_{I.T_1} + w_1 \pm 180^0 \\ &\cdots \\ \alpha'_{T_n II} &= \alpha'_{T_{n-1} T_n} + w_{n+1} \pm 180^0. \end{aligned}$$

Die hiermit berechneten Coordinaten von II in Bezug auf I seien dann:

		x'	y'
für Punkt	I	0,000	0,000
„ „	II	x'	y'.

Hieraus folgt der Winkel $III T_1 = \Delta\alpha$ durch die Gleichung:

$$\tan \Delta\alpha = \frac{y'}{x'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 223)$$

und ferner mit Rechenprobe:

$$I.II = \sqrt{x'^2 + y'^2} = \frac{x'}{\cos \Delta\alpha} = \frac{y'}{\sin \Delta\alpha}. \quad \ldots \quad 224)$$

Andererseits erhält man aus den gegebenen Coordinaten x_I, y_I für I, und x_{II}, y_{II} für II:

$$\tan \alpha_{I.II} = \frac{y_{II} - y_I}{x_{II} - x_I},$$

sowie:
$$I.II = \frac{y_{II} - y_I}{\sin \alpha_{I.II}} = \frac{x_{II} - x_I}{\cos \alpha_{I.II}},$$

mit welchem Werthe die aus Gleichung 224 durch die Coordinaten x' und y' gefundene Entfernung I. II innerhalb der zulässigen Grenzen übereinstimmen muss; wenn nicht, so ist eine Wiederholung des Zuges nothwendig.

Die wirklichen Streichwinkel α ergeben sich nun aus den α' wie folgt:

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_{I.T_1} = \alpha'_{I\,T_1} & + (\alpha_{I.II} - \Delta\alpha) \\ \alpha_{T_1\,T_2} = \alpha'_{T_1\,T_2} & + (\alpha_{I.II} - \Delta\alpha) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \\ \alpha_{T_n\,II} = \alpha'_{T_n\,II} & + (\alpha_{I.II} - \Delta\alpha) \\ \text{und:}\quad \alpha_{T_n\,1} = \alpha'_{T_n\,T_{n-1}} & + (\alpha_{I.II} - \Delta\alpha) + w_n \end{array}\right\} \quad \ldots \quad 225)$$

Mit den so gefundenen Streichwinkeln α und den Seiten s ist dann die Coordinatenberechnung zu wiederholen, die von x_I, y_I ausgehend, für x_{II} und y_{II} Werthe liefert, die mit den gegebenen nahe übereinstimmen werden. Die noch vorhandene Schlussdifferenz wird dann nach einem einfachen Verfahren, etwa proportional den Coordinatenabschnitten, vertheilt.

Es möge auch hier wieder ein Beispiel angeschlossen werden:

Gegeben war:

$$x_I = +1510{,}659, \quad y_I = +2755{,}842,$$
$$x_{II} = +1596{,}811, \quad y_{II} = +2793{,}643,$$

woraus sich berechnet:

$$\alpha_{I.II} = 23^0\,41'\,25''$$

und:

$$I.II = 94{,}080\text{ m}.$$

Ferner war gemessen und auf die Sohle reducirt:

$$s_0 = 25{,}876$$
$$s_1 = 30{,}293$$
$$s_2 = 28{,}431$$
$$s_3 = 19{,}580,$$

und:

$$w_1 = 150^0\,28'\,20''$$
$$w_2 = 245\;\;48\;\;50$$
$$w_3 = 128\;\;20\;\;20$$

und:

$$w_4 = 117\;\;\;9\;\;10.$$

Berechnet man mit diesen Werthen, von I als Coordinatenanfang und $I.T_1$ als positive X-Achse ausgehend, die Coordinaten x' und y' der einzelnen Zugpunkte, so ergeben sich zuerst die Streichwinkel α', bezogen auf $I.T_1$ als positive X-Achse:

$$\alpha'_{I.T_1} = \;\;0^0\;\;0'\;\;0''$$
$$\alpha'_{T_1\,T_2} = 330\;\;28\;\;20$$
$$\alpha'_{T_2\,T_3} = \;\;36\;\;17\;\;10$$
$$\alpha'_{T_3\,II} = 344\;\;37\;\;30,$$

und hiermit die Coordinaten x' und y':

	x'	y'
I :	0,000	0,000
T_1:	+ 25,876	0,000
T_2:	+ 52,234	— 14,930
T_3:	+ 75,151	+ 1,896
II:	+ 94,030	— 3,295

und daher:

$$\tan \Delta\alpha = \frac{-\ 3{,}295}{+\ 94{,}030} = 0{,}03504,$$

oder: $\Delta\alpha = -\ 2^0\,0'\,25'' = 357^0\,59'\,35''$

und: $\mathrm{I.II} = 94{,}088$ m;

also sehr gut stimmend.

Ferner ist:

$$\alpha_{\mathrm{I.II}} - \Delta\alpha = +\ 25^0\,41'\,50''$$

und daher die Streichwinkel:

$$\begin{aligned} \alpha_{\mathrm{I}\,T_1} &= 25^0\ 41'\ 50'' \\ \alpha_{T_1 T_2} &= 356\ 10\ 10 \\ \alpha_{T_2 T_3} &= 61\ 59\ 0 \\ \alpha_{T_3\,\mathrm{II}} &= 10\ 19\ 20 \end{aligned}$$

und: $\alpha_{T_3\,1} = \alpha_{T_3 T_2} + w_4$

$= 241^0\,59'\,0'' + 117^0\,9'\,10'' = 359^0\,8'\,10''$,

owie die Coordinaten:

	x	y
I :	+ 1510,659	+ 2755,842
T_1:	+ 1533,976	+ 2767,061
T_2:	+ 1564,201	+ 2765,037
T_3:	+ 1577,556	+ 2790,136
II :	+ 1596,819	+ 2793,644.

Da die so gefundenen Werthe für II mit den aus den gegebenen Coordinaten bis etwa 1 cm übereinstimmen, und die Millimeter doch nur als Rechnungsgrössen auftreten, so kann man ohne weiteres die gefundenen Coordinaten in die weitere Rechnung einführen

Grössere Abweichungen würde man durch eine Vertheilung etwa proportional den Coordinaten-Abschnitten zum Verschwinden bringen; braucht man die Streichrichtungen der zwischenliegenden Seiten, so sind sie aus den Coordinaten neu zu berechnen.

Ist der Anschluss an die beiden festen Punkte, die jetzt mit P_1 und P_n (Fig. 344) bezeichnet sein mögen, derart, dass man sich sowohl in P_1 als auch in P_n aufstellen und auf jeden dieser Punkte eine bekannte Streichrichtung $\alpha_{0\cdot 1}$, bezw. $\alpha_{n\cdot(n+1)}$ einstellen kann, so sind die Polygonwinkel $w_1, w_2, \ldots$ w_n und die Seitenlängen $s_1, s_2, \ldots s_{n-1}$ zu messen. Die Berechnung ist dann folgende: Man bildet, vom gegebenen Streichen $\alpha_{0\cdot 1}$ ausgehend, mit den beobachteten Polygonwinkeln w das Streichen

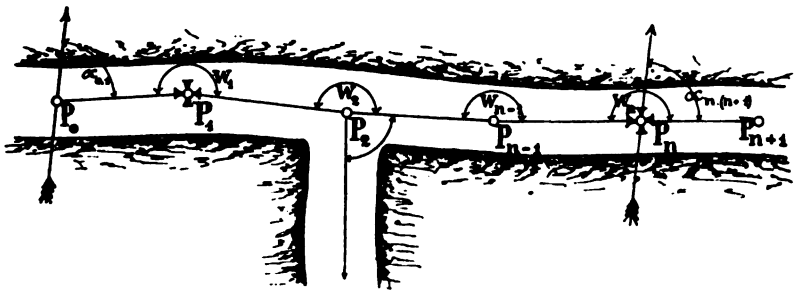


Fig. 344.

$\alpha'_{n(n+1)}$ der Linie $P_n P_{n+1}$, welches infolge der Beobachtungsfehler nicht mit dem gegebenen Werthe $\alpha_{n(n+1)}$ übereinstimmen wird Es ist nämlich:

$$\begin{aligned}
\alpha'_{1\cdot 2} &= \alpha_{0\cdot 1} + w_1 \pm 180^0 \\
\alpha'_{2\cdot 3} &= \alpha'_{1\cdot 2} + w_2 \pm 180^0 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\alpha'_{(n-1)n} &= \alpha'_{(n-2)(n-1)} + w_{n-1} \pm 180^0 \\
\alpha'_{n(n+1)} &= \alpha'_{(n-1)n} + w_n \pm 180^0,
\end{aligned}$$

woraus durch Addition folgt:

$$\alpha'_{n(n+1)} = \alpha_{0\cdot 1} + (w_1 + w_2 + \ldots + w_n) \pm n.180^0. \quad 226)$$

Setzt man nun die Differenz:

$$\alpha_{n(n+1)} - \alpha'_{n(n+1)} = f_w, \quad \ldots\ldots \quad 227)$$

so wird man diesen Winkelwiderspruch zum Verschwinden bringen, wenn man jeden Winkel w um die Grösse $\frac{f_w}{n}$ vermehrt, man erhält dann:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_{1\cdot 2} &= \alpha_{0\cdot 1} + w_1 + \frac{f_w}{n} \pm 180^0 \\
\alpha_{2\cdot 3} &= \alpha_{1\cdot 2} + w_2 + \frac{f_w}{n} \pm 180^0 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\alpha_{n(n+1)} &= \alpha_{(n-1)n} + w_n + \frac{f_w}{n} \pm 180^0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 228)$$

welcher Werth mit dem gegebenen $\alpha_{n(n+1)}$ übereinstimmen muss.

Unter Zugrundelegung dieser Streichwinkel und der Seiten $s_1, s_2, \ldots s_{n-1}$ berechnet man nun, von den gegebenen Coordinaten x_1, y_1 des Punktes P_1 ausgehend, die Coordinaten x'_n, y'_n des Punktes P_n, die ebenfalls von den gegebenen Grössen x_n, y_n abweichen werden. Bezeichnet man die einzelnen berechneten Coordinatenunterschiede mit $\Delta' x$, bezw. mit $\Delta' y$, so möge sein:

$$\left.\begin{aligned}
(x_2 - x_1) - (\Delta' x_1 + \Delta' x_2 + \ldots\ldots + \Delta' x_n) &= f_x \\
(y_2 - y_1) - (\Delta' y_1 + \Delta' y_2 + \ldots\ldots + \Delta' y_n) &= f_y
\end{aligned}\right\} \quad 229)$$

Diese Differenzen f_x und f_y bringt man zum Verschwinden, indem man jedes $\Delta' x$ verbessert um die Grösse $\frac{f_x}{\Sigma(\Delta' x)} \cdot \Delta' x$, und jedes $\Delta' y$ verbessert um $\frac{f_y}{\Sigma(\Delta' y)} \cdot \Delta' y$.

Die auf diese Weise gefundenen Coordinatenunterschiede geben alsdann die endgiltigen Coordinaten der Zwischenpunkte, aus denen unter Umständen die Streichrichtungen der einzelnen Zwischenstrecken nochmals zu berechnen sind.

Es möge hier ein einfaches Beispiel folgen, welches in tabellarischer Form zusammengestellt ist. Gegeben ist für die festen Anschlusspunkte 1 und 8:

(Tabelle siehe Seite 233.)

$y_1 = -567{,}892$, $x_1 = -2274{,}863$, $\alpha_{0 \cdot 1} = 10^0\,15'\,30''$;
$y_8 = -517{,}580$, $x_8 = -2164{,}401$, $\alpha_{8 \cdot 9} = 25\ 56\ 0$.

Die gemessenen Polygonwinkel w sind in der zweiten Rubrik eingetragen, ihre Summe beträgt:

$$1455^0\,39'\,10'',$$

die Sollsumme ist dagegen:

$$\alpha_{8 \cdot 9} - \alpha_{0 \cdot 1} + 8 \cdot 180^0$$

oder: $$1455^0\,40'\,30'',$$

daher $f_w = +1'20''$ und $\frac{f_w}{n} = +10''$, welcher Werth zu jedem gemessenen Polygonwinkel zuzufügen ist, worauf die Streichwinkel in der dritten Rubrik zum Stimmen kommen. Mit den Streichwinkeln und den gemessenen Seiten s berechnet man die $\Delta' y$ und $\Delta' x$ in Spalte 5 und 6; daraus folgt:

$$\Sigma(\Delta' y) = +50{,}290 \text{ und: } \Sigma(\Delta' x) = +110{,}503.$$

Andererseits ist: $y_8 - y_1 = +50{,}312$ und: $x_8 - x_1 = +110{,}462$,

hieraus: $f_y = +0{,}022$ und: $f_x = -0{,}041$,

sowie: $$\frac{f_y}{\Sigma(\Delta' y)} = +\frac{0{,}022}{50{,}290} = +0{,}000\,4375,$$

und: $$\frac{f_x}{\Sigma(\Delta' x)} = -\frac{0{,}041}{110{,}503} = -0{,}000\,3710.$$

Multiplicirt man diese Grössen mit den zugehörigen $\Delta' y$ oder $\Delta' x$, so erhält man die kleinen Verbesserungszahlen in Spalte 5 und 6, die mit den Δy und Δx vereinigt, die endgiltigen Längen und Breiten in Spalte 7 und 8 liefern.

Genauigkeit der Theodolitzüge.

Die Genauigkeit eines Theodolitzuges ist einmal abhängig von der Genauigkeit der Längenmessung, und zweitens von der Genauigkeit der Winkelmessung.

Strecke	Polygonwinkel w ° ′ ″	Streichwinkel α ° ′ ″	Seiten s Meter	Längenunterschied $\Delta' y$ Meter	Breitenunterschied $\Delta' x$ Meter	Länge y Meter	Breite x Meter	Bezeichnung des Punktes
0—1		10 15 30				— 567,892	— 2274,863	1
	+ 10			+ 1	— 5			
1—2	182 29 40	12 45 20	14,117	+ 3,117	+ 13,769	— 564,774	— 2261,099	2
	+ 10			+ 5	— 11			
2—3	189 37 50	22 23 20	30,090	+ 11,461	+ 27,822	— 553,308	— 2233,288	3
	+ 10			+ 1	— 7			
3—4	165 43 40	8 7 10	19,129	+ 2,702	+ 18,937	— 550,605	— 2214,358	4
	+ 10			+ 3	— 4			
4—5	203 44 50	31 52 10	11,444	+ 6,042	+ 9,719	— 544,560	— 2204,643	5
	+ 10			+ 6	— 8			
5—6	180 41 20	32 33 40	27,035	+ 14,550	+ 22,786	— 530,004	— 2181,865	6
	+ 10			+ 3	— 3			
6—7	180 39 10	33 13 0	10,450	+ 5,725	+ 8,742	— 524,276	— 2173,126	7
	+ 10			+ 3	— 3			
7—8	184 15 40	37 28 50	10,999	+ 6,693	+ 8,728	— 517,580	— 2164,401	8
	+ 10		123,264	+ 50,290	+ 110,503			
8—9	168 27 00	25 56 0						
	1455 39 10		soll:	+ 50,312	+ 110,462			
soll:	1455 40 30			+ 0,022	— 0,041			
	+ 1 20			$= f_y$	$= f_x$			
	$= f_w$			$f_s =$	0,046			

Ueber die Genauigkeit der Längenmessung ist bereits auf Seite 98 und 99 das Nöthige gesagt worden.

Die Genauigkeit der Winkelmessung mit dem Theodoliten kann man auf verschiedene Weise aus den Beobachtungen ermitteln.

Erstens kann man aus den Beobachtungen auf den einzelnen Theodolitstandpunkten die mittleren Fehler m_w der Winkelmessung aus einer grösseren Anzahl von Beobachtungen herleiten.

Sind einfache Winkel gemessen worden, oder haben Repetitionen eines Winkels mehrfach stattgefunden, so ergiebt sich der mittlere Winkelfehler aus den Abweichungen v der Einzelbeobachtungen vom arithmetischen Mittel aus der Gleichung:

$$m_w = \sqrt{\frac{[v\,v]}{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 230)$$

Sind dagegen Richtungen in vollen Sätzen, die also sämmtliche Zielpunkte enthalten, bezogen auf eine Richtung als Nullrichtung, gemessen, so bestimmt sich der mittlere Fehler auf folgende Weise: Man bildet für jeden Satz, deren Anzahl G sein mag, sowie für jeden Zielpunkt, deren Anzahl mit Einschluss der Nullrichtung gleich s ist, die Abweichungen v der Einzelbeobachtungen vom arithmetischen Mittel in folgender Zusammenstellung:

Satz	Zielpunkt					Horizontale Summe
	1	2	3	. . . .	s—1	s	
I	$v'_I = 0$	v''_I	v'''_I	. . . . .	v_I^{s-1}	v_I^s	$[v_I]$
II	$v'_{II} = 0$	v''_{II}	v'''_{II}	. . . . .	v_{II}^{s-1}	v_{II}^s	$[v_{II}]$
III	$v'_{III} = 0$	v''_{III}	v'''_{III}	. . . . .	v_{III}^{s-1}	v_{III}^s	$[v_{III}]$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . . . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . . . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . . . .	. . .	. . .	. . .
G	$v'_G = 0$	v''_G	v'''_G	. . . . .	v_G^{s-1}	v_G^s	$[v_G]$
Summe	0	0	0	. . . . .	0	0	0

In vorstehender Zusammenstellung sind ausser den vertikalen Summen, die nothwendiger Weise bis auf Rechnungsgrössen gleich Null sein müssen, auch die horizontalen Summen für jeden Satz gebildet worden, die mit $[v_I]$, $[v_{II}]$ . . . $[v_G]$ bezeichnet sind.

Sind die einzelnen v und [v] gebildet, für welche Bestimmung die Rechenprobe der Vertikalsummen gleich Null vorhanden ist, so ergiebt sich der mittlere Fehler m_r einer Richtung zu:

$$m_r = \sqrt{\frac{[VV]}{(s-1)(G-1)}} \quad \ldots\ldots \quad 231)$$

Die Grösse [VV] setzt sich nun unter Zugrundelegung der obigen v und [v] zusammen aus:

$$[VV] = [vv] - \frac{1}{s}\Big[[v][v]\Big] \quad \ldots\ldots \quad 232)$$

worin [vv] die Summe der Quadrate der $(s-1).G$ vorhandenen v, also:

$$\begin{aligned}[vv] = {} & v_I''^2 + v_I'''^2 + \ldots\ldots + v_I^{s-1\,2} + v_I^{s2} \\ & + v_{II}''^2 + v_{II}'''^2 + \ldots\ldots + v_{II}^{s-1\,2} + v_{II}^{s\,2} \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & + v_G''^2 + v_G'''^2 + \ldots\ldots + v_G^{s-1\,2} + v_G^{s\,2}\end{aligned}$$

und $\Big[[v][v]\Big]$ die Summe der Quadrate sämmtlicher G vorhandenen Horizontalsummen [v], also:

$$\Big[[v][v]\Big] = [v_I]^2 + [v_{II}]^2 + \ldots\ldots + [v_G]^2$$

darstellt.

Für das auf Seite 219 angeführte Beispiel ergiebt sich nach dem Vorhergehenden in der Zusammenstellung:

Satz	Zielpunkt				Horizontale Summe
	Schlossthurm	Friedeburg	Conradsdorf	Reiche Zeche	
I	− 6″	+ 1″	+ 11″	− 1″	+ 5″
II	− 3	+ 4	+ 6	− 6	+ 1
III	+ 2	+ 1	− 4	+ 3	+ 2
IV	+ 9	− 6	− 12	+ 3	− 6
Summe	+ 2	0	+ 1	− 1	+ 2

Hieraus folgt:

$$[vv] = 556, \quad \Big[[v][v]\Big] = 66,$$
$$s = 5, \qquad G = 4,$$

und daher:

$$m_r = \pm 6,''7.$$

Die beiden angegebenen Methoden geben den mittleren Fehler der Winkelmessung allein, Excentricitätsfehler in der Aufstellung des Theodolits oder der Signale kommen hierbei nicht zum Ausdruck

Diese zeigen sich vielmehr erst, wenn man den mittleren Winkelfehler aus Dreiecks- oder Polygonschlüssen ableitet;

infolgedessen wird dieser so gefundene Werth meist grösser ausfallen, als der aus den reinen Beobachtungen abgeleitete. Sowohl bei einer Messung der Winkel eines Dreiecks oder eines Polygonzuges, welcher in sich geschlossen ist, oder an feste Punkte sich angliedert, ergiebt sich infolge der Beobachtungsfehler ein Schlussfehler, und es lässt sich aus diesen der mittlere Winkelfehler auf folgende Weise bestimmen:

Liegt eine grössere Anzahl von n Dreieckswidersprüchen $\Delta_1, \ldots \Delta_n$ vor, so ist der mittlere Dreiecksfehler M:

$$M = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 233)$$

und da ein Dreieck drei Winkel besitzt, der mittlere Winkelfehler m_w:

$$m_w = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{3n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 234)$$

und der mittlere Richtungsfehler m_r, da sich der Winkel aus zwei Richtungen zusammensetzt:

$$m_r = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{6n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 235)$$

Verfasser fand beispielsweise aus den 328 Dreieckswidersprüchen, die sich bei den Uebungsmessungen der Studirenden in der Freiberger Umgebung zeigten:

$$[\Delta\Delta] = 213289$$

und daher:

$$M = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} = \sqrt{\frac{213289}{328}} = \pm 25'',5$$

$$m_w = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{3n}} = \sqrt{\frac{213289}{3.328}} = \pm 14'',8$$

$$m_r = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{6n}} = \sqrt{\frac{213289}{6.328}} = \pm 10'',4.$$

Die bei diesen Messungen benutzten Theodoliten waren kleinere Konstruktionen mit $^1/_2{}^0$ Theilung und Nonienablesungen, wie sie die Markscheider benutzen; ihre Aufstellung geschah auf dem Stativ unter Anwendung des Lothes, welches auch zum Senkrechtstellen der anzuzielenden Signalstangen diente. Die Längen der Dreiecksseiten schwankten zwischen 50 m und 300 m.

Nach dem Angeführten kann man also:

$$m_w = \pm 15''$$

setzen.

Denselben Werth hat Professor Dr. Jordan bei Gelegenheit der Stadtvermessung von Linden bei Hannover (Handbuch der Vermessungskunde 1888. II. Band, Seite 327) aus 14 Polygonzügen mit 88 Winkelpunkten, aber mit Centrirungsvorrichtungen für Theodolit und Signal gefunden.

Da nun bei der Winkelmessung in einem Polygone von n Eckpunkten, oder beim Anschluss eines Polygonzuges an feste Punkte mit n Aufstellungspunkten, der mittlere Fehler m_w an jedem Punkte begangen werden kann, so ergiebt sich als mittlerer Polygonschlussfehler oder als mittlerer Anschlussfehler nach den Lehren der Ausgleichungsrechnung:

$$f_w = m_w \sqrt{n} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 236)$$

Setzt man den grössten, vorkommenden Werth von f_w gleich dem vierfachen mittleren Fehler, so wird der Maximalwerth $f_{w\,max}$ nur 1mal unter 10000 Fällen erreicht werden.

Man bekäme dann:

$$f_{w\,max} = 1',0 \sqrt{n} \quad \ldots \ldots \quad 236\,a)$$

als grössten zulässigen Schlussfehler.

Die preussische „Anweisung Nr. IX vom 25. Okt. 1881 für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten bei Erneuerung der Karten und Bücher des Grundsteuerkatasters" geht noch etwas weiter, indem sie setzt:

$$\left.\begin{aligned} f_{w\,max} &= 1',5 \sqrt{n} \text{ für alte Theilung} \\ f_{w\,max} &= 3,'0 \sqrt{n} \text{ für neue Theilung} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 236\,b)$$

Die meisten Messungen bleiben aber weit unter dieser Grenze.

Der mittlere Fehler m_w der Winkelmessung erzeugt nun bei einem Polygonzug ebenfalls eine Verschiebung der einzelnen Brechpunkte.

Betrachtet man der Einfachheit halber einen nahezu geradlinigen Zug von der Länge L, der aus n gleichen Strecken von der Länge s besteht, so werden die Längenmessfehler nur in der Richtung des Zuges, also nur verlängernd oder verkürzend wirken. Der mittlere Winkelfehler dagegen bringt allein eine Querverschiebung zum Zuge q_m an dessen Ende hervor.

Ist der mittlere Winkelfehler m_w in Sekunden gegeben, so erzeugt derselbe am Ende des Zuges eine Querverschiebung q:

vom ersten Punkte herrührend: $q_1 = \pm \frac{n\,s}{\varrho''} . m_w$,

„ zweiten „ „ $q_2 = \pm \frac{(n-1)s}{\varrho''} . m_w$,

. . . . . .

„ (n — 1)ten „ „ $q_{n-1} = \pm \frac{2 . s}{\varrho''} . m_w$,

„ nten „ „ $q_n = \pm \frac{1 . s}{\varrho''} . m_w$,

und hieraus, da die q sowohl positiv als negativ auftreten können, die mittlere Gesammtverschwenkung q_m am Ende des Zuges:

$$q_m = \sqrt{q_1^1 + q_2^2 + \ldots\ldots + q_{n-1}^2 + q_n^2},$$

also:

$$q_m = \frac{s \cdot m_w}{\varrho''} \sqrt{1^2 + 2^2 + \ldots\ldots + (n-1)^2 + n^2}$$

oder:

$$q_m = \frac{s \cdot m_w}{\varrho''} \sqrt{\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 237)$$

Für $s = 100$ m und $m_w = 15''$ berechnet sich hiernach folgende kleine Tafel:

Seitenzahl n	Zuglänge $L = n \cdot s$	Mittlere Querverschiebung q_m	Relativer Fehler $\frac{q_m}{L}$
5	500	0,054	1:9300
10	1000	0,143	1:7000
15	1500	0,256	1:5900
20	2000	0,390	1:5100
25	2500	0,540	1:4600
30	3000	0,707	1:4200
35	3500	0,888	1:3900
40	4000	1,082	1:3700

Die letzte Spalte vorstehender Tafel enthält noch den relativen Fehler $\frac{q_m}{L}$, derselbe ergiebt sich im Mittel zu 1:5500. Aus der Tafel lassen sich auch bequem für andere Werthe von s und m_w die zugehörigen q_m ableiten.

Als höchste Grenze der Gesammtverschwenkung am Ende des Zuges würde man auch hier wieder die Grösse $4\,q_m$ anzusehen haben. Erreicht in Gleichung 237 das n einen einigermassen hohen Werth, so kann man die Glieder von der zweiten Ordnung (einschliesslich) abwärts vernachlässigen, und man erhält:

$$q_m = \frac{s \cdot m_w}{\varrho''} \sqrt{\frac{n^3}{3}},$$

oder wenn man den Werth:

$$n = \frac{L}{s} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 238)$$

einführt

$$q_m = \frac{m_w}{\varrho'' \sqrt{3}} \sqrt{\frac{L^3}{s}} = 0{,}577 \cdot \frac{m_w}{\varrho''} \sqrt{\frac{L^3}{s}} \quad \ldots \quad 239)$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich, dass man bei Theodolitzügen die Schnurlängen möglichst gross nehmen muss, um eine kleine Querverschiebung am Ende des Zuges zu erhalten.

Beim Kompasszug lagen die Verhältnisse umgekehrt.

Vergleicht man beide Arten Züge, so ist beim Theodolitzug im Allgemeinen zwar der mittlere Winkelmessungsfehler kleiner, dagegen die Fehlerfortpflanzung ungünstiger als beim Kompasszuge.

Den im vorstehenden angeführten theoretischen Bedingungen eines nahezu gestreckten Zuges von gleicher Seitenlänge kann man selbstredend in der Praxis nicht immer Genüge leisten, infolgedessen wird auch die Querverschiebung meist etwas grösser ausfallen, als Gleichungen 237 und 239 liefern.

Ausserdem wird durch die Fehler in der Längenmessung noch eine Vergrösserung des Anschlussfehlers eines Zuges oder des Schlussfehlers eines geschlossenen Polygones herbeigeführt werden.

Die Vertheilung der Schlussfehler geschieht auf möglichst einfache Weise; den Fehler im Winkelschluss, wenn er der Gleichung 236 genügt, vertheilt man gleichmässig auf die gemessenen Winkel. Berechnet man mit diesen so verbesserten Polygonwinkeln und den gemessenen Seiten die Coordinaten, so werden diese im allgemeinen ebenfalls einen Schlussfehler zeigen und zwar sowohl in der Richtung der X-, als auch in der Richtung der Y-Achse. Bezeichnet man den ersten mit f_x, den zweiten mit f_y, so ist der Gesammtschlussfehler f_s:

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad \ldots \quad 240)$$

Für die zulässige Grösse von f_s giebt die Anweisung IX die folgenden Werthe, die für drei verschiedene Verhältnisse gelten:

I. unter günstigen oder weniger günstigen Verhältnissen höchstens:

$$f_s = 0{,}01 \sqrt{4\,[s] + 0{,}005\,[s]^2}$$

II. unter mittleren Verhältnissen höchstens:

$$f_s = 0{,}01 \sqrt{6\,[s] + 0{,}0075\,[s]^2} \quad \ldots \quad 241)$$

III. unter ungünstigen Verhältnissen höchstens:

$$f_s = 0{,}01 \sqrt{8\,[s] + 0{,}01\,[s]^2}$$

worin [s] die Summe der gemessenen Seiten bezeichnet. Aus der Tabelle Seite 34 daselbst kann man dann mit dem Eingang [s] ohne weiteres die Grösse von f_s für die drei angegebenen Verhältnisse entnehmen.

Die vorhandenen Schlussfehler f_x und f_y kann man dann entweder gleichmässig auf die Coordinatenunterschiede, oder proportional diesen selbst vertheilen, wie dies in dem Beispiele Seite 233 angegeben ist.

Es sind noch andere Vertheilungsmöglichkeiten vorhanden, eine eingehende Betrachtung über diesen Gegenstand befindet sich sowohl in Anweisung IX als auch hauptsächlich in dem klassischen Werke von F. G. Gauss: „Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmesskunst," auf welches hiermit verwiesen wird.

VII. Abschnitt.

Direkte Höhenmessung. Höhenmessung mit abgesetzten Lothen. Nivellement. Trigonometrische Höhenmessung.

Höhenmessungen.

Zur Bestimmung der Höhen einzelner Punkte ist es nothwendig, einen gemeinschaftlichen Ausgangspunkt für sämmtliche Höhen zu wählen; meist nimmt man dazu den allgemeinen Horizont der Landesvermessung, also etwa den Meeresspiegel oder wie jetzt fast allgemein in Deutschland, den Punkt Normal-Null, der in der Berliner Sternwarte festgelegt ist. Man bezeichnet dann die Höhen der einzelnen Punkte als absolute oder auch als Höhen über Normal-Null (N. N.).

Die Höhenbestimmungen laufen immer auf die Ermittelung von Höhenunterschieden zwischen zwei oder mehreren Punkten hinaus, und diese kann auf vier verschiedene Weisen geschehen:

1. direkt,
2. mit abgesetzten Lothen,
3. geometrisch durch sog. Nivellement und
4. auf trigonometrischem Wege.

Die direkte Höhen- oder Teufenmessung

kommt hauptsächlich bei seigeren Schächten in Anwendung oder bei Punkten, die senkrecht übereinander liegen, deren Abstand also ohne weiteres durch Anhängen eines Bandes oder durch Anlegen eines Maassstabes gemessen werden kann.

Beim Messen von Schachtteufen im seigeren Schachte sind mehrere Methoden gebräuchlich.

a. Bei der von Benzenberg vorgeschlagenen Methode wird in den Schacht ein besonderes Lothseil eingehangen, welches über Tage über eine Messbank von bekannter Länge hinweggeführt werden kann (Fig. 345). Auf das Lothseil, welches am unteren Ende mit einem Gewichte belastet ist, werden nach dem Einhängen in den Schacht die in den einzelnen Strecken befindlichen Höhenpunkte,

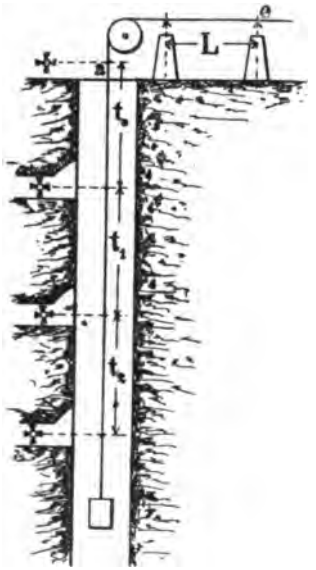


Fig. 345.

deren Höhenunterschied zu ermitteln ist, horizontal übertragen und auf irgend eine Weise bezeichnet, etwa durch umgebundene Fäden oder durch angesteckte Klammern. Die Messung der Abstände t der so bezeichneten Punkte geschieht nun derart, dass das Lothseil über die Messbank heraufgeholt wird, bis etwa der erste auf das Lothseil übertragene Punkt a mit e auf der Messbank zusammenfällt. Hierauf wird die Länge L der Messbank auf dem Seile abgetragen, dieses weiter aufgeholt, bis der so bezeichnete Punkt wieder mit e der Messbank zusammenfällt und so fort, bis der folgende am Lothseile bezeichnete Teufenpunkt auf der Messbank erscheint, wobei dann das Endstück mit einem besonderen Maassstabe gemessen wird. Als Lothseil benutzt man nicht die gewöhnlichen Verziehschnüre, sondern am besten Drähte.

Die auf der Messbank befindliche konstante Länge L kann natürlich auch senkrecht im Schachte auf irgend eine Weise dargestellt werden.

Unter Umständen kann auch das Förderseil zur Tiefenmessung benutzt werden, indem man die einzelnen Höhenpunkte auf dieses überträgt und den Abstand derselben mit Maassstäben am Förderseile bei sehr langsamem Aufholen desselben ermittelt. Dies Verfahren ist wegen der Theerung des Förderseils und des dadurch bedingten Klebens der Messstäbe, bes. bei frisch getheertem Seile, nicht sehr genau.

Man kann auch das Lothseil über eine Rolle führen, deren Umfang genau bekannt ist und deren volle Umdrehungen durch ein Zählwerk bezeichnet werden, Theile der Umdrehungen werden an dem getheilten Umfange selbst abgelesen.

b) Vielfach ist das Messen der Schachttiefen mit dem Stahlbande sehr gebräuchlich (Fig 346). Es geschieht dies entweder vom Fahrschacht aus, den Leitbaum entlang, oder vom Gestell aus im Treibeschacht selber. Im ersten Falle wird an der Hängebank ein Nagel in den Leitbaum geschlagen, dessen Höhenlage gegen einen bekannten Höhenfestpunkt ermittelt wird. An diesen Nagel wird der Bandring, in den eine der Schachttiefe entsprechende Markscheiderschnur geschlungen ist, angehangen und das Band in den Schacht herabgelassen. Das ungefähre Ende des Bandes wird am Leitbaum wieder durch einen Nagel, von derselben Dicke wie der erste, bezeichnet und das Endstück bis Oberkante Nagel mit der Schmiege ge-

Fig. 346.

messen. Sodann wird das Band von dem an der Hängebank stehenden Gehilfen, nach gegebenem Signal, mittels der Schnur bis zu dem eben geschlagenen Nagel herabgelassen, der Bandring wieder angehangen und so fortgefahren, bis man an die betreffende Sohle gelangt.

Dies Verfahren ist nur dann anwendbar, wenn der Leitbaum, in den die Nägel geschlagen werden, von dem Fahrschachte aus bequem zu erreichen ist. Ist dies nicht angängig, so geschieht die Messung vom Gestell aus. Am zweckmässigsten werden bei beiden Verfahren möglichst lange Bänder zur Messung benutzt.

Bei der Messung vom Gestell aus steht der Markscheider mit den Gehilfen entweder — und das ist das weniger empfehlenswerthe — auf dem Dache des Gestelles, wobei natürlich Sicherheitsvorrichtungen getroffen werden müssen, oder wenn das Dach aufklappbar ist, im Gestell selber und das ist das bequemere und sichere. Das Anhängen des Bandes geschieht dann an gleichstarke Nägel, die entweder in den Leitbaum oder zweckmässiger in die Einstriche geschlagen werden. Beim Einschlagen der Nägel in den Leitungsbaum ist darauf zu achten, dass dieselben nicht durch den Führungsschuh des Gestelles weggerissen werden können Die Messung geschieht in der folgenden Weise: Der Bandring wird in der ungefähren Höhe der Hängebank an den ersten Nagel, dessen absolute Höhe auf irgend eine Weise ermittelt wird, angehangen, das Gestell langsam um die ungefähre Bandlänge niedergetrieben, wobei das Band ruhig vom Gehäuse abläuft, nach Halten des Gestelles am Ende des Bandes in den nächstliegenden Einstrich oder in den Leitungsbaum ein Nagel geschlagen und sein Abstand von dem vorhergehenden gemessen. Nach Aufzeichnung des Ergebnisses der Messung wird zur leichteren Auffindung des betreffenden Nagels über diesen ein Stück Papier gesteckt, das Gestell wieder langsam aufgeholt und hierbei das Messband wieder in dem Gehäuse aufgerollt. Am ersten Nagel angelangt, wird der Bandring abgehangen, dann das Gestell wieder niedergetrieben, der Bandring am zweiten Nagel angehangen, das Gestell eine Bandlänge tiefer getrieben, ein Nagel geschlagen, die Entfernung gemessen und so fort, bis man an die betreffende Sohle gelangt, auf der Höhenpunkte zu bestimmen sind. Auf diese Weise lässt sich in sehr kurzer Zeit die Teufenmessung sehr sicher ausführen, so beanspruchte z. B. eine doppelte Messung einer Tiefe von etwa 500 Meter eine Zeit von 50 Minuten, beide Messungen, die mit veränderten Nägeln vorgenommen wurden, wichen von einander 3 mm ab. Zur Berücksichtigung der Temperatur wird nach jeder Bandlänge ein auf dem Gestell mitgeführtes Thermometer abgelesen.

Die Messung der Abstände der einzelnen Nägel erfolgt von Oberkante zu Oberkante, und da die Nägel gleiche Stärke haben, so kommt diese nicht weiter in Betracht; es ist nur beim Anschluss der Endpunkte darauf Rücksicht zu nehmen, dass die Oberkante der Nägel in Bezug auf ihre Höhe bestimmt ist.

In Figur 346 ist im Grundriss angedeutet, an welche Stelle die Nägel am besten eingeschlagen werden; der linke Theil gilt für Gestellförderung, bei der man die Nägel kaum in den Leitungsbaum einschlagen kann. Der rechte Theil stellt eine Tonnenförderung vor, bei welcher man die Nägel entweder seitwärts in den Leitbaum oder auch die Einstriche schlägt.

Auf diese Weise läuft man am wenigsten Gefahr, dass die Nägel beim Auf- und Niedertreiben weggerissen werden.

Bei der Messung von Teufen mit dem freihängenden Bande ist noch zu berücksichtigen, dass die Länge des Bandes auf dem Vergleichsapparat in horizontaler Lage des Bandes bestimmt ist, wodurch eine gewisse Reibung erzeugt wird, die aber durch Vergrösserung des Spannungsgewichtes unschädlich gemacht werden kann. Zu dem vom Gehilfen ausgeübten Zuge des Bandes kommt nun beim vertikalhängenden Bande noch das Eigengewicht des Bandes hinzu, die Verlängerung Δl hierdurch ist nach mechanischen Beziehungen:

$$\Delta l = \frac{1}{2} \frac{G}{FE} L \quad \ldots \ldots \ldots \quad 242)$$

worin G das Gewicht des Bandes von der Länge L in Kilogrammen, F den Querschnitt des Bandes und E den Elasticitätsmodul bezeichnet, die Länge L und der Querschnitt F ist hierbei auf Millimeter zu beziehen. Für die gebräuchlichen Grubenbäunder ist F rund 4 qmm, ferner das Gewicht des laufenden Meters etwa 30 gr, der Elasticitätsmodul $E = 20000$, so dass z. B. für ein 50 m langes Band die durch das Eigengewicht herbeigeführte Verlängerung $\Delta l = 0{,}5 \text{ mm} = \frac{1}{100000}$ der Länge beträgt, also vernachlässigt werden kann gegenüber der Verlängerung des Bandes durch den vom Gehilfen beim Spannen des Bandes ausgeübten Zuges. Ist dieser gleich P in Kilogrammen, so ergiebt sich nach mechanischen Gesetzen die Verlängerung:

$$\Delta L = \frac{P}{FE} \cdot L \quad \ldots \ldots \ldots \quad 243)$$

welche Gleichung wieder auf Kilogramm und Millimeter bezogen giltig ist. Während demnach der auf das Band ausgeübte Zug in seiner ganzen Grösse in die Verlängerung des Bandes eingeht, ist dies beim Eigengewicht nur mit seiner Hälfte der Fall.

Auch bei den Teufenmessungen ist die Temperatur nach den früher (Seite 95) angegebenen Regeln zu berücksichtigen, da sie bei höheren Werthen und grossen Schachttiefen leicht beträchtlich werden kann.

Bei Teufenmessungen, die am Leitbaum entlang vom Fahrschacht ausgeführt werden, kann es vorkommen, dass man unterwegs von einem Leitbaum auf den andern übergehen muss, z. B. dann, wenn die Fahrten theilweise auf verschiedenen Seiten des Schachtes herunter gehen. An der Stelle, wo der Wechsel eintritt, werden alsdann in beide Leitbäume Nägel von gleichem Durchmesser

geschlagen und ihr Höhenunterschied bestimmt. Dies geschieht entweder mit Gradbogen und Schnur oder mit Hilfe des Nivellirinstrumentes, wobei als Latte zweckmässig kleine Millimetermaassstäbe benutzt werden, die auf die Nägel aufgesetzt und gehalten werden. Die Bandmessung geht dann vom Nagel in demjenigen Leitbaum weiter, an dem die Fahrt hinführt.

Im Harze geschieht die Teufenmessung mit dem von Borchers konstruirten Maassgestänge im Fahrschachte selbst. Das Maassgestänge besteht aus einzelnen Stäben aus 4—6 mm starkem Stahldraht, die eine Länge von 1 oder 2 m haben. Die einzelnen Stäbe sind an ihren Enden rechtwinklig zur Längenachse abgeschnitten und tragen Gewinde, so dass sie unter Benutzung von Messingmuffen zu beliebigen Längen zusammen geschraubt werden können.

Die Messung erfolgt gewöhnlich im Fahrschachte, da man für das Zusammenschrauben, Tieferhängen und Anziehen des Gestänges Raum haben muss. Sind Bühnen vorhanden, so müssen dieselben durchbohrt werden, was viel Zeit in Anspruch nimmt Ausserdem wird das Gestänge auf eine grössere Länge ziemlich schwer und kann bei einem Bruche gefährlich werden. Hingegen hat es den Vortheil, dass es von selbst vertikal hängt.

Jedenfalls führt die Messuug mit dem Bande schneller und ebenso sicher zum Ziele.

Die Messung mit abgesetzten Lothen

dient zur Ermittlung der Tiefen in flachfallenden (tonnlägigen) Schächten, man misst dabei vom Hangenden zum Liegenden in senkrechter Richtung soweit als es angängig ist, geht dann mit Hilfe einer Setzlibelle, Hängelibelle oder des Gradbogens wieder horizontal ins Hangende und so fort. Nach der Figur 347 ist sodann die gesammte Teufe L

$$L = l_1 + l_2 + \ldots \ldots \ldots \quad 244)$$

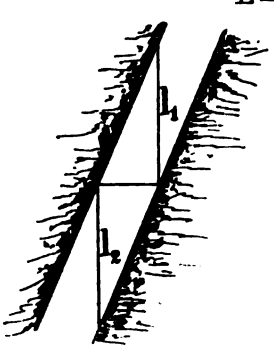


Fig. 347.

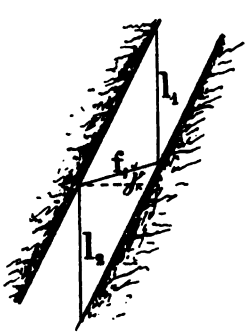


Fig. 348.

Da das horizontale Herübergehen vom Liegenden zum Hangenden manchmal unbequem ist, so kann man auch unter einem beliebigen Neigungswinkel γ herübergehen, es muss nur dann die flache Länge f der Linie abgemessen werden, in diesem Falle ist dann die Gesammtseigerteufe L (Fig. 348):

$$L = l_1 + l_2 + \ldots + f_1 \sin\gamma_1 + f_2 \sin\gamma_2 + \quad \ldots \quad 245)$$

Die Strecken l wählt man am zweckmässigsten kleiner als die Bandlänge, oder man wählt umgekehrt nach dem Fallwinkel des Schachtes die Länge des Bandes.

An Genauigkeit steht im allgemeinen die Messung mit abgesetztem Lothe einer direkten Messung nach.

In sehr wenig geräumigen Strecken mit nicht zu starkem Fall wendet man manchmal auch zwei senkrecht stehende Stäbe an, die von ihren unteren Aufsatzpunkten aus getheilt sind. An diesen Latten sind Schieber beweglich, die an einer Seite eine Schraube zum Feststellen, an der andern einen Haken zum Anhängen einer Schnur tragen. Zwischen diesen Haken wird eine Schnur straff ausgespannt, in ihrer Mitte eine Hängelibelle oder ein Gradbogen angehangen und der Schieber an der einen Latte solange gehoben oder gesenkt, bis die Schnur horizontal ist. Der Unterschied der Schieberabstände vom Aufstellungspunkt der Latten giebt dann den Höhenunterschied.

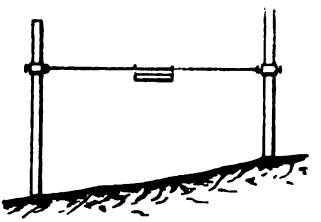


Fig. 349.

Der Natur der Sache nach ist der Genauigkeitsgrad dieser Methode kein hoher.

Das Nivellement.

Den grössten Genauigkeitsgrad in der Bestimmung von Höhenunterschieden bietet das Nivellement, welches über Tage sehr vielfach, in der Grube besonders bei wenig geneigten Strecken zur Anwendung gelangt.

Da die Nivellements in der Grube im allgemeinen genau so wie über Tage angeführt werden, so mögen sie hier auch nur verhältnissmässig kurz behandelt werden; dagegen soll die Prüfung und Berichtigung der Nivellirinstrumente ausführlich besprochen werden.

Die in der Grube gebräuchlichen Nivellirinstrumente sind dieselben wie für die Messungen über Tage, man zieht nur meist die kleineren, leichteren Instrumente vor, an denen alle Theile fest sind. Diese haben den Vortheil des geringeren Gewichtes, es können auch nicht leicht Theile herunterfallen oder verloren gehen; andrerseits haben sie den

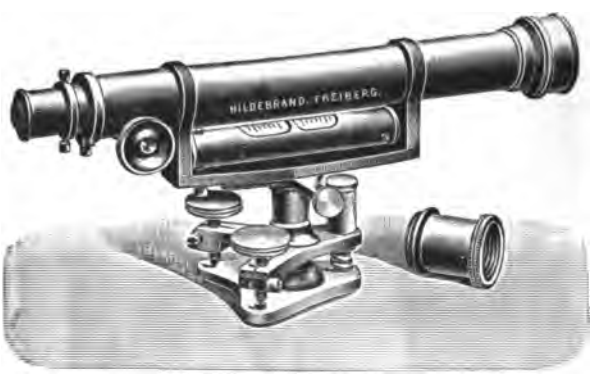


Fig. 350.

Nachtheil, dass sie sich etwas schwieriger prüfen und berichtigen lassen.

Sehr zweckmässig ist die in Figur 350 dargestellte Form. Sind die Strecken niedrig, so leistet oft ein Libellenspiegel gute Dienste, mit Hilfe dessen man vom Okular aus die Stellung der Libellenblase ablesen kann.

Prüfung und Berichtigung der Nivellirinstrumente.

I. Nivellirinstrumente mit festverbundenem Fernrohr und festverbundener Libelle (Fig. 351 und 352).

1. Beseitigung des parallaktischen Fehlers des Fernrohrs. Wie auf Seite 68 und 69 angegeben.

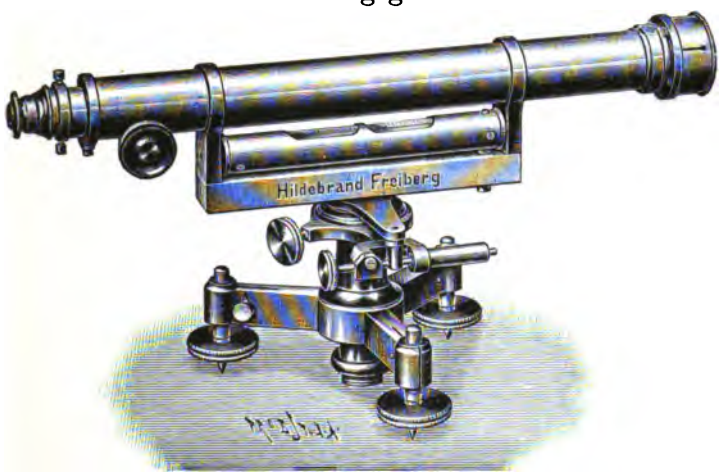


Fig. 351.

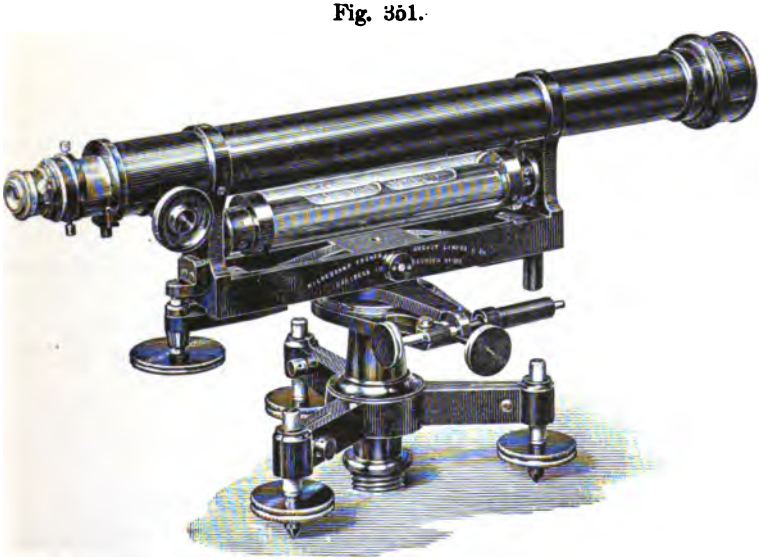


Fig. 352.

2. Senkrechtstellung der Libellenachse zur Vertikalachse.

Man dreht die Libelle in die Richtung einer Dreifussschraube und bringt sie mit dieser zum Einspielen. Dreht man nun die Libelle um 180° um die vertikale Achse, so muss die Libelle wieder einspielen. Ist dies nicht der Fall und besitzt das Nivellirinstrument keine Neigungsschraube, so ist die eine Hälfte des Libellenausschlages an der Dreifussschraube, die andre Hälfte an den vertikalwirkenden Berichtigungsschrauben der Libelle zu beseitigen. Hat das Instrument eine Neigungsschraube, so ist der Ausschlag zur einen Hälfte an dieser, zur anderen an der Dreifussschraube zu beseitigen.

3. Herbeiführung der parallelen Lage zwischen Zielachse und Libellenachse.

a) Durch Gauss'sche Hilfsfernrohre stellt man die Zielachse senkrecht auf die vertikale Umdrehungsachse, wodurch sie parallel zur Libellenachse wird. Ein bei der Prüfung sich zeigender Ausschlag ist an den vertikalen Fadenkreuzschräubchen zu halbiren.

b) Man bestimmt den Höhenunterschied H zweier festen Punkte P_1 und P_2, Fig. 353, die etwa 80—100 m von einander entfernt sind, zuerst durch Nivelliren aus der Mitte, bei welchem die Entfernung des Instrumentes von beiden Latten

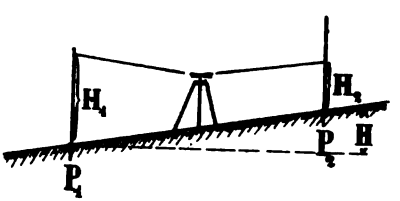


Fig. 353.

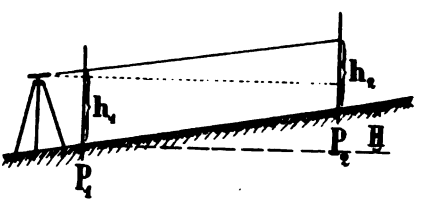


Fig. 354.

gleich gross ist. Sind hierbei die Ablesungen an den Latten H_1 und H_2, so ist der fehlerfreie Höhenunterschied:

$$H = H_1 - H_2.$$

Dann stellt man das Instrument so nahe an den einen der beiden Punkte P_1 oder P_2 (Fig. 354), dass das Zielen nach dem nächsten Punkte noch möglich ist, und liest bei einspielender Libelle an der in P_1 stehenden Latte, also an der nahen, die Zielhöhe h_1, an der in P_2 stehenden, also an der entfernten, die Zielhöhe h_2 ab.

Ist der Parallelismus zwischen Ziel- und Libellenachse vorhanden, so muss bei der zweiten Aufstellung sein:

$$H = h_1 - h_2.$$

Ist dagegen der Parallelismus zwischen Zielachse und Libellenachse nicht vorhanden, so wäre der Unterschied der Zielhöhen h_1 und h_2 von H verschieden. Man berechnet

sich nun aus der letzten Gleichung die Zielhöhe h_2, da wegen der geringen Entfernung des Instruments von der nahestehenden Latte die Zielhöhe h_1 als richtig angenommen werden kann. Auf diese so berechnete Zielhöhe an der entfernteren Latte bringt man den horizontalen Faden mittels der senkrechtwirkenden Fadenkreuzschräubchen zum Einstehen.

Zum Beispiel sei: $H_1 = 3{,}425$, $H_2 = 0{,}718$, dann ist $H = +2{,}707$ m, ferner sei $h_1 = 3{,}168$, und $h_2 = 0{,}410$, woraus der Höhenunterschied H sich zu $+2{,}758$ m ergiebt. Die an der im entfernteren Punkte stehende Latte abzulesende Zielhöhe berechnet sich nun zu: $h_2 = h_1 - H$,

oder: $+3{,}168 - 2{,}707 = +0{,}461$,

auf welche Ablesung das Fadenkreuz bei der Zielung nach der entferntern Latte mit den Fadenkreuzschrauben eingestellt werden muss.

c) Man stellt das Nivellirinstrument einmal in der Nähe des Punktes P_1 in J_1 (Fig. 355) auf und bestimmt bei einspielender Libelle den Höhenunterschied $h_1 - h_2$, dann stellt man sich entsprechend in der Nähe von P_2 in J_2 auf und erhält den Höhenunterschied $h'_1 - h'_2$. Das Mittel aus beiden Höhenunterschieden ist der richtige Werth und man hat nun die Ablesung h'_1 vom zweiten Standpunkt aus so mittels der Fadenkreuzschräubchen zu verändern, dass die neue Ablesung h'_1 mit dem h'_2 verbunden, das Mittel aus beiden Höhenunterschieden liefert; z. B.:

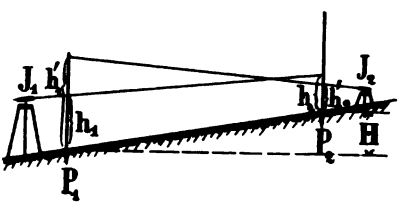


Fig. 355.

$h_1 = 3{,}741, h_2 = 2{,}527$, daher $h_1 - h_2 = +1{,}204$
$h'_1 = 2{,}943, h'_2 = 1{,}767$, „ $h'_1 - h'_2 = +1{,}176$ } Mittel $= +1{,}190 = H$

Da nun wieder von J_2 aus h'_2 wegen der kurzen Entfernung des Instrumentes von P_2 als richtig anzunehmen ist, so findet sich die herzustellende Zielhöhe h'_1 zu $1{,}767 + 1{,}190 = 2{,}957$, auf welche Ablesung der horizontale Faden durch die Fadenkreuzschrauben gebracht werden muss.

4. Untersuchung der centrisch-parallelen Führung der Okularröhre.

Nach Ausführung der Prüfung unter 3. sieht man unter Annahme einer kürzeren Entfernung $P_1 P_2$ als vorher nach, ob auch jetzt noch der Parallelismus zwischen Zielachse und und Libellenachse vorhanden ist. Zeigt sich eine Abweichung, so kann diese nur der Mechaniker beseitigen.

5. Horizontalstellung des horizontalen Fadens.

Man stellt die vertikale Achse genau vertikal und zielt bei einspielender Libelle einen entfernten Punkt an. Dreht man alsdann das Instrument ein wenig um die vertikale Achse, so

muss derselbe Punkt immer vom horizontalen Faden gedeckt werden; wenn nicht, so ist das Fadenkreuz im Okularrohre etwas zu verdrehen.

II. Nivellirinstrumente mit umlegbaren Fernrohr.

A. Libelle mit den Fernrohrträgern verbunden.

1. Beseitigung des parallaktischen Fehlers des Fadenkreuzes.
   Wie auf Seite 68 und 69 angegeben.
2. Prüfung der kreisförmigen Rundung der Fernrohrringe.
   Hierzu ist eine besondere Setzlibelle nöthig, die man auf die Ringe aufsetzt und mit den Fussschrauben des Nivellirinstrumentes zum Einspielen bringt. Hierauf dreht man das Fernrohr in seinen Lagern um die Ringachse, wobei die Libellenblase immer ihren Stand beibehalten muss. Zeigen sich Abweichungen, so kann sie nur der Mechaniker beseitigen.
3. Prüfung, ob die Fernrohrringe gleichen Durchmesser haben.
   Geschieht ebenfalls mit besonderer Setzlibelle, die auf die Ringe aufgesetzt und mit den Dreifussschrauben zum Einspielen gebracht wird. Hierauf hebt man die Libelle ab, legt das Fernrohr in den Lagern um und setzt die Libelle wieder in der ersten Lage, bezogen auf den Raum, auf. Spielt die Libelle hierbei wieder ein, so sind die Durchmesser der Ringe gleich. Sich zeigende Abweichungen können nur vom Mechaniker beseitigt werden, oder man behandelt das Fernrohr so, als wenn es mit den Trägern fest verbunden wäre.
4. Parallelstellen der Zielachse zur Ringachse.
   Man zielt mit dem horizontalen Faden einen entfernten Gegenstand an und dreht das Fernrohr in den Lagen um seine Ringachse um 180°, dann muss derselbe Gegenstand wie vorher von dem jetzt wieder horizontalen Faden gedeckt werden. Ist dies nicht der Fall, so ist der eine halbe Ausschlag mit den vertikalwirkenden Fadenkreuzschräubchen, der andre halbe mit den Dreifussschrauben zu beseitigen. Dann dreht man das Fernrohr um seine Ringachse um 90°, so dass der vorher vertikale Faden horizontal wird und stellt diesen mit seinen Fadenkreuzschräubchen auf den Gegenstand ein. Dann dreht man nochmals um 180° wie vorher.
5. Rechtwinkligstellung der Zielachse zur vertikalen Umdrehungsachse.
   Man zielt einen sehr entfernten Gegenstand an, legt das Fernrohr in den Lagern um und dreht das Instrument um 180° um seine Vertikalachse. Dann muss der vorher angezielte Gegenstand wieder vom Fadenkreuzmittelpunkt gedeckt werden. Ist dies nicht der Fall, so muss der eine halbe Ausschlag mittels der Neigungsschraube, die den Winkel zwischen Zielachse und Vertikalachse ändert, und der andre halbe durch die Dreifussschrauben beseitigt werden.

6. Untersuchung der centrisch-parallelen Führung der Okularröhre.
   Nachdem die Prüfung unter 5, nach einem sehr entfernten Gegenstande ausgeführt worden ist, sieht man zu, ob bei einem näheren und einem sehr nahen Gegenstande die rechtwinklige Lage zwischen Zielachse und Vertikalachse ebenfalls vorhanden ist. Ist dies nicht der Fall, so kann der Fehler nur vom Mechaniker beseitigt werden.
7. Rechtwinkligstellung der Libellenachse auf die Vertikalachse.
   Man bringt die Libelle über eine Fussschraube und mittels dieser zum Einspielen. Dann dreht man das Instrument um die Vertikalachse möglichst genau um 180°. Der sich etwa hierbei an der Libelle zeigende Ausschlag wird zur Hälfte an den vertikalen Libellenschräubchen, zur Hälfte mit der Dreifussschraube beseitigt.
8. Horizontalstellung des horizontalen Fadens.
   Mit dem genau horizontalgestellten Instrumente wird ein entfernter Punkt angezielt und dann das Instrument ein wenig um die Vertikalachse gedreht. Dabei muss der horizontale Faden immer den erst angezielten Punkt decken, wenn nicht, so ist das Fernrohr in seinen Lagerringen zu drehen. Sind Anschlagplättchen mit gegenwirkender Schraube vorhanden, so ist dann die letztere solange zu verstellen, bis bei der Berührung beider der Faden horizontal ist.

B. Libelle zum Aufsetzen auf das Fernrohr.

1. Beseitigung des parallaktischen Fehlers des Fadenkreuzes.
   Wie auf Seite 68 und 69 angegeben.
2. Prüfung der kreisförmigen Rundung der Fernrohrringe.
   Wie unter II. A. 2., Seite 250.
3. Prüfung, ob die Fernrohrringe gleichen Durchmesser haben.
   Wie unter II. A. 3., Seite 250.
4. Parallelstellung der Zielachse zur Ringachse.
   Wie unter II. A. 4., Seite 250.
5. Untersuchung, ob eine Libellenkreuzung vorhanden ist, oder was dasselbe ist: Parallelstellung der Vertikalebenen durch Libellenachse und Ringachse des Fernrohrs.
   Man setzt die Libelle auf die Fernrohrringe auf, bringt sie mit den Dreifussschrauben zum Einspielen und dreht die Libelle auf den Ringen nach dem Beobachter zu. Zeigt sich hierbei ein Ausschlag, so ist dasjenige Ende der Libelle, nach dem hin der Ausschlag erfolgt, dem Beobachter zu nähern. Dies geschieht mit den horizontalwirkenden Libellenschräubchen.
6. Parallelstellung der Libellenachse zur Ringachse.
   Man setzt die Libelle auf die Ringe auf und bringt sie mit den Dreifussschrauben zum Einspielen. Setzt man hierauf die Libelle auf den Fernrohrringen um, so darf kein Ausschlag erfolgen. Im entgegengesetzten Falle ist die eine Hälfte des Ausschlages an den vertikalwirkenden Libellenschräubchen, die andre Hälfte mit den Dreifussschrauben zu beseitigen.

7. Rechtwinkligstellung der Zielachse zur vertikalen Umdrehungsachse.
   Entweder a, genau so wie II. A 5 Seite 250 direkt, oder b, man bringt die berichtigte Libelle über einer Fussschraube zum Einspielen und dreht dann den Obertheil mit dem Fernrohr und aufsitzender Libelle um 180° um die Vertikalachse, wobei die Libelle wieder einspielen muss. Ist dies nicht der Fall, so ist der sich zeigende Ausschlag zur Hälfte an den Dreifussschrauben, zur andern Hälfte an der Neigungsschraube, oder an denjenigen Schrauben zu beseitigen, welche den Winkel zwischen Ringachse des Fernrohrs und Vertikalachse ändern.
   Beide Verfahren können gegenseitig als Kontrolle dienen.
8. Untersuchung der centrisch-parallelen Führung der Okularröhre.
   Diese Untersuchung wird am besten mit der unter 7. angegebenen verbunden, indem man verschiedene Okularstellungen benutzt.
9. Horizontalstellung des horizontalen Fadens.
   Wie unter II. A. 8. Seite 251.

C. Libelle mit dem Fernrohr verbunden (Fig. 356 und 357).

1. Beseitigung des parallaktischen Fehlers des Fadenkreuzes.
   Wie auf Seite 68 und 69 angegeben.
2. Prüfung der kreisförmigen Rundung der Fernrohrringe.
   Genau wie II. A. 2. Seite 250 mit besonderer Setzlibelle.

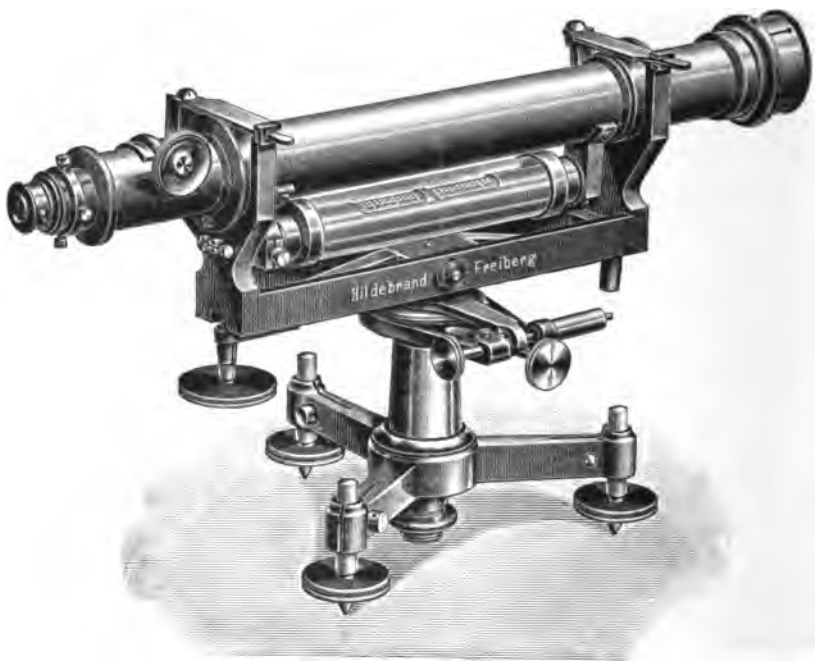


Fig. 356.

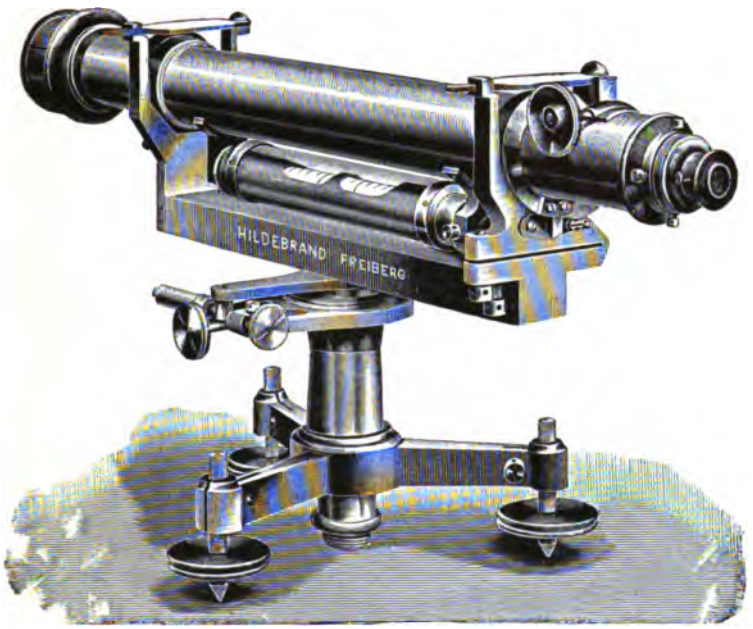


Fig. 357.

3. Prüfung, ob die Fernrohrringe gleiche Durchmesser haben.
   Genau wie II. A. 3. Seite 250 mit besonderer Setzlibelle.
4. Parallelstellung der Zielachse zur Ringachse.
   Genau wie II. A. 4. Seite 250.
5. Untersuchung, ob eine Libellenkreuzung vorhanden ist.
   Man dreht das Fernrohr mit der Libelle ein Stück um die Ringachse in den Lagern, wobei die Libellenblase immer ihren Stand beibehalten muss. Ist dies nicht der Fall, so muss der Ausschlag durch die horizontalwirkenden Libellenschräubchen berichtigt werden.
6. Parallelstellung der Libellenachse zur Ringachse.
   Man bringt die Libelle über einer Fussschraube mit dieser zum Einspielen und legt das Fernrohr mit der Libelle in den Lagern um, wobei die Libelle wieder einspielen muss. Ein sich zeigender Ausschlag ist zur Hälfte an den vertikalwirkenden Libellenschräubchen und an der Fussschraube zu beseitigen.
7. Rechtwinkligstellung der Zielachse zur vertikalen Umdrehungsachse.
   Genau wie II. B. 7. Seite 252.
8. Untersuchung der centrisch-parallelen Führung der Okularröhre.
   Genau wie II. B. 8. Seite 252.
9. Horizontalstellung des horizontalen Fadens.
   Genau wie II. A. 8. Seite 251.

III. Nivellirinstrumente mit kippendem Fernrohr.

A. Libelle fest mit dem Fernrohr verbunden, das Instrument aber ohne vertikale Umdrehungsachse (Kippregelform).

1. Beseitigung des parallaktischen Fehlers des Fadenkreuzes.
   Wie auf Seite 68 und 69 angegeben.
2. Parallelstellung der Zielachse zur Libellenachse.
   Genau wie I. 3 b oder c von zwei Standpunkten aus, Seite 248.
3. Untersuchung der centrisch-parallelen Führung der Okularröhre.
   Genau wie I. 4, Seite 249.
4. Horizontalstellung des horizontalen Fadens.
   Genau wie I. 5, Seite 249.

B. Libelle fest am Fernrohr, das Instrument mit vertikaler Umdrehungsachse.

Die Prüfung und Berichtigung dieses Instrumentes ist ebenso wie die unter III A auszuführen.

C. Setzlibelle auf zwei Ringen des durchschlagbaren Fernrohrs.

1. Beseitigung des parallaktischen Fehlers des Fadenkreuzes.
   Wie auf Seite 68 und 69 angegeben.
2. Untersuchung, ob die Ringe gleichen Durchmesser haben.
   Man legt das mit seiner Horizontalachse aus dem Instrument gehobene Fernrohr in ein besonderes Lager für die Ringe, setzt die Libelle auf diese auf und bringt sie zum Einspielen. Alsdann nimmt man die Libelle ab, legt das Fernrohr in den Lagern für die Ringe um und setzt die Libelle wieder auf, die alsdann noch einspielen muss. Ist dies nicht der Fall, so ist der Fehler vom Mechaniker zu beseitigen, oder das Instrument so zu behandeln, als ob die Libelle fest mit dem Fernrohr verbunden wäre. (II. C.)
3. Untersuchung der Kreuzung der Libellenachse gegen die Ringachse.
   Genau wie II. B. 5, Seite 251.
4. Parallelstellung der Libellenachse zur Ringachse.
   Genau wie II. B. 6, Seite 251.
5. Parallelstellung der Zielachse zur Libellenachse.
   Man zielt bei einspielender Libelle einen sehr entfernten Gegenstand an, hebt die Libelle ab, schlägt das Fernrohr durch, setzt die Libelle wieder in derselben Lage zum Raume wie vorher auf und dreht nun das ganze Instrument um die Vertikalachse um 180°. Dann muss bei einspielender Libelle wieder derselbe Gegenstand wie vorher gedeckt werden. Ist dies nicht der Fall, so ist die eine Hälfte des Ausschlages durch die vertikalwirkenden Fadenkreuzschräubchen, die andere Hälfte durch die Dreifussschrauben zu beseitigen.
6. Untersuchung der centrisch-parallelen Bewegung der Okularröhre.

Geschieht in Verbindung mit 5, indem der Parallelismus zwischen Zielachse und Libellenachse, der nach 5 für eine grosse Entfernung herbeigeführt wurde, auch bei näher und sehr nahe gelegenen Gegenständen noch vorhanden sein muss.

7. Horizontalstellung des horizontalen Fadens.
   Genau wie I. 5. Seite 249.

D. Fernrohr zum Umlegen, mit besonderer Setzlibelle auf den Ringen. (Fig. 358).

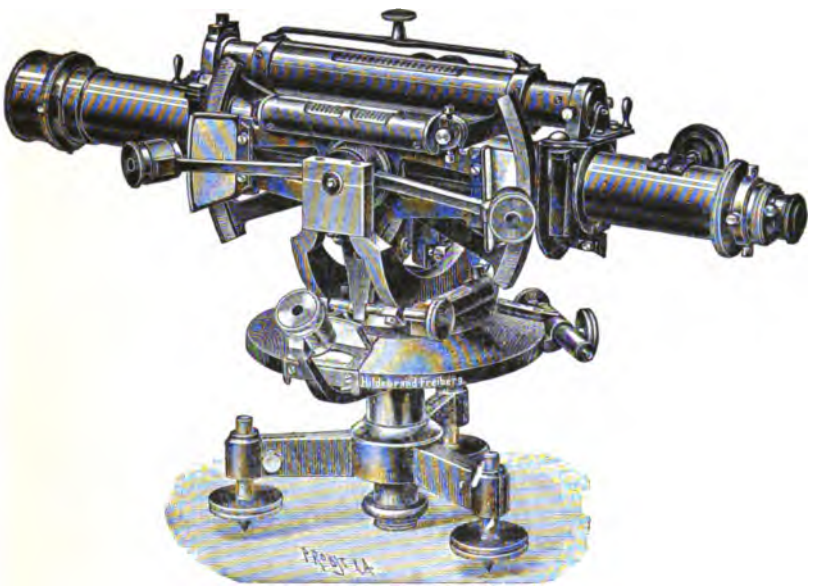


Fig. 358.

Dieses Instrument ist ebenso zu untersuchen wie das unter II. B, Seite 251.

Die Aufstellung des Nivellirinstrumentes in der Grube erfolgt:

1. auf Stativen, wenn die Grubenräume verhältnissmässig weit sind und feste Sohlen besitzen,
2. auf Spreizen durch Vermittlung besonderer Aufstellungsvorrichtungen, wie etwa in Figur 137 bis 141, auf die das Instrument entweder aufgeschraubt oder einfach aufgesetzt wird. Eine andere, von Hildebrand konstruirte Einrichtung zeigen die Figuren 359 und 360, welche leicht über eine Spreize übergesteckt werden kann. Der Bügel besitzt am unteren Ende einen drehbaren Theil, durch den die Befestigungsschraube, die von unten wirkt, hindurch geht. Er endigt oben in einen kurzen konischen Zapfen, auf welchen das Nivellirinstrument aufgesetzt und durch eine Klemmschraube befestigt wird.

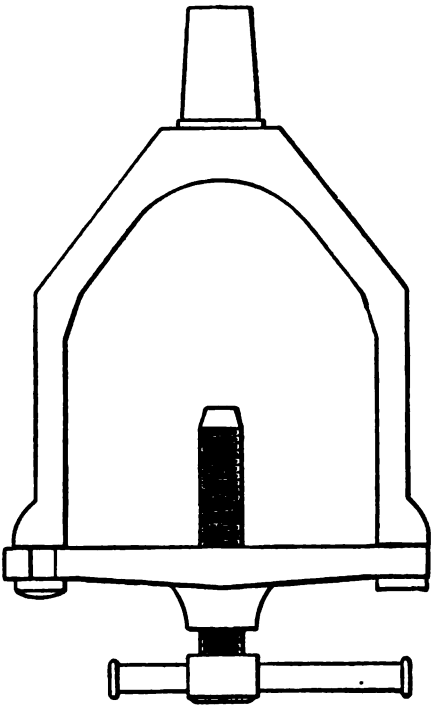


Fig. 359.

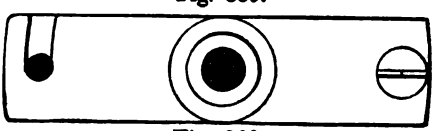


Fig. 360.

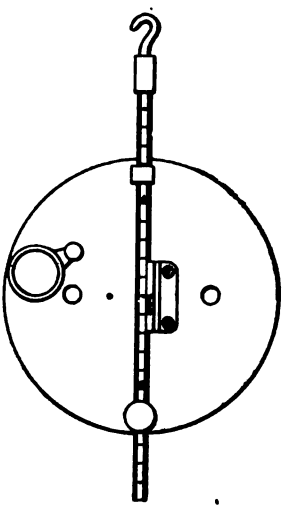


Fig. 361.

3. Kann das Instrument auch auf einen Wandarm aufgesetzt oder nöthigenfalls auch aufgeschraubt werden, doch ist das letztere bei der kurzen Dauer einer Aufstellung kaum nöthig.

Die in der Grube benutzten Nivellirlatten sind entweder Hängelatten oder Latten zum Aufsetzen. Die Hängelatten werden mit einem besonderen Haken in die festen Punkte in der Firste eingehangen, haben infolgedessen den Vortheil, dass sie von selbst eine vertikale Lage einnehmen. Der Nullpunkt der Theilung liegt dann am zweckmässigsten im tiefsten Punkte des Hakens. Die Latte kann zum Selbstablesen eingerichtet sein, oder sie hat, wie im Harze, eine besondere Form. Diese von Borchers eingeführte Hängelatte (Fig. 361) besteht aus einem schwachen Metallstab, an dem sich eine kreisförmige Scheibe, die durch eine Feder an den Stab angeklemmt wird, verschieben und an jeder Stelle festklemmen lässt. Im horizontalen Durchmesser dieser schwarz gestrichenen Scheibe befinden sich drei Oeffnungen von verschiedenen Durchmessern, vor eine derselben lässt sich eine kleine matte Glasplatte nach Bedarf drehen. Auf der Rückseite der Scheibe ist ein Nonius angebracht, an dem man die Stellung der Scheibe gegenüber der Theilung des Metallstabes ablesen kann.

Beim Gebrauch wird vom Gehilfen die Scheibe von der Rückseite beleuchtet und solange aufwärts oder abwärts verschoben, bis der horizontale Faden des Nivellirinstrumentes die Oeffnungen der Scheibe halbirt. Neuere Latten

dieser Art haben noch eine Feinbewegung der Scheibe in vertikaler Richtung. Die hierbei gemachte Ablesung an der Latte geschieht meist von Gehilfen.

Uebelstände dieser Latte sind, dass die Nivellementspunkte sämmtlich in der Firste festgelegt werden müssen; dass eine besondere Beleuchtung des Gesichtsfeldes des Nivellirinstrumentes nothwendig wird; dass das Einwinken der Scheibe umständlich ist und der Beobachter sehr vom Gehilfen abhängt. Ausserdem ist die Latte nur für Grubenzwecke zu benutzen.

Die Latten zum Aufsetzen sind ebenso eingerichtet wie die Latten für Nivellements auf der Erdoberfläche; der Nullpunkt ihrer Theilung liegt am unteren Ende der Latte. Zur Vertikalstellung dient eine Dosenlibelle, zum bequemeren Halten zwei einschraubbare Handgriffe. Für Grubenzwecke haben die Latten meist eine geringere Höhe als wie für Messungen über Tage. Bei ordentlicher Beleuchtung der Theilung in der Grube ist eine Gesichtsfeldbeleuchtung des Nivellirinstrumentes nicht nothwendig.

Eine sehr zweckmässige Einrichtung ist die Schmidt'sche Grubenlatte (Fig. 362 und 363). Dieselbe hat eine Länge von 1,5 m und besteht aus zwei gegen einander verschiebbaren Theilen, so dass man sie verlängern und verkürzen kann. Die Verstellung der mit Theilung versehenen Hälfte geschieht decimeterweise durch den federnden Stift f, der in Oeffnungen einschnappt. Die Latte kann in jeder Stellung durch die beiden Pressschrauben p festgeklemmt werden.

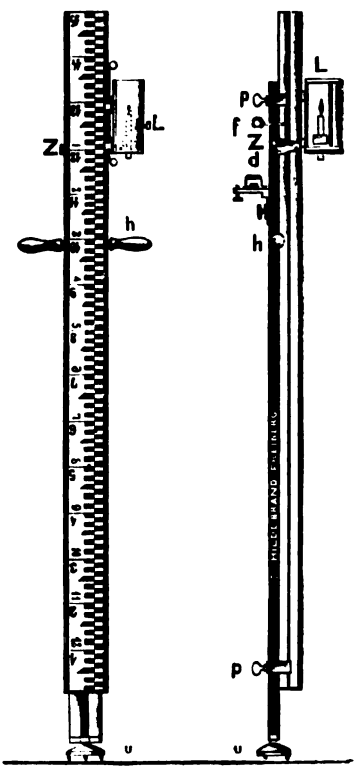


Fig. 362. Fig. 363.

Die Grösse der Verschiebung gegen die normale, kurze Stellung wird durch den Zeiger Z angegeben Die Latte wird mit Hilfe der auf ein Konsol aufsetzbaren Dosenlibelle d vertikal gestellt, gehalten an den beiden Handgriffen h. Zur Beleuchtung der Latte dient die Stearin- oder Benzinkerze L, die von einem besonders geformten, reflektirenden Schirm umgeben ist, dieselbe lässt sich durch einen Schieber an der ganzen Latte entlang bewegen, und kann bequem an die Stelle gebracht werden, an der die Ablesung vom Nivellirinstrumente aus gemacht wird. Die Latte wird auf eine mit drei Spitzen versehene Fussplatte u aufgesetzt, die oben einen kleinen abgerundeten Körper trägt, der in eine entsprechend geformte Vertiefung in der unteren

Abschlussplatte der Latte eingreift. Die Fussplatte kommt hauptsächlich bei nicht sehr fester Sohle zur Verwendung, man kann die Latte aber auch ohne weiteres aufsetzen, wie beispielsweise auf Schienengestänge.

Um feste Punkte, die an den Stössen festgelegt sind, einzunivelliren, ist ein Stab von einem halben oder einem ganzen Meter Länge, auf einer Seite in Millimeter, auf der andern, wie die Nivellirlatten, in ganze Centimeter getheilt, sehr zweckmässig. Man setzt ihn entweder auf den festen Punkt auf, oder hält ihn von unten vertikal an, je nachdem das Instrument höher oder tiefer als der Festpunkt steht.

Die Nivellirlatten müssen ebenso wie die Messstäbe ihre richtige Länge haben; wäre beispielsweise ein Lattenmeter 0,3 mm zu lang oder zu kurz, so würde bei einem Höhenunterschiede von 100 m dieser schon um 30 mm infolge der falschen Lattenlänge unsicher, ein Betrag, welcher unter Umständen schon ausserhalb der zulässigen Grenze liegen kann. Für sehr genaue Nivellements werden infolgedessen auch die Latten täglich ein- oder mehrere Male sorgfältig verglichen und darnach die Höhenunterschiede verbessert.

Was die Nivellementsmethoden anlangt, so verwendet man fast immer das sogenannte Nivelliren aus der Mitte, bei welchem der Abstand des Nivellirinstruments von den beiden Lattenstandpunkten gleich gross ist. Hierbei hat man nämlich den grossen Vortheil, dass die kleinen Fehler, die beim Berichtigen noch verblieben sind, aus der Höhenbestimmung ausgeschieden werden. Es genügt, die Gleichheit der Abstände durch Abschreiten zu ermitteln.

Selten kommt das Nivelliren aus den Endpunkten, welches auf Seite 248 beschrieben ist, zur Benutzung; etwa bei Ueberschreitung von breiteren Flussthälern mit stark gekrümmten Ufern.

Der Sicherheit halber nivellirt man meist in Polygonen, oder schliesst das Nivellement zwischen zwei festen Punkten ein Hierbei wird sich im allgemeinen immer ein Schlussfehler zeigen; liegt derselbe innerhalb der gestatteten Grenzen, so vertheilt man ihn proportional den Streckenlängen zwischen den innen liegenden Festpunkten. Hierzu braucht man die Entfernungen, die man genügend genau für diesen Zweck durch Abschreiten gewinnt, und sie nach Normirung des Schrittes in Meter verwandelt.

Die Zielweiten nimmt man nicht gern grösser als 50 m.

Die Genauigkeit des Nivellements lässt sich aus dem Schlussfehler eines Polygons oder aus dem Unterschied zweier Nivellements derselben Linie bestimmen. Nach den Regeln der Ausgleichungsrechnung soll, wenn die Länge der zweimal nivellirten Strecke oder der halbe Polygonumfang, ausgedrückt in Kilometern, gleich L, der Schlussfehler gleich Δ und der wahrscheinliche Kilometerfehler gleich r gesetzt wird, höchstens sein:

$$\Delta = 2{,}1 \cdot r\sqrt{L} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 246)$$

woraus Δ in Millimetern gefunden wird.

Ist das r bekannt, so lässt sich das Δ berechnen, für Gradmessungszwecke soll nun r im ebenen Terrain nicht 3 mm, im Gebirge nicht 5 mm überschreiten, für technische Zwecke kann man bis r = 15 mm gehen. Damit bekommt man die drei Werthe:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &< 6{,}3\sqrt{L} \\ \Delta_2 &< 10{,}5\sqrt{L} \\ \Delta_3 &< 31{,}5\sqrt{L} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 246a)$$

Ist andrerseits Δ und L gegeben, so lässt sich umgekehrt der wahrscheinliche Kilometerfehler aus der Gleichung:

$$r = \frac{\Delta}{2{,}1 \cdot \sqrt{L}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 247)$$

bestimmen.

Das trigonometrische Höhenmessen

kommt in allen den Fällen zur Anwendung, in denen das direkte Teufenmessen oder auch das Nivelliren nicht anwendbar ist, oder wenigstens mehr Zeit in Anspruch nehmen würde. Das allgemeine Prinzip des trigonometrischen Höhenmessens besteht darin, dass man eine flache Länge f und ihren Neigungswinkel γ gegen den Horizont oder die Zenithdistanz z misst und aus beiden gemessenen Grössen den Seigerteufenunterschied h auf dem Wege der Rechnung ermittelt und zwar ist ja:

$$h = f \sin \gamma = f \cos z.$$

Es ist nun besonders der Einfluss der Winkelmessung von γ auf die Höhenbestimmung näher zu betrachten, um einmal einen Einblick zu erhalten, wie genau die einzelnen Grössen f und γ zu messen sind. Differenzirt man die Gleichung für h nach f und γ, so erhält man:

$$dh = \sin\gamma \,.\, df + f \,.\, \cos\gamma \frac{d\gamma''}{\varrho''},$$

welche Gleichung angiebt, um wieviel die Höhe h fehlerhaft erhalten wird, wenn die flache Länge f um df, und der Neigungswinkel γ um die Grösse $d\gamma''$ in Sekunden fehlerhaft bestimmt wurde.

Hieraus ist ersichtlich, dass bei kleinen Neigungswinkeln besonders auf die genaue Höhenwinkelmessung, bei stark geneigten flachen Längen dagegen auf eine möglichst genaue Längenmessung zu achten ist, um den Höhenunterschied genau zu ermitteln. Man kann hieran noch die Frage schliessen, wie gross in einem gegebenen Falle der Werth $d\gamma''$ werden kann, damit der relative Fehler in der Höhenbestimmung, also die Grösse $\frac{dh}{h}$ eine gewisse Grösse, etwa $\frac{1}{N}$ nicht überschreite; wobei allerdings vom ersten Glied $\sin\gamma \,.\, df$ abgesehen wird. Dividirt man die dann vorhandene Gleichung:

$$dh = \frac{f\cos\gamma}{\varrho''} \,.\, d\gamma''$$

beiderseits durch $h = f\sin\gamma$, so erhält man:

$$\frac{dh}{h} = \frac{\cot\gamma}{\varrho''} . d\gamma'',$$

und es muss also, wenn der Werth $\frac{dh}{h}$ die Grösse $\frac{1}{N}$ nicht überschreiten soll, sein:

$$\frac{1}{N} \leqq \frac{\cot\gamma}{\varrho''} d\gamma''$$

oder:

$$d\gamma'' \gtrless \frac{\varrho''}{N} . \tan\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 248)$$

Professor Dr. M. Schmidt giebt im Jahrbuch für das Berg- und Hüttenwesen im Königreiche Sachsen auf das Jahr 1885: „Die Beschaffung genauer Seigerteufenangaben auf einheitlicher Grundlage für Zwecke des Bergbaubetriebes“ an, dass sich eine Genauigkeit von 1:20 000 noch sicher mittels trigonometrischer Höhenmessung erreichen lässt. Setzt man nun, da ausser dem Winkelmessungsfehler noch andre Fehler auftreten können, $N = 40000$ in der obigen Gleichung ein, so ergiebt sich:

$$d\gamma \gtrless 5'',15 . \tan\gamma,$$

für einige Werthe von γ folgt:

$\gamma =$	0^0	5^0	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0
$d\gamma \gtrless$	$0''$	$0,''5$	$0,''9$	$1,''9$	$3,''0$	$4,''3$	$6,''1$	$8,''9$	$14,''2$	$29,''2.$

Man sieht hieraus, dass bei kleinen Höhenwinkeln die Höhenwinkelmessung selbst sehr genau ausgeführt werden muss; genauer als dies mit dem gewöhnlichen Grubentheodoliten möglich ist. Man wendet deshalb auch in nahe söhligen Strecken das Nivellirinstrument an, um genaue Höhenunterschiede zu erhalten.

Zur Bestimmung des Höhenwinkels γ benutzt man den Gradbogen, der schon früher, auf Seite 100, ausführlich behandelt worden ist.

In beschränkten Grubenräumen wendet man auch oft mit Vortheil das Setzniveau von Weisbach (Fig. 364) an. Dasselbe ist ein Metalllineal, auf dem ein vertikalstehender, getheilter Quadrant aufgebaut ist. Um den Mittelpunkt des Kreises dreht sich eine Alhidade, die auf der Theilung einen Nonius gleiten lässt. Ausserdem trägt sie eine Libelle, die so berichtigt ist, dass bei horizontaler Unterlage und einspielender Libelle die Ablesung Null gemacht wird. Das Setzniveau wird auf Holzlatten, die in Schneiden endigen, durch Ver-

Fig. 364.

mittelung zweier eingelassener Metallstücke aufgesetzt, die Libelle zum Einspielen gebracht und der Nonius abgelesen

Meist benutzt man den Höhenkreis des Theodolits zu den trigonometrischen Höhenmessungen. In Bezug auf die Grubenmessungen kann auf das früher Seite 188 und 220 Gesagte hingewiesen werden. Für trigonometrische Höhenbestimmungen über Tage möge das folgende angeführt werden. Der Höhenunterschied zweier Punkte A und B (Fig. 365) war erklärt als der Abstand der wahren Horizonte durch A und B, also durch die Linie BB'.

Fig. 365.

Kennt man nun den Höhenwinkel von A nach B, und ist noch AB oder AB' bekannt, so kann man den Höhenunterschied BB' berechnen. Für grosse Entfernungen muss die Refraktion und die Erdkrümmung mit in Rechnung gezogen werden.

Ist die Entfernung AB oder AB_1 nicht bekannt, so muss eine besondere Standlinie gemessen werden, die eine beliebige Lage im Raume haben kann, sie kann horizontal, geneigt oder auch in A oder in B vertikal sein.

Es ist noch zu bemerken, dass, wenn die Punkte A und B nicht zu weit voneinander entfernt sind, sowohl die Erdkrümmung als auch bei Abständen von etwa unter 500 m die Refraktion unberücksicht bleiben kann. Es tritt dann der Höhenunterschied BB_1 als Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks auf, es wird demnach die Rechnung bedeutend vereinfacht. Diese

trigonometrischen Höhenbestimmungen aus kurzen Entfernungen

mögen hier einer Betrachtung unterzogen werden.

Es sind hierbei die beiden Fälle denkbar, dass

I. eine Standlinie von beliebiger Lage auf der Erdoberfläche gemessen ist, oder dass

II. im Zielpunkte eine vertikale Latte mit Marken auf derselben in bestimmter Entfernung von einander aufgestellt ist, welcher Fall aber hier nicht näher betrachtet werden soll.

I. Es ist eine Standlinie von beliebiger Lage auf der Erdoberfläche gemessen.

Der einfachste hierbei auftretende Fall ist der, dass sich

A. die Standlinie in derselben Vertikalebene wie die Höhenobjekte A und B befindet.

Liegen die beiden Punkte A und B vertikal übereinander, so ergiebt sich nach der Figur 366, wenn P und Q die Standlinienendpunkte, L die flache Länge der Linie PQ, E deren Horizontalprojektion PQ_1, die z die in P, die

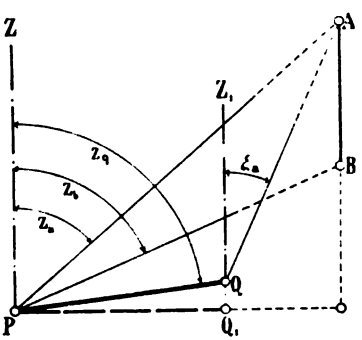


Fig. 366.

ζ die in Q gemessenen Zenithdistanzen und H den Höhenunterschied zwischen A und B bezeichnet:

$$H = L \cdot \frac{\sin(z_q - \zeta_a)}{\sin(z_a - \zeta_a)} \cdot \frac{\sin(z_b - z_a)}{\sin z_b} \text{ oder}$$

$$H = E \cdot \frac{\sin(z_q - \zeta_a)}{\sin(z_a - \zeta_a)} \cdot \frac{\sin(z_b - z_a)}{\sin z_b \cdot \sin z_q} \quad \ldots \quad 249)$$

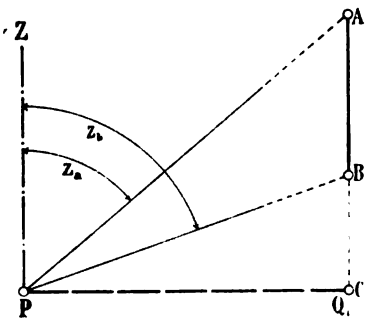


Fig. 367.

Es können nun verschiedene Sonderfälle eintreten:

1. Fällt Q_1 mit C zusammen, so wird (Fig. 367):

$$z_q = 90^0$$
$$\zeta_a = 0^0, \text{ daher}$$

$$H = E \cdot \frac{\sin(z_b - z_a)}{\sin z_a \cdot \sin z_b} \quad 249\,a)$$

Fällt ausserdem noch B mit C zusammen, so wird noch $z_b = 90$, demnach:

$$H = E \cdot \cot z_a \quad \ldots \quad 249b)$$

2. Steht die Standlinie von der Länge L im Punkte P vertikal, so ist (Fig. 368):

$$z_q = 0^0$$

und infolgedessen:

$$H = L \cdot \frac{\sin \zeta_a}{\sin(\zeta_a - z_a)} \cdot \frac{\sin(z_b - z_a)}{\sin z} \quad \ldots \quad 250)$$

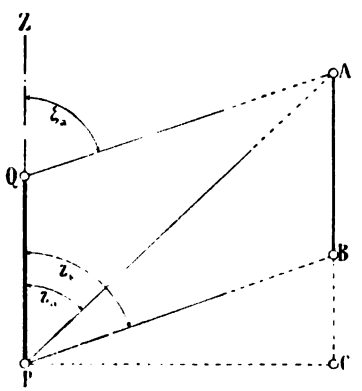


Fig. 368.

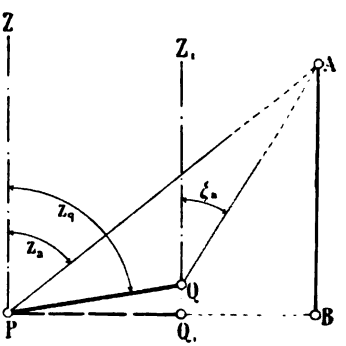


Fig. 369.

3. Liegen B und P in einer Horizontalen (Fig. 369), so wird:

$$z_b = 90^0,$$

man erhält dann:

$$H = E \cdot \frac{\sin(z_q - \zeta_a)}{\sin(z_a - \zeta_a)} \cdot \frac{\cos z_a}{\sin z} \quad \ldots \quad 251)$$

Liegen die beiden Punkte A und B, deren Höhenunterschied H zu ermitteln ist, nicht mehr vertikal untereinander (Fig. 370), so bekommt man den Höhenunterschied durch zweimalige Anwendung der letzten Formel auf A und B zu:

$$H = E \cdot \frac{\sin(z_q - \zeta_a)\cos z_a}{\sin(z_a - \zeta_a)\sin z_q} - E \cdot \frac{\sin(z_q - \zeta_b)\cos z_b}{\sin(z_b - \zeta_b)\sin z_q} \quad 251a)$$

welche Form für logarithmische Rechnung bequemer ist, als wenn man $\frac{E}{\sin z_q}$ als Faktor zieht.

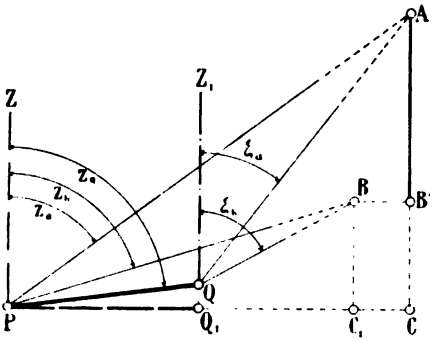


Fig. 370.

B. In den meisten Fällen wird es nicht möglich sein, die Standlinie in die Vertikalebene des zu bestimmenden Höhenunterschiedes zu bringen.

Geht man von dem einfachen Fall aus, dass die beiden Punkte A und B (Fig. 371) vertikal übereinander liegen, und befinden sich die drei Punkte P, Q_1 und C in einer Horizontalebene, in der die Winkel α und β gemessen worden sind, so ergiebt sich nach der Figur leicht:

$$H = L \cdot \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \cdot \frac{\sin(z_b - z_a)}{\sin z_a \sin z_b} \cdot \sin z_q$$

oder:

$$H = E \cdot \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \cdot \frac{\sin(z_b - z_a)}{\sin z_a \cdot \sin z_b} \quad 252)$$

Werden noch im Punkte Q die entsprechenden Zenithdistanzen gemessen, so bekommt man eine Kontrolle für die Bestimmung des Höhenunterschiedes H.

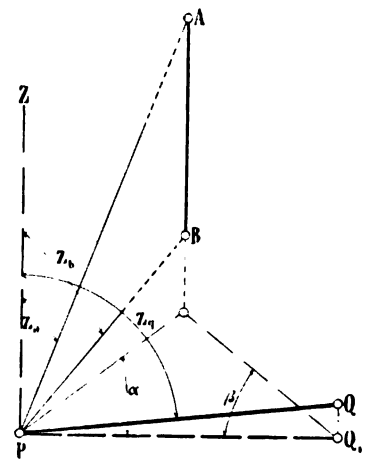


Fig. 371.

Ist im besonderen der Höhenunterschied zwischen P und A zu bestimmen (Fig. 372), so kommt B nach C zu liegen, es wird also:

$$z_b = 90^0$$

und daher:

$$H = L \cdot \sin z_q \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \cdot \cot z_a = E \cdot \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \cot z_a \quad 252a)$$

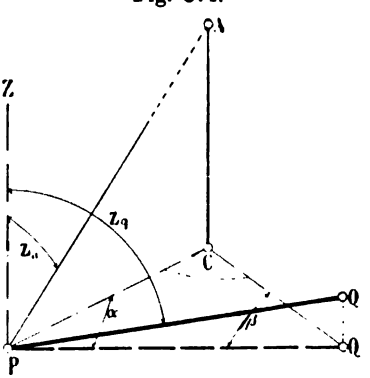


Fig. 372.

Diese Formel ist zweimal anzuwenden, wenn die beiden Punkte A und B nicht mehr vertikal übereinander liegen. Es ist dann (Fig. 373):

$$H = L \cdot \sin z_q \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot \cot z_a - L \cdot \sin z_q \frac{\sin \beta_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)} \cdot \cot z_b$$

oder:

$$H = E \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot \cot z_a - E \cdot \frac{\sin \beta_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)} \cdot \cot z_b \quad . \quad 252b)$$

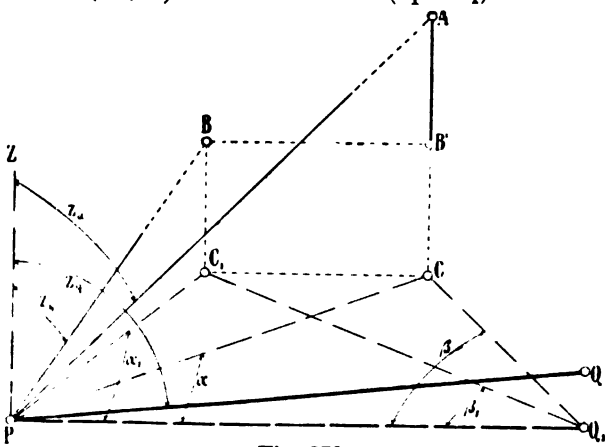


Fig. 373.

In den vorstehenden Formeln ist stillschweigend vorausgesetzt worden, dass die Endpunkte P und Q der Standlinie mit denjenigen Punkten zusammenfallen, auf die sich die Höhenwinkelmessungen beziehen. Nun kann man aber im allgemeinen weder die horizontale Drehungsachse des Theodolits, noch etwa das zu benutzende Signal nach P und Q selbst bringen, ebenso wird oft der Punkt A oder B, oder beide durch ein Signal bezeichnet. Die zur Winkelmessung dienenden Punkte liegen daher meist vertikal über oder auch unter den eigentlichen Punkten P, Q, A und B, und dies muss entsprechend berücksichtigt werden.

Das kann entweder dadurch geschehen, dass man die auf den Winkelmessungspunkten gemessenen Zenithdistanzen auf die Standlinienendpunkte reducirt, oder dass man die Höhenunterschiede zwischen Winkel- und Längenmessungspunkten in Rechnung zieht.

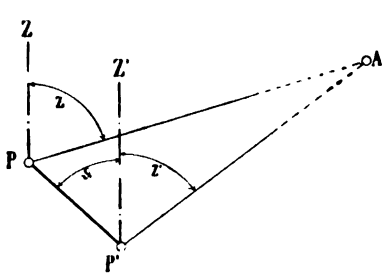


Fig. 374.

Der erstere Fall möge durch die dabei nothwendigen Formeln beleuchtet werden. Es sei in nebenstehender Figur 374 P der Punkt, in dem die Zenithdistanz z nach dem Punkte A gemessen werden soll. Die Instrumentachse befindet sich aber in P', sodass die Zenithdistanz z' bestimmt wird. Setzt man vor-

aus, dass die drei Punkte A, P und P' in einer Vertikalebene liegen, und ist ϑ die Zenithdistanz nach P im Punkte P', sowie α der sogenannte parallaktische Winkel, unter welchem die Entfernung $PP' = e$ von A aus erscheint und setzt man die Strecke $AP = a$, so folgt:

$$z = z' + \alpha \quad \ldots \quad 253)$$

sowie:

$$\sin \alpha = \frac{e}{a} \sin (z' + \vartheta) \quad \ldots \quad 254)$$

Ist e gegenüber a klein, so kann man auch schreiben:

$$\alpha'' = \varrho'' \frac{e}{a} \sin (z' + \vartheta) \quad \ldots \quad 254a)$$

Der Winkel ϑ wird entweder direkt gemessen, oder so bestimmt, dass man ihn aus den Coordinaten von P und P' ableitet. Für die Entfernung a genügt meist ein Näherungswerth.

Liegt im besonderen P' senkrecht unter P (Fig. 375), so ist $\vartheta = 0$, mithin:

$$\left.\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{e}{a} \sin z' \\ \text{oder:} \quad \alpha'' &= \varrho'' \frac{e}{a} \sin z' \end{aligned}\right\} \quad 254b)$$

und: $z = z' + \alpha'' \quad \ldots \quad 253a)$

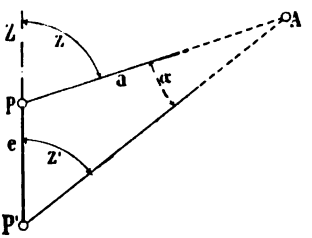


Fig. 375.

Liegt dagegen P' senkrecht über P (Fig. 376), so ist $\vartheta = 180^0$ und man erhält:

$$\left.\begin{aligned} \sin \alpha &= -\frac{e}{a} \sin z' \\ \text{oder:} \quad \alpha'' &= -\varrho'' \cdot \frac{e}{a} \sin z' \end{aligned}\right\} \quad 254c)$$

und: $z = z' - \alpha'' \quad \ldots \quad 253b)$

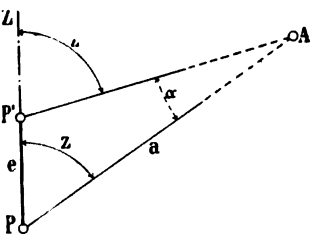


Fig. 376.

Aehnlich liegen im Allgemeinen auch die Verhältnisse für die anzuzielenden Punkte A oder B, in denen etwa ein Signal aufgestellt ist. Ist p der parallaktische Winkel, unter dem von P aus die Entfernung h zwischen A und dem Signalpunkte A' erscheint, die Entfernung $PA = a$, so wird die Zenithdistanz nach A' zu z' gemessen, und es ergiebt sich nach der nebenstehenden Figur 377:

$$z = z' + p \quad \ldots \quad 253c)$$

sowie: $\sin p = \frac{h}{a} \cdot \sin z'$

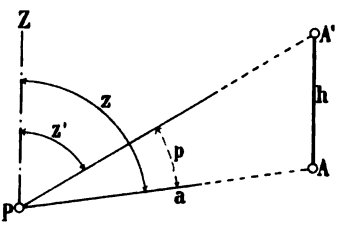


Fig. 377.

oder bei kleinem h gegenüber a:

$$p'' = \varrho'' \frac{h}{a} . \sin z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 254d)$$

Für den zweiten Fall, bei dem keine Reduktion der gemessenen Zenithdistanzen stattfindet, sondern ohne weiteres mit den Instrument- und Signalhöhen gerechnet wird, mögen zwei der Praxis entnommene Beispiele dienen, von denen das erstere, als von einem geübten Beobachter ausgeführt, sehr gute Ergebnisse liefert. Beim zweiten ist die erzielte Genauigkeit eine erheblich geringere, da die Messenden Studirende der hiesigen Königlichen Berg-Akademie waren, und minderwerthige Instrumente benutzten.

1. Beispiel.

Zur Bestimmung der Meereshöhe des südlichen Beobachtungspfeilers auf dem Dache des neuen Berg-Akademiegebäudes in Freiberg wurde in den nördlich von diesem gelegenen Anlagen eine Standlinie A B gemessen; die zweimalige, mit einem 20 m langen Feldbande ausgeführte Messung ergab im Mittel den Werth: A B = 107,050 m (Fig. 378).

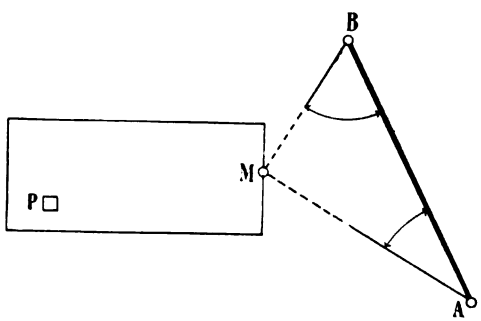


Fig 378.

Diese flach gemessene Länge ist noch auf den Horizont zu reduziren; zu diesem Zwecke wurde von der am Akademiegebäude befindlichen Höhenmarke, deren Höhe über Ostsee gleich 391,640 m ist, eine Schleife nivellirt, welche die beiden Punkte A und B je zweimal enthielt. Der Nivellementsschlussfehler betrug 0 Millimeter und es fanden sich, bis auf die Millimeter übereinstimmend, die Höhen H_a und H_b der Punkte A und B über Ostsee:

$$H_a = 385{,}982 \text{ m} \quad \text{und} \quad H_b = 387{,}570 \text{ m}.$$

Demnach ist der Höhenunterschied:

$$H_b - H_a = 1{,}588 \text{ m},$$

und damit bestimmt sich die Reduktion der Standlinie auf den Horizont zu:

$$\frac{(H_b - H_a)^2}{2 . A B} = \frac{1{,}588^2}{2 . 107{,}050} = 0{,}012 \text{ m},$$

es ist also die söhlige Entfernung der beiden Punkte A B:

$$A B = 107{,}038 \text{ m}.$$

Der Pfeiler P war von den beiden Standpunkten A und B aus nicht sichtbar, es wurde deshalb am nördlichen Geländer der Dachplattform eine Marke M angebracht, die von beiden Standpunkten A und B aus angezielt werden konnte. Der Höhen-

unterschied zwischen M und P wurde durch ein geometrisches Nivellement bestimmt und ergab:

$$P \text{ über } M = h_m^p = 0{,}347 \text{ m}.$$

Die Horizontal- und Vertikalwinkelmessungen in den Standpunkten A und B wurden mit einem kleinen Mikroskoptheodoliten von Pistor und Martins ausgeführt, und es ergaben die Horizontalwinkelmessungen als Mittel aus 3 Sätzen:

im Punkte A:	$\sphericalangle MAB =$	25° 35′ 2″
im Punkte B:	$\sphericalangle ABM =$	89 10 38
daher:	$\sphericalangle BMA =$	65 14 20
	Summe =	180° 0′ 0″

Die Höhenwinkelmessung ergab als Mittel aus je zwei Messungen mit durchgeschlagenem Fernrohr und verstelltem Höhenkreise:

Zenithdistanz nach M in A $= z_a = 78° 43' 27''$
Zenithdistanz nach M in B $= z_b = 66\ 46\ 25.$

Ausserdem fanden sich die Instrumenthöhen, gemessen bis zur Horizontalachse des Theodolits:

in A $= J_a = 1{,}245$ m
in B $= J_b = 1{,}307$ „ .

Die weitere Rechnung, die ohne weiteres verständlich sein dürfte, stellt sich nun wie folgt:

$\log \sin B$	$= 9{,}999\ 955$		
$\log AB$	$= 2{,}029\ 538$		
$+ \log \sin M$	$= 0{,}041\ 885$		
$\log \sin A$	$= 9{,}635\ 315$		
$\log AM$	$= 2{,}071\ 378$	$\log BM$	$= 1{,}706\ 738$
$\log \cot z_a$	$= 9{,}299\ 684$	$\log \cot z_b$	$= 9{,}632\ 605$
$\log h_a^m$	$= 1{,}371\ 062$	$\log h_b^m$	$= 1{,}339\ 343$
h_a^m	$= 23{,}500$ m	h_b^m	$= 21{,}845$ m
J_a	$= 1{,}245$ m	J_b	$= 1{,}307$ m
H_a	$= 385{,}982$ m	H_b	$= 387{,}570$ m
H_m	$= 410{,}727$ m	H_m	$= 410{,}722$ m

als Meereshöhe der Marke M, oder im Mittel:

$$H_m = 410{,}724 \text{ m}$$
$$h_m^p = \quad 0{,}347$$
$$H_p = 411{,}071 \text{ m}$$

als Meereshöhe des südlichen Pfeilers auf dem Dache der neuen Berg-Akademie zu Freiberg.

2. Beispiel.

Zur Bestimmung der Höhe der grossen Halsbrückner Esse wurden zwei trigonometrische Punkte I und II in deren Nähe be-

nutzt, die Coordinaten x, y und H derselben sind, bezogen auf ein älteres Coordinatensystem:

für I: $x_1 = +\ 915{,}55$, $y_1 = +\ 540{,}61$, $H_1 = +\ 350{,}65$ m,
„ II: $x_2 = +\ 4590{,}05$, $y_2 = +\ 4491{,}24$, $H_2 = +\ 333{,}90$ m,

woraus sich die Entfernung I. II berechnet zu:

$$\text{I. II} = 387{,}74 \text{ m.}$$

Die Winkelmessungen fanden gleichzeitig auf den Punkten I und II statt, für die Horizontalwinkelmessung musste, da der Essenkopf oben noch 3 m im äussern Durchmesser hat, einmal der linke und einmal der rechte Rand am oberen Ende eingestellt werden. Bezeichnet man mit S die Mitte des Essenkopfes, so ergaben die Horizontalwinkelmessungen auf:

Punkt I: $\sphericalangle \text{SIII} = 108^0\,59'\,3''$
Punht II: $\sphericalangle \text{IIIS} = 19\ 34\ 22.$

Hiermit berechnen sich die Entfernungen:

$$\log \text{IS} = 2{,}220\,391$$
$$\log \text{IIS} = 2{,}671\,053.$$

Zu den Höhenwinkelmessungen ist zu bemerken, dass der in I aufgestellte Theodolit die Instrumenthöhe $J_1 = 1{,}35$ m hatte, er gab Höhenwinkel und zwar war:

$$\gamma = 43^0\,5'\,45''.$$

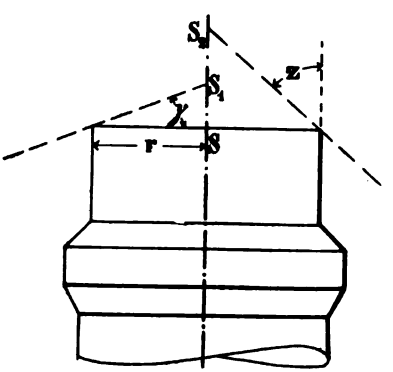


Fig. 379.

Der in II aufgestellte Theodolit gab Zenithdistanzen, es ergab sich:

$$J_2 = 1{,}40 \text{ m}$$
$$z = 69^0\,54'\,40''.$$

Da auf dem Essenkopfe kein hervorragender Blitzableiter befindlich ist, so wurde bei den Höhenmessungen nach Maassgabe nebenstehender Figur 379 der obere, horizontale Essenrand eingestellt, auf diesen beziehen sich also die Grössen γ und z. Die Visur von I aus schneidet daher die Essenachse S im Punkte S_1, die von II aus in S_2.

Die Höhe H_s des Punktes S über dem gegebenen Horizonte ist nun vom gegebenen Standpunkte I aus:

$$H_s = H_1 + J_1 + \text{IS} \cdot \tan\gamma - r \cdot \tan\gamma$$

und von II aus:

$$H_s = H_2 + J_2 + \text{IIS} \cdot \cot z - r \cdot \cot z,$$

worin $r = 1{,}50$ m den Radius des Essenkopfes bezeichnet. In der Zusammenstellung erhält man nun:

$H_1 = + 350{,}65$ m,	$H_2 = + 333{,}90$ m
$J_1 = + 1{,}35$ „,	$J_2 = + 1{,}40$ „
$I\,S \cdot \tan\gamma = + 155{,}42$ „,	$II\,S \cdot \cot z = + 171{,}45$ „
$-r \cdot \tan\gamma = - 1{,}40$ „,	$-r \cdot \cot z = - 0{,}55$ „
$H_s = + 506{,}02$ m;	$H_s = + 506{,}20$ m

also im Mittel:

$$H_s = + 506{,}11 \text{ m}$$

Da ferner die Höhe des Erdbodens am Sockel der Esse durch ein Nivellement zu 366,05 m gefunden worden war, so ergiebt sich die Höhe der oberen horizontalen Begrenzung des Essenkopfes über dem Erdboden zu:

140,06 m.

VIII. Abschnitt.

Das Zulegen.

Das Zulegen.

Während man früher das in der Grube Aufgenommene in der natürlichen Grösse auf die Erdoberfläche übertrug, um auf diese Weise zu ermitteln, wo sich der Abbau befand, bez. wie weit man sich den Grubenfeldgrenzen genähert hatte, bedient man sich jetzt ausschliesslich der Grubenrisse, die in verjüngtem Maassstabe ein ähnliches Bild der durchzogenen Grubenbaue darstellen.

Das Zulegen, also die Anfertigung solcher Grubenrisse, ist verschieden je nach dem Zweck der ganzen Aufnahme oder deren zeichnerischen Darstellung und je nach der Art der Instrumente, die bei der Ausführung des Grubenzuges in Anwendung gekommen sind.

Der Maassstab für die Verjüngung ist ein verschiedener je nach dem Zweck der Verwendung, man unterscheidet:

1. General- oder Uebersichtsrisse, die ein Bild eines grösseren, ausgedehnteren Grubenfeldes geben sollen, in denen also weniger die Einzelheiten zur Darstellung gelangen, als vielmehr ein Ueberblick über das Gebiet gegeben werden soll. Die Verjüngung ist hier nach der Ausdehnung des Grubenfeldes zu bemessen, man wählt meist Verjüngungen unter 1 : 5000;
2. Uebersichtsrisse, auf denen schon mehr Einzelheiten zum Vorschein kommen, mit den Verjüngungen 1 : 1000 bis 1 : 5000, und
3. Specialrisse im Maassstabe 1 : 100 bis 1 : 500, die einen ganz besonderen Einblick auch in kleinere Verhältnisse gewähren.

Ist man bei der Anlage eines Risses noch nicht von vornherein im Klaren, wie man zum Zweck der günstigsten Papierausnützung die Hauptausdehnung der Grubenbaue zu legen hat, so stellt man eine vorläufige Zulage her, die man unter Weglassung aller Einzelheiten in einem kleinen Maasstabe, je nach den Verhältnissen etwa 1 : 10000 oder noch kleiner, ausführt. Hierbei ist es auch nicht nothwendig, alle Zugtheile zuzulegen, sondern es genügt, die

Gänge nach ihrem Hauptstreichen einzutragen, wobei man auf die Gesammtausdehnung gebührend Rücksicht zu nehmen hat. Aus dieser vorläufigen Zulage, die oft zweckmässig auf Millimeterpapier ausgeführt wird, lässt sich dann bequem die Richtung des Meridians und die Gesammtausdehnung, sowie die Anzahl der dadurch bedingten einzelnen Rissblätter bestimmen.

Sind hieraus die Unterlagen für die Blatteintheilung und so fort gewonnen, so kann zur endgiltigen Zulage verschritten werden.

Diese endgiltige Zulage ist nun hauptsächlich nach den bei der Aufnahme der Grubenbaue verwendeten Instrumente eine verschiedene Für Kompasszüge benutzt man gewöhnlich den Kompass, für Theodolitzüge zeichnet man erst ein Quadratnetz und legt nach Coordinaten zu.

Der ganzen Aufnahme eines Kompasszuges entsprechend verwendet man beim Zulegen wieder den Kompass und zwar in der Zulegeplatte. Ist auf dem Risse bereits die Nord-Südrichtung gegeben, so legt man die Zulegeplatte mit einer Kante an diese Linie an und dreht den Kompass, nachdem man die Pressschraube gelüftet hat, in der Büchse der Zulegeplatte so lange, bis das Nordende der Nadel genau auf den Nullpunkt der Theilung einsteht. Ist dies der Fall, so wird der Kompass mit Hilfe der Pressschraube festgestellt, und es erfolgt dann die Zulage, wie dies später angegeben ist.

Ist hingegen die Nord-Südrichtung von vornherein nicht bekannt auf dem Risse, ist sie im besonderen beliebig, so giebt es meist besondere Rücksichtnahmen, die eine bestimmte Lage der Nord-Südrichtung bedingen. Ist z. B. ein besonders lang ausgedehnter Gang vorhanden, in dessen Fallrichtung etwa ein Schacht getrieben ist, so wählt man die Lage des Risses am zweckmässigsten so, dass das Hauptstreichen des Ganges mit einer Rissbegrenzung parallel wird, oder so, dass dies mit dem Streichen des einen Schachtstosses der Fall ist. Alsdann legt man das Zulegezeug an die Kante des Risses an und dreht den Kompass in seiner Büchse so lange, bis das Nordende der Magnetnadel das gegebene Streichen angiebt. Hierauf wird die Pressschraube festgezogen, die Zulegeplatte in die Mitte des Risses gelegt und hier solange gedreht, bis das Nordende der Nadel auf Null einspielt. Ist dies der Fall, so wird an der Kante der Zulegeplatte eine Linie, am besten gleich mit blasser Tusche, möglichst fein gezogen, die die Richtung des Meridians darstellt. Bei länger andauernder Zulage wird von Zeit zu Zeit die Zulegeplatte wieder genau an diese Linie angelegt, und zugesehen, ob die Magnetnadel mit ihrem Nordende noch auf Null der Theilung einsteht. Ist dies nicht mehr genau der Fall, so wird der Unterschied durch Drehen des Kompasses in seiner Büchse beseitigt. Auf diese Weise wird die noch zu besprechende Aenderung der Deklination sehr herabgedrückt.

Gewöhnlich beginnt man mit der Zulage in der Mitte des Zuges und legt nach den verschiedenen Seiten hin zu.

Die Zulage geschieht am zweckmässigsten folgendermassen: Ist n (Fig. 380) ein auf dem Risse bekannter Punkt und die von ihm ausgehende Seite $n(n+1) = s$, sowie α das Streichen dieser Seite, so wird die Zulegeplatte mit einer Kante an den Punkt n angelegt und solange um diesen Puukt gedreht, sodass die Kante immer den Punkt n halbirt, bis das Nordende der Nadel auf das Streichen α einsteht. Ehe hierbei die Nadel zur Ruhe kommt, greift man vom verjüngten Maassstabe immer die Strecke s ab. Dann zieht man an der Stelle, an die nach der Oeffnung des Zirkels schätzungsweise der Punkt $n+1$ zu liegen kommt, an der Kante der Zulegeplatte eine scharfe Linie, nimmt das Zulegezeug weg und trägt die Entfernung s auf die gezogene Linie auf, wodurch man den Punkt $n+1$ erhält. Dann geht das Arbeiten in dieser Weise weiter.

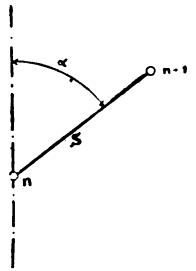


Fig. 380.

Es mag noch bemerkt werden, dass zum Ziehen der Linien am besten ein möglichst harter und meiselartig gespitzter Bleistift benutzt wird, mit dem man scharf an der Kante der Zulegeplatte hinzieht, wobei noch darauf zu achten ist, dass die Kante den die Punkte bezeichnenden Stich auf dem Risse halbirt.

Wie bereits bemerkt, hat die Deklinationsänderung einen ziemlichen Einfluss auf die Zulage.

Denkt man sich einen geradlinigen Zug vom Streichen α_0, der aus n gleichen Strecken von der Länge s besteht (Fig. 381), so wird infolge der Deklinationsänderung eine Schwenkung eintreten. Ist z B. der Punkt 1 richtig, vom Nullpunkt 0 aus gerechnet, so wird beim Zulegen des Punktes 2 bereits eine Aenderung δ der Deklination eingetreten sein, welche eine seitliche Verschiebung des Punktes 2 um die Grösse d bedingt. Unter Voraussetzung einer gleichmässigen Anderung der Deklination, die unter normalen Verhältnissen vorhanden sein wird, wird nun der Reihe nach die Abweichung von der Geraden sein:

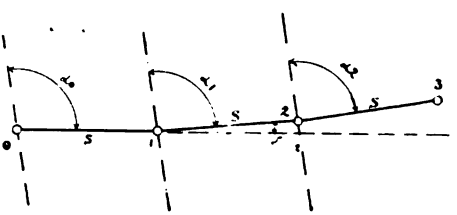


Fig. 381.

im Punkte 2: d
" " 3: $d + 2d$
" " 4: $d + 2d + 3d$
. . . . . .
" " n: $d + 2d + 3d + \ldots + (n-1)d$,

daher die Gesammtabweichung D am Ende des Zuges:

$$D = \frac{n(n-1)}{2} . d. \quad \ldots \ldots \quad 255)$$

Ist beispielsweise die Deklinationsänderung in 5 Stunden = 7', und beträgt die Dauer des Zulegens einer Schnur s, deren Länge gleich 20 m sei, 5 Minuten, so würde bei einem Maassstabe 1 : 500 sein:

$$s = 40 \text{ mm},$$

und aus der Gleichung:

$$d = \frac{s \cdot \delta}{\varrho} = \frac{40 \cdot 7}{206\,265}$$

folgt:

$$d = 0{,}0014 \text{ mm}.$$

Ist ferner $n = 60$, so wird:

$$D = \frac{60 \cdot 59}{2} \cdot 0{,}0014 \text{ mm} = 2{,}6 \text{ mm}.$$

Diese Abweichung ist auf dem Risse bemerkbar, da man die einzelnen Grössen vom Risse etwa bis auf 0,1 mm abnehmen kann.

Man kann, wie bereits bemerkt, diesen Fehler sehr herabdrücken, wenn man von Zeit zu Zeit die Zulegeplatte wieder an die Nord-Südrichtung anlegt und zusieht, ob die Nadel noch auf Null einsteht. Ist dies nicht mehr der Fall, so wird der Kompass in der Büchse solange gedreht, bis das Einspielen der Nadel auf Null wieder stattfindet.

Nach beendigter Zulage muss man sich eine Kontrolle für die Richtigkeit des Zuges verschaffen; denn ist ein Punkt des Zuges falsch aufgetragen, so überträgt sich dieser Fehler auf alle folgenden Punkte. Um sich hiervor zu schützen, wiederholt man die Zulage nochmals, indem man einen andern Ausgangspunkt wählt. Die einzelnen entsprechenden Punkte beider Züge müssen dann überall den gleichen Abstand von einander haben und ihre Verbindungslinien einander parallel sein. In Wirklichkeit wird dies nicht streng der Fall sein, da sich die Deklination unmerklich ändert; es ist vor Allem darauf zu achten, dass keine sprungweisen Aenderungen entsprechender Punkte gegeneinander auftreten.

Das Auftragen der Streichwinkel kann auch mit Hilfe von Sehnen und Tangenten geschehen. Man benutzt dann entweder Sehnen- oder Tangententafeln, die die Sehnen bezw. Tangenten der Winkel für irgend einen Radius 1 angeben; hierbei mag bemerkt werden, dass das Verfahren des Zulegens nach Tangenten etwas umständlicher ist. Besonders geht man nicht gern über Winkel von 60° hinaus, da dann die Tangentenlängen zu gross werden.

Kürzer ist das Verfahren, einen Sehnenmaassstab zu konstruiren. Derselbe ist ein Transversalmaassstab von der Form Fig. 382 Seite 274 und wird in folgender Weise hergestellt: Man zieht in gleichem Abstand von einander 6 parallele Linien, trägt auf der oberen, von einem Nullpunkt anfangend, in irgend einem Maassstabe die Sehnen der von 10' zu 10° fortschreitenden Winkel nach einer Sehnentafel auf, auf der untersten die Sehnen für die Fünfergrade und verbindet die einzelnen Punkte 0, 5, 10... durch gerade Linien. Durch die Parallelen werden dann die einzelnen

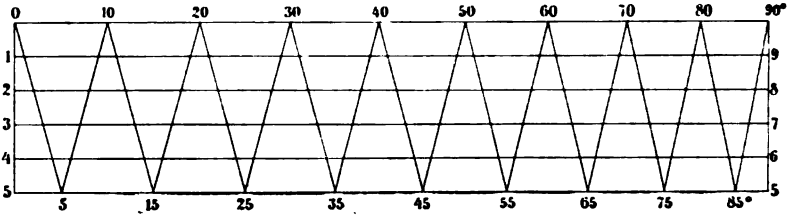


Fig. 382.

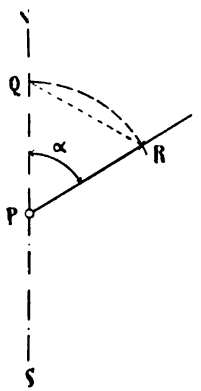


Fig. 383.

Grade auf diesen Linien abgeschnitten, die Zehntel können geschätzt werden.

Das Zulegen eines Streichwinkels α geschieht an einem Punkte P dann so, dass man in P (Fig. 383) eine Parallele NS zum Meridian zieht, dann mit dem Radius 1 = P Q = der Entfernung des Punktes 60° vom Punkte 0° des Sehnenmaassstabes einen Kreis beschreibt, auf diesem mit der vom Sehnenmaassstabe für den Winkel α abgenommenen Sehnenlänge Q R den Punkt R bestimmt, R mit P verbindet und von P aus die Sohle der Schnur aufträgt. Hierdurch erhält man den neuen Punkt, an dem das Verfahren nun wiederholt wird. Zur Vermeidung der vielen Kreisbögen ist es am besten, in einem besonderen Zirkel den Radius 1 zu halten; mit einem zweiten nimmt man zuerst die Sehnenlänge aus dem Maassstabe ab, bestimmt dann Q im Abstand 1 von P, setzt den zweiten Zirkel in Q ein, zieht an der Stelle, wo R ungefähr hinzuliegen kommt, einen kurzen Bogen und sticht den Punkt R dann an.

Treten Winkel α auf, die grösser als 90° sind, so geht man bei der Konstruktion von der Ost-Westrichtung aus.

Eine weitere Methode zum Auftragen von Streichwinkeln ist die unter Benutzung von Transporteuren. Die einfachsten sind die sogenannten Winkelscheiben aus Papier, es sind dies kreisförmige Papierstücke, die am Umfang eine Kreistheilung tragen. Ferner sind 5 Oeffnungen in diesen Scheiben, eine im Mittelpunkt und vier andere auf den Durchmessern 0°—180° und 90°—270°. Dieselben dienen zum genauen Anlegen der Papiertransporteure mit Hilfe der an den Oeffnungen angebrachten Marken. Nachdem der Transporteur richtig am Punkte angelegt ist, sticht man am Rande den Streichwinkel ab und verfährt dann wie beim Sehnenmaassstab.

Diese Papierscheiben haben den Nachtheil geringer Haltbarkeit und des Ziehens und Werfens; sie werden deshalb auch nur für untergeordnete Zwecke benutzt.

Besser sind die metallnen Plattentransporteure, starke Metallkreise von nebenstehendem Querschnitt (Fig. 384). An der äusseren Kegelfläche tragen sie die Theilung, in der Durchbrechung,

in der Mitte eine Glas- oder Glimmerplatte mit einem feinen eingerissenen Kreuze, welches den Mittelpunkt des Kreises darstellt (Fig. 385). Die beiden oben angebrachten Knöpfe dienen zur bequemeren Handhabung.

Fig. 384.

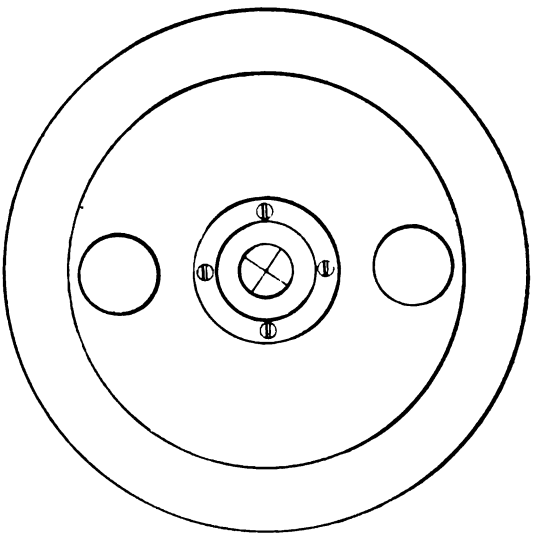


Fig. 385.

Ferner hat man Vollkreistransporteure mit beweglichem Alhidadenarm, dessen eine Kante ein Durchmesser des getheilten Kreises ist und auf jeden beliebigen Winkel eingestellt werden kann.

Sehr zweckmässig ist auch der Nagelsche Alhidadentransporteur (Fig. 386), an dem man gleich die Entfernungen abstechen kann. Bei demselben dreht sich ein Kreis mit einem einen Durchmesser bildenden Maassstab im Hauptkreise, der mittels 4 Nadelansätzen auf dem Riss befestigt wird. Für verschiedene Verjüngungen werden besondere Lineale eingesetzt.

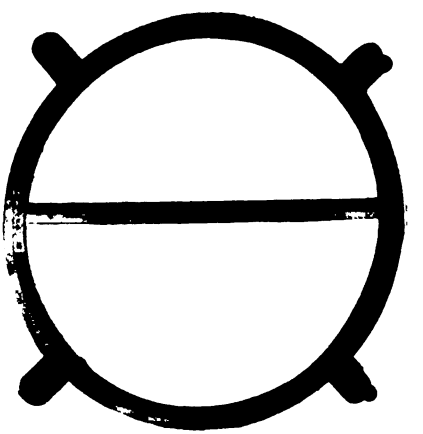


Fig. 386.

Derselbe ist besonders dann mit sehr grossem Nutzen zu verwenden, wenn von einem Punkte aus eine sehr grosse Anzahl von Strahlen ausgehen.

Bei den vorgenannten Transporteuren ist gewöhnlich das Anlegen an den Mittelpunkt und an die Nordsüdrichtung etwas umständlich und unsicher; diese Anlegefehler werden vermieden durch die Abschiebetransporteure (Fig. 387), die nicht einen Vollkreis, sondern nur einen getheilten reichlichen Halbkreis besitzen. Die geradlinige Begrenzung des Transporteurs ist parallel dem Durchmesser $0^0 - 180^0$ des Theilkreises und dient zum Anlegen an Metalllineale. Das eine wird

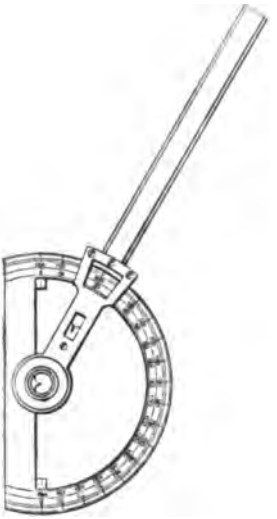


Fig. 387.

auf dem Risse am Zulegetische mittels Zwingen parallel der Nordsüd- oder Ostwestrichtung befestigt. Als zweites Lineal dient dann am besten ein guter grosser Metallwinkel, oder deren zwei, an welche dann der Abschiebetransporteur angelegt wird. Man braucht dann nur den Transporteur nach Einstellung des Streichwinkels solange hin und her zu verschieben, bis die Linealkante, die parallel zu ihrer radialen Mittellinie ist, durch den betreffenden Punkt hindurchgeht; es fällt also die Einstellung des Transporteurmittelpunktes auf den Punkt der Zeichnung weg, wodurch die Schnelligkeit und Sicherheit des Zulegens wesentlich erhöht wird.

Während nun bei den bis jetzt angegebenen Hilfsmitteln zum Auftragen der einzelnen Polygonpunkte jeder folgende Punkt von der Richtigkeit des vorhergehenden abhängig ist, giebt es ein Verfahren zum Zulegen der einzelnen Punkte, bei dem dieser Uebelstand nicht auftritt, und das ist das Zulegen nach berechneten Coordinaten.

Bei Anwendung dieses Verfahrens ist es zuerst nothwendig, aus den bekannten Sohlen und Streichwinkeln die Coordinaten der einzelnen Punkte auf bekannte Weise zu berechnen und zusammenzustellen.

Hierauf geht man an die Konstruktion des Quadratnetzes, zu der ein gerades Metalllineal und ein Stangenzirkel benutzt wird, um die senkrechte Lage der Quadratseiten zu einander zu sichern; auf die Zeichenwinkel darf man sich hierbei nicht verlassen. Man zieht in der Achsenrichtung inmitten des Risses eine möglichst lange Linie, in deren Mitte man mit Hilfe des Stangenzirkels auf bekannte Weise eine Senkrechte errichtet. Auf diesem Achsenkreuze werden nun die Längen der Quadratseite sorgfältig aufgetragen bis die Begrenzung des Risses erreicht ist. Das Auftragen der Längen geschieht am zweckmässigsten mit dem Nagelschen Longimeter (Fig. 388). Es ist dies ein längeres Lineal mit zwei überstehenden Ansätzen an den Enden. Das Lineal ist auf beiden Längsseiten mit einer Theilung in einem bestimmten Verjüngungsverhältniss versehen, und zwar liegt der Nullpunkt derselben in der Nähe des jedesmaligen Anschlages. Am

Fig 388.

Lineal verschiebbar ist ein rechter Winkel, der einen Nonius trägt, der so angeordnet ist, dass beim Anschlag des Winkels an dem Linealansatz die Ablesung Null gemacht wird. Legt man nun das Lineal so auf den Riss, dass es parallel der zu theilenden Linie liegt und verschiebt es, sowie den anliegenden Winkel solange, dass seine vertikale Kante durch den Anfangspunkt der Theilung hindurch geht und der Anschlag stattfindet, so erhält man durch Verschieben des Winkels am Lineale entlang um die entsprechenden Meter, und Bezeichnung der so entstehenden Theilpunkte durch scharfe Bleistiftlinien eine ausserordentlich genaue Theilung, die auch von Ueberschlagungsfehlern, wie sie beim Auftragen der Theilung mit dem Zirkel stattfinden, frei ist.

Näheres über das Longimeter, welches auch zu Flächenbestimmungen geeignet ist, siehe „Civilingenieur" XXIV. Band, Heft 4 u. 5. Mit Hilfe der auf den Achsenkreuzen erhaltenen grössten Längen der Quadratseiten werden, ebenfalls wieder mit dem Stangenzirkel, die vier um den Achsenschnittpunkt herumliegenden Theilrechtecke konstruirt, die alsdann in ihrer Gesammtheit den mit dem Quadratnetze zu versehenden Theil des Risses abgrenzen durch ein grösseres Rechteck. Auf den Seiten dieses Rechtecks werden nun, immer ausgehend von den beiden ursprünglichen Achsen, wieder die Längen der einzelnen Quadratseiten aufgetragen, wobei man schon in den Ecken des Rechteckes eine Probe für die Richtigkeit des Netzes erhält Alsdann werden die einzelnen Parallelen zu den Rechteckseiten gezogen, indem das Lineal an die entsprechenden Punkte der äussersten Rechteckseiten angelegt wird. Die gezogene Linie muss alsdann auf dem Achsenkreuze durch den schon auf dieser aufgetragenen Punkt hindurch gehen.

Das Ausziehen des Quadratnetzes geschieht in möglichst feinen Linien von blasser Tusche, es ist nur nothwendig, die beiden Achsen und das umgebende Rechteck vorher mit scharfen Bleilinien zu ziehen, die übrigen Linien werden ohne weiteres mit Tusche gezogen.

Die Grösse der Seiten des Quadratnetzes ist in verschiedenen Gegenden verschieden, meist 4, 5 oder 10 cm.

Nach dem Ausziehen des Quadratnetzes werden an die Seiten desselben am Rande die denselben zukommenden Abscissen- oder Ordinatenwerthe angeschrieben. Hierauf werden die berechneten Coordinaten der einzelnen Zugpunkte nach dem Winkelbuche aufgetragen und zwar immer von den Seiten desjenigen Quadrates aus, innerhalb dessen der jeweilig aufzutragende Punkt liegt. Geprüft werden die einzelnen zugelegten Punkte dadurch, dass man den Abstand zweier aufeinanderfolgenden mit der entsprechenden, ebenfalls im Winkelbuche vorhandenen Sohle vergleicht, wobei sich ein etwa auftretender Fehler sofort bemerkbar macht.

Das benutzte Quadratnetz hat nicht allein den Vortheil, dass es das Zulegen der einzelnen Punkte erleichtert, sondern auch den, dass man den Eingang des Papiers an jeder Stelle bestimmen und nöthigenfalls in Rechnung ziehen kann.

Infolge der leichten Feuchtigkeitsaufnahme des Papieres ist dieses mit den darauf gezeichneten Gegenständen einer Aenderung unterworfen, weshalb auch genaue Risse nie auf feucht aufgespannten Bogen, die erst nach Beendigung der Zeichnung abgeschnitten werden, zuzulegen sind Das Aufspannen geschieht manchmal, um die Unebenheiten des Papiers zu beseitigen, es muss aber dann nach dem Trocknen und Abschneiden des Papiers eine längere Zeit vergehen, ehe mit der Zulage begonnen werden kann.

Nachdem die Hauptlinien des Zuges zugelegt und die einzelnen Punkte in Bezug auf ihre Richtigkeit geprüft worden sind, erfolgt das Eintragen der Nebenmessungen, der Strecken, der Schächte und dergleichen.

Nach der Ausführung des Risses wird derselbe gewöhnlich theilweise farbig angelegt, wofür auch meist in den einzelnen Staaten besondere Bestimmungen in Bezug auf die Farbenwahl bestehen. Grössere Flächen auf einem Risse mit Farbe anzulegen, ist nicht zweckmässig, da hierdurch leicht eine Veränderung des Papiers durch die Feuchtigkeit der Farbe eintritt.

Ausser dem Grundrisse wird meist noch ein sogenannter Seiger- und Kreuzriss konstruirt, gewöhnlich auf demselben Blatte, aus denen dann die Vertikalmessungen ersichtlich sind.

Jeder Riss soll ausser der deutlichen Ueberschrift und den nothwendigen Bezeichnungen der Schächte, Strecken u. s. f. noch den Namen des Markscheiders, die Zeit der Aufnahme sowie einen scharfgezeichneten Maassstab, am zweckmässigsten einen Transversalmaassstab enthalten, sodass man nur mit Zuhilfenahme von Zirkel und Lineal die nothwendigen Grössen aus dem Risse ablesen kann. Auf fortzuführenden Rissen ist ferner noch die Zeit des Nachbringens und der dieses ausführende Markscheider anzugeben.

IX. Abschnitt.

Anschluss- oder Orientirungsmessungen. Orientirungsmessungen mit dem Theodoliten. Orientirungsmessungen auf magnetischem Wege.

Anschluss- oder Orientirungs-Messungen.

Soll eine Grubenaufnahme allen an sie zu stellenden Anforderungen genügen, so ist es, abgesehen von der Einhaltung des vorgeschriebenen Genauigkeitsgrades, nothwendig, dass die festen Punkte in der Grube auf dasselbe Coordinatensystem bezogen sind, als wie die Punkte über Tage, und zwar gilt dies für die jedesmaligen drei räumlichen Coordinaten: Länge, Breite und Höhe.

Diejenigen Messungen, die dies ermöglichen, die also die Grubenmessungen mit der Tagemessung in Verbindung bringen, bezeichnet man als Anschluss- oder Orientirungs-Messungen. Es gehören diese meist zu den schwierigsten Arbeiten und verlangen ausserdem ausserordentliche Sorgfalt.

Die Verfahren, die man hierbei anwendet, sind verschieden, einmal nach den zu Gebote stehenden Instrumenten und ein andermal nach der Art der Verbindung der Grubenräume mit der Tagesgegend.

Die Instrumente sind entweder der Theodolit oder besondere magnetische Instrumente; bei Anwendung der letzteren kommt es im allgemeinen weniger auf die Art der Verbindung zwischen Tagegegend und Gruben an, als bei der Benutzung des Theodolits; im zweiten Falle dürfen allerdings keine auf die Magnetnadel ablenkend wirkende Einflüsse vorhanden sein, alsdann ist dies Verfahren das bequemere. Bei Anwesenheit von ablenkenden Gegenständen, die besonders im Gestein vorhanden sind, ohne dass etwas darauf hindeutet, ist der Theodolit zu verwenden, und da bei diesem auch hauptsächlich die Unterschiede in der Verbindung zwischen Tage- und Grubenzug in Frage kommen, so mögen die Anschlussmessungen mit dem Theodoliten zuerst betrachtet werden.

Orientirungsmessungen mit dem Theodoliten.

Es möge noch hervorgehoben werden, dass bei den folgenden Betrachtungen der Bestimmung der Seigerteufenunterschiede weniger

Gewicht beigelegt wird, als dieselben bereits früher (Seite 241) eingehend behandelt worden sind.

Die Verbindung zwischen Tagezug und Grubenzug kann nun eine dreifache sein:

1. durch einen Stolln oder einen flachen Schacht;
2. durch einen seigeren Schacht;
3. durch zwei Schächte, von denen entweder beide flach, beide seiger oder einer seiger und einer flach fallen kann.

1. Die Verbindung wird durch einen Stolln oder flachen Schacht gebildet.

In diesem Falle ist die Anschlussmessung am einfachsten, wenn ein Stolln vorhanden ist, man verschafft sich über Tage durch eine Triangulirung oder theilweise Polygonisirung am Stollnmundloch einen Punkt, von dem aus der Zug auf dem Stolln weitergeführt wird. Ebenso ist zu verfahren, wenn der verbindende Schacht flach einfällt, nur werden die Messungen um so schwieriger und sind mit um so grösserer Sorgfalt auszuführen, je stärker der Schacht einfällt. Es ist dann besonders alles das zu berücksichtigen, was auf Seite 158 flgd. über die Winkelmessungen mit steilen Zielungen bemerkt ist. Mit der nöthigen Sorgfalt und Berücksichtigung der Fehlerquellen lassen sich aber unter Anwendung guter Instrumente sehr gute Erfolge erzielen.

2. Die Verbindung wird durch einen seigeren Schacht gebildet.

In einem solchen Falle ist der Anschluss im allgemeinen am schwierigsten auszuführen. Das Prinzip der Messung besteht darin, dass man an der Hängebank des Schachtes zwei Punkte wählt, die mit der Tagemessung verbunden werden. Hierdurch werden die Coordinaten der beiden Punkte bestimmt. Nun werden diese in die betreffende tiefere Sohle, die an die Tagemessung angeschlossen werden soll, senkrecht projicirt; es sind dann die Coordinaten Länge und Breite der tieferen Punkte dieselben wie über Tage, nur die Seigerteufe ist eine andere; man erhält also durch die Projektion eine Linie von bekannter Länge und bekanntem Streichen in der Grube, die mit dem Grubenzug durch einen Verbindungspolygonzug in Zusammenhang gebracht wird, wodurch die Aufgabe gelöst ist.

Da sich nun der Grubenzug, der oft eine beträchtliche Länge haben kann, nur auf die kurze Linie stützt, die von Tage aus in die betreffende Sohle heruntergelothet worden ist, und andrerseits wegen der Schachtdimensionen diese Linie immer verhältnissmässig sehr kurz ausfallen wird, nämlich höchstens etwa 2 m, so ist ersichtlich, dass das Herablothen der Punkte über Tage mit der grössten Sorgfalt ausgeführt werden muss, damit nicht eine Schwenkung des ganzen Grubenzuges eintritt. Sind z. B. in der Figur 389 (Seite 281) L_1 und L_2 die Lothpunkte über Tage, L'_1 und L_2 die

Projektionen derselben in die tiefere Sohle, wobei also angenommen ist, dass L'_1 um die Grösse e senkrecht zum Abstand c der beiden Lothpunkte falsch projicirt worden ist, während L_2 in seiner richtigen Stelle sich befindet, so entsteht ein Schwenkungsfehler ε von:

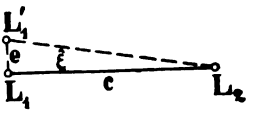


Fig. 389.

$$\varepsilon'' = \varrho'' \frac{e}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 256)$$

Hieraus geht hervor, dass der Fehler um so geringer wird, je grösser der Abstand der Lothpunkte L_1 und L_2 genommen werden kann und je genauer die Projektion in tiefere Sohle ausgeführt wird.

Ist beispielsweise c = 1,7 m, e = 1 mm, so wird:

$$\varepsilon = 2',0.$$

Da nun ebenfalls der Lothpunkt von L_2 um den Werth e unsicher bestimmt werden kann, so ist die mögliche Gesammtverschwenkung ε_m:

$$\varepsilon_m = \varepsilon\sqrt{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 257)$$

im angegebenen Falle also 2',8. Denkt man sich an diese Linie einen geradlinien Grubenzug von 800 m Länge angeschlossen, so entsteht am Endpunkte desselben allein durch den Projektionsfehler von je einem Millimeter eine seitliche Verschwenkung von 0,67 m, also ein ganz bedeutender Werth

Die Projektion ist auf zwei Wegen möglich, entweder mechanisch durch Lothe, die in den Schacht eingehangen werden oder optisch durch besondere Instrumente.

Die mechanischen Lothverfahren sind die ältesten und werden auch jetzt meist angewendet, da sich dem optischen Lothen sehr viele Schwierigkeiten entgegenstellen, die mechanische Lothung auch mit einfacheren Mitteln ausgeführt werden kann Nach der vorzüglichen kleinen Schrift von Professor Dr. M. Schmidt: „Die Methoden der unterirdischen Orientirung und ihre Entwickelung seit 2000 Jahren", Berlin 1892. Verlag von Hermann Paetel, wandte bereits Hero von Alexandrien das mechanische Lothverfahren an, um durch Vermittlung von Schnurdreiecken die Lage eines Punktes in einer gewissen Teufe zu ermitteln.

Ein einfaches Verfahren giebt ferner der bayrische Markscheider Ignaz von Voith im Jahre 1805 an, welcher vorschlägt, über der Hängebank des seigeren Schachtes eine söhlige Schnur A B (Fig. 390) zu spannen und an dieser zwei Grubensenkel L_1 und L_2 anzuhängen, welche dann auf der Schachtsohle durch eine die Senkelebene berührende Schnur $A_1 B_1$ in ihrer Richtung übertragen wird.

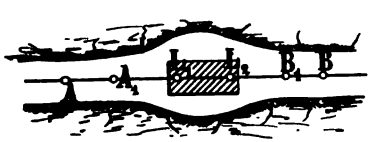


Fig. 390.

Als Lothschnuren wurden früher, auch von Professor Junge noch in den 60er Jahren, meist Verziehschnuren benutzt, an

Fig. 391.

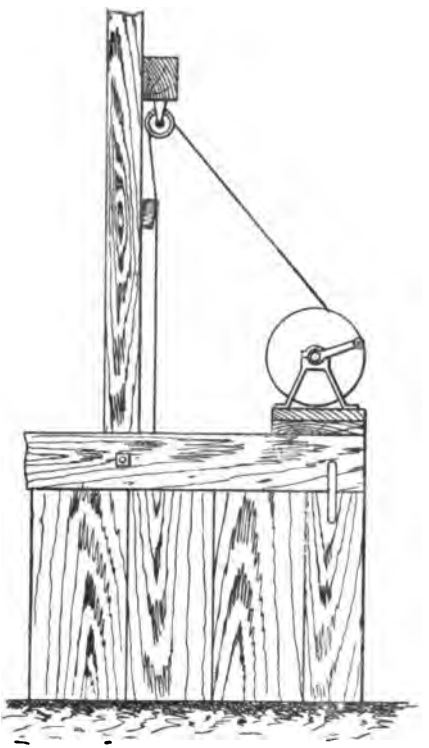


Fig. 392.

deren Enden sich die Lothkörper befanden; in neuerer Zeit verwendet man Lothdraht aus Messing, je nach den Teufen, in die zu lothen ist von 0,6 bis 1,0 mm Stärke und der nöthigen Länge, die man aus einem Stück hergestellt erhält Der Lothdraht ist auf einer Rolle (Fig. 391) mit Kurbel aufgewickelt, welche mit ihrer Fussplatte an der Hängebank durch Befestigungsschrauben gehalten wird. Am zweckmässigsten ist die Rolle mit Sperrrad und Klinke versehen, um das Loth nach dem Einhängen noch um kleine Beträge heben oder senken zu können. Von der Kurbelrolle aus wird der Draht über eine kleine höher gelegene Rolle geführt (Fig. 392), welche an einer an den Leitungsbäumen horizontal befestigten Latte eingeschraubt ist. Von dieser aus geht der Lothdraht über eine tiefere, etwas schräg an den Leitbäumen befestigte Latte in die Tiefe. Die letztere Latte liegt gewöhnlich nicht hoch über der Hängebank und trägt für jedes Loth eine kleine Kerbe, in welche der Lothdraht eingelegt wird, sodass eine seitliche Verschiebung des Drahtes ausgeschlossen ist; ausserdem hängt der Lothdraht dann, auch bei Schwingungen des Lothes, an der Hängebank ruhig, sodass der Abstand beider bequem gemessen werden kann und auch die Drähte ohne weiteres angezielt werden können. Um den Draht in den Schacht einzuführen, wird nicht gleich der Lothkörper angehangen, sondern ein kleineres Gewicht, damit nicht etwa bei einem Reissen des Lothdrahtes, das eintreten könnte, durch die oft sehr schweren Lothe grössere Beschädigungen angerichtet werden.

Ist das Ende des Lothdrahtes bis in die Sohle, in die gelothet werden soll, herabgelassen, so wird das Gewichtsstück gegen das

eigentliche Loth ausgewechselt. Diese Lothe haben je nach den Verhältnissen, Gewichte von 8 kg bis 25 kg und noch mehr, bei tieferen Schächten und kräftigem Wetterzug benutzt man grosse und schwere Lothe, die meist am unteren Ende mit einer Stahlspitze versehen sind Das Auswechseln wird dadurch erleichtert, dass das Ende des Lothdrahtes einen Haken trägt, an dem zuerst das kleine Gewicht angehangen wird, um den Draht einzuhängen. Das eigentliche Loth trägt dann einen ähnlichen Haken an einem kurzen Stück Draht, welcher beim Wechseln in den des Lothdrathes eingehangen wird.

Es ist nun in erster Linie darauf zu achten, dass die Lothe ihrer ganzen Länge nach im Schachte frei hängen. Bei geringen Teufen und klarer Luft im Schachte bewegt man ein Licht um das untere Ende des Lothes herum, und kann dann ohne weiteres von oben sehen, ob der Draht anliegt oder nicht. Bei grösseren Tiefen schiebt man wohl manchmal einen aufgeschnittenen Ring aus starkem Papier über den Draht und lässt ihn herunterrutschen. Kommt der Ring unten an, so nimmt man an, dass der Draht frei hängt; es kann aber der Ring sehr gut hängen bleiben, ohne dass das Loth anliegt, wie aus der Figur 393 hervorgeht. Das sicherste Verfahren ist die Ermittelung der Schwingungsdauer des Lothes. Da bei der Lothung immer eine Teufenmessung nebenher geht, bez. die Teufe bereits gemessen ist, so kann man die Länge l des Lothes, das als mathematisches Pendel auftritt, ermitteln, und es folgt dann die Schwingungsdauer t^s in Sekunden:

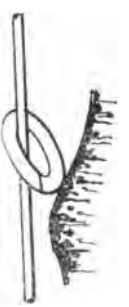


Fig. 393.

$$t^s = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 258a)$$

Die Beschleunigung g ist nun nicht viel verschieden von π^2, sodass man einfach erhält:

$$t^s = \sqrt{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 258)$$

Bei der praktischen Ausführung sieht man zu, wieviel Sekunden eine grössere Anzahl von Schwingungen dauern, um den Werth für eine genauer zu bekommen.

Stimmt nun die berechnete Schwingungsdauer mit der beobachteten überein, so hängt das Loth frei. Ist dies nicht der Fall, so kann man umgekehrt diejenige Stelle berechnen, an der das Loth anliegt, nach der Formel:

$$l = t^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 259)$$

und die Stelle aufsuchen.

Tritt dies ein, so muss meistens eine Veränderung des Lothpunktes über Tage vorgenommen werden; es ist daher zweckmässig, die Vorbereitungen für die Lothungen zeitig genug auszuführen, damit man dann nicht an der Messung selbst unnöthige Zeit verliert.

Ist das Loth richtig eingehangen, so sind noch die Schwingungen am unteren Ende aufzuheben. Diese werden hauptsächlich

durch Wetterzug oder durch Traufwässer in den Schächten hervorgerufen. Man verringert sie, da man sie meist fast nie ganz beseitigen kann, dadurch, dass man entweder den Lothkörper gegen den Wetterzug durch einen Blechmantel schützt, oder denselben in einen Wasserkübel hängt.

Da aber hierbei die zitternde Bewegung und die dadurch bedingten Schwingungen des Lothes, welche durch Traufwasser, welches gegen den Lothdraht spritzt, hervorgerufen werden, sich nicht beseitigen lassen, so ist es vortheilhafter, die Lothe schwingen zu lassen, entweder frei oder auch in Wasser, welches man dann mit der Hand bewegt, und aus diesen Schwingungen den Schwingungsmittelpunkt, der dem Lothpunkte entspricht, berechnet.

Es mag hier noch darauf aufmerksam gemacht werden, dass man allerdings nie wissen kann, ob der Punkt, in dem das Loth ruhig hängt, oder der Schwingungsmittelpunkt, auch wirklich senkrecht unter dem Lothpunkte über Tage liegt, da eine Verschwenkung der Lothebene durch einseitigen Wetterzug, der nicht immer vollständig beseitigt werden kann, möglich ist.

Die Bestimmung des Schwingungsmittelpunktes ist auf verschiedene Weise versucht worden. Nach Angabe von Borchers verfolgt man die Schwingungen bis zur Grenze mit einem in der betreffenden Sohle seitlich von dem Lothen aufgestellten Theodolit und liest jedesmal an äussersten Stellen ab, das Mittel aus beiden Ablesungen giebt dann die Ablesung für die Ruhelage. Die Schwingungen bleiben aber meist nicht konstant, da der Lothkörper eine sehr komplizirte Bewegung ausführt. Man hat auch versucht, diese Bewegung aufzuzeichnen und aus ihr den Schwingungsmittelpunkt, der der Ruhelage entspricht, abzuleiten. Professor Schmidt hat sodann eine Skala im Fernrohr angebracht und an dieser die Ablesung für zwei aufeinanderfolgende Schwingungen ausgeführt, welches Verfahren neuerdings wieder von Brathuhn angegeben worden ist.

Die vorzüglichsten Ergebnisse liefert das folgende ebenfalls von Professor Dr. M. Schmidt angegebene Verfahren der Fixirung der Lothe.

Nachdem die Lothe nach dem vorher angegebenen Verfahren bis auf die betreffende Sohle eingehangen und einigermassen beruhigt worden sind, wird in bequemer Höhe im Schachte eine Pfoste so gelegt, dass die Lothe durch eine Bohrung derselben hindurchgehen. Ueber diese Bohrung wird ein Jungescher Centrirteller (Fig. 394 und 395) aufgeschraubt, so dass die Lothe, die hindurch gehängt sind, etwa in die Mitte dieser Bohrungen zu liegen kommen. Diese Centrirteller sind aus Gusseisen hergestellt und tragen vier Erhöhungen, die um 90° von einander abstehen, und welche in ihrer Mitte vier vertikale Bohrungen tragen. In zwei, einander senkrecht gegenüberliegende dieser Bohrungen wird je eine Millimeter- oder Doppelmillimetertheilung aus Holz oder besser aus Milchglas eingesetzt, vor welchen die Lothe schwingen. Die Milchglastheilungen sind wegen der besseren und bequemeren Beleuchtung

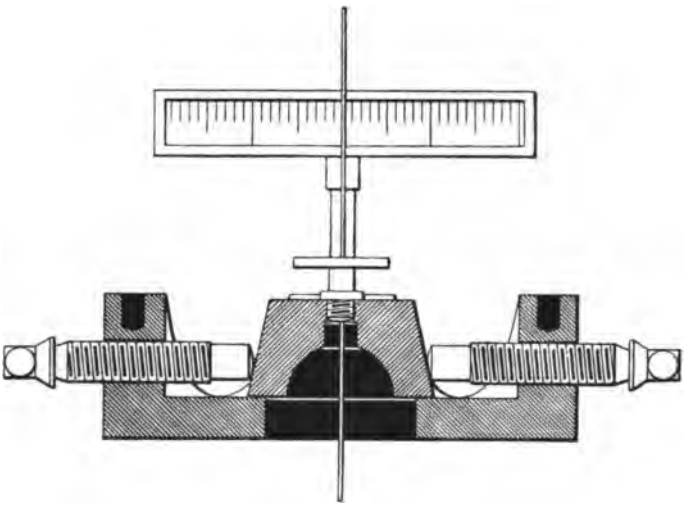


Fig. 394.

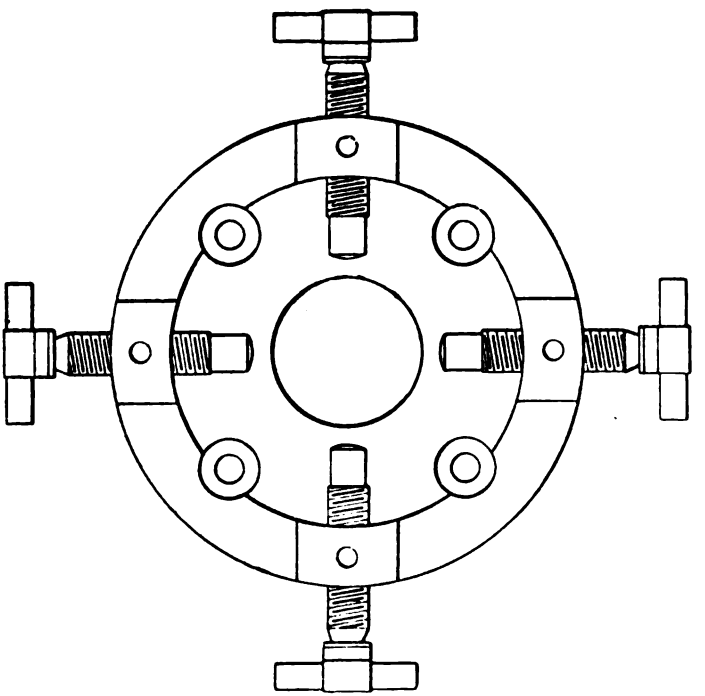


Fig. 395.

vorzuziehen. Senkrecht zu diesen beiden Theilungen werden dann zwei Instrumente aufgestellt und mit diesen die äussersten Stellen der Schwingungen abgelesen. Da die Schwingungen gewöhnlich unregelmässig sind, so ist es nothwendig, eine grössere Anzahl von

Schwingungen zu beobachten und aus diesen die Mittellagen zu berechnen; je unregelmässiger die Schwingungen sich zeigen, um so mehr Beobachtungen sind anzustellen, um im Mittel übereinstimmende Ergebnisse zu erhalten. Vom Verfasser unter ganz ungünstigen Verhältnissen, besonders bei stark niedergehendem Traufwasser, stundenlang ausgedehnte Versuchsmessungen haben ergeben, dass auch in solchen Verhältnissen die aus länger andauernden Schwingungsbeobachtungen abgeleiteten Schwingungsmittelpunkte bis auf höchstens 0,1 mm unter einander übereinstimmen, wenn genügend viele Schwingungen vereinigt werden. Es ist auch hier zu empfehlen, die Beobachtungen in verschiedenen Sätzen zu wiederholen und aus ihnen das Mittel zu nehmen.

Wie bei feinen Wägungen ist auch hier nothwendig, auf einer Seite, etwa links, eine Schwingung mehr, als auf der andern, etwa rechts, zu beobachten und die Schwingungsweite an der Theilung aufzuzeichnen. Im folgenden sollen zwei Beispiele für derartige Schwingungsbeobachtungen gegeben werden, eins für günstige, und eins für ungünstige Verhältnisse. In den folgenden Zusammenstellungen sind einmal die Ablesungen an den Theilungen für Loth links und Loth rechts bei den aufeinanderfolgenden Schwingungen, als auch die daraus berechneten Ruhelagen angegeben; im Anschluss hieran ist die Genauigkeit in der Ermittlung einer Ruhelage und des Mittels aus den gesammten Beobachtungen mit berechnet, und die Ergebnisse anderer anschliessender Beobachtungsreihen mit angeführt.

Sehr günstige Verhältnisse. Teufe etwa 170 m.

1. Reihe.

Nr.	Ablesung an der Skala l mm	Ablesung an der Skala r mm	$\frac{1}{2}\left(\frac{l_i+l_{i+2}}{2}+r_{i+1}\right)$ mm	v mm
1	75,5			
2		45,5	60,38	− 0,10
3	75,0			
4		45,5	60,12	+ 0,16
5	74,5			
6		46,0	60,00	+ 0,28
7	73,5			
8		47,5	60,50	− 0,22
9	73,5			
10		47,5	60,38	− 0,10
11	73,0			
Σ	370,75	232,0	301,38	+ 0,02
Σ/5	74,15	46,40	60,28	
	60,28			

m = ± 0,21 mm, M = ± 0,09 m.

2. Reihe.

Nr.	Ablesung an der Skala l mm	Ablesung an der Skala r mm	$\frac{1}{2}\left(\frac{l_i+l_{i+2}}{2}+r_{i+1}\right)$ mm	v mm
1	72,5			
2		48,0	60,25	− 0,03
3	72,5			
4		48,5	60,38	− 0,16
5	72,0			
6		48,7	60,22	± 0,00
7	71,5			
8		49,0	60,12	+ 0,10
9	71,0			
10		49,5	60,12	+ 0,10
11	70,5			
Σ	358,5	243,7	301,09	+ 0,01
Σ/5	71,70	48.74	60,22	
	60,22			

m = ± 0,11 mm, M = ± 0,05 mm.

Ungünstige Verhältnisse. Teufe etwa 520 m.

Nr.	Ablesung an der Skala r mm	l mm	$\frac{1}{2}\left(\frac{r_i + r_{i+2}}{2} + l_{i+1}\right)$ mm	v mm
1	32,1			
2		58,0	45,08	+ 0,19
3	32,2			
4		57,9	45,15	+ 0,12
5	32,6			
6		56,8	45,28	— 0,01
7	34,9			
8		54,8	45,18	+ 0,09
9	36,2			
10		54,7	45,68	— 0,41
11	37,1			
Σ	170,5	282,2	226,37	— 0,02
$\frac{\Sigma}{5}$	34,10	56,44	45,27	
	45,27			

$m = \pm 0{,}24$ mm, $M = \pm 0{,}11$ mm.
Eine zweite Reihe gab als Mittel 45,19 mm.

In Bezug auf die Berechnung der Beobachtungen sei noch das folgende angeführt. Nachdem die Beobachtungen wie in vorstehenden Tabellen in die ersten drei Spalten eingetragen worden sind, erfolgt die Berechnung der Ablesung für die Schwingungsmittelpunkte in der vierten Spalte, indem man zuerst zwei auf einander folgende Ablesungen auf der Seite, auf der eine Beobachtung mehr vorhanden ist, als auf der andern, zu einem Mittel vereinigt. Aus diesem Mittel und der dazwischen liegenden Schwingungsbeobachtung auf der andern Seite bildet man wieder das Mittel; so ergiebt sich z. B. für die drei ersten Schwingungen in der ersten Tabelle, wo auf der linken Seite eine Beobachtung mehr vorliegt als auf der rechten, nach der allgemeinen Gleichung:

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{l_i + l_{i+2}}{2} + r_{i+1}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 260)$$

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{75{,}5 + 75{,}0}{2} + 45{,}5\right\} = 60{,}38 \text{ mm}.$$

Aus diesen so gefundenen Werthen, die in der Anzahl $\frac{n-1}{2}$ vorhanden sind, wenn n die Anzahl der ungeradzahligen Beobachtungen überhaupt angiebt, wird wieder das Mittel gebildet, welches im angegebenen Falle 60,28 mm beträgt.

Als Rechenprobe für dieses Hauptmittel hat man dann noch die Gleichung:

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{\left(\frac{l_1+l_n}{2}\right)+l_3+\ldots+l_{n-2}}{\frac{n-1}{2}}+\frac{r_2+r_4+\ldots+r_{n-3}+r_{n-1}}{\frac{n-1}{2}}\right\} \quad 261)$$

für den Fall, dass auf der linken Seite eine Beobachtung mehr vorhanden ist, als auf der rechten. Im umgekehrten Falle ist r mit l zu vertauschen

Aus den beigefügten mittleren Fehlern m einer Schwingung und M des Hauptmittels ist die grosse Genauigkeit der Methode ersichtlich.

Professor Dr. Schmidt fixirt nun nach beendigter Messung und Berechnung der Beobachtungen die Lothdrähte in den beiden zueinander senkrechten Richtungen in den Schwingungsmittelpunkten. Zu diesem Zwecke wird nach der Beendigung der Rechnung der Lothdraht durch einen vierseitigen Pyramidenstumpf mit grösserer Bohrung hindurch gesteckt, in dessen oberen Theil mit entsprechendem Gewinde eine Messingschraube Platz findet, deren Bohrung dem Durchmesser des Lothdrahtes gleich ist. (Siehe Fig. 394, Seite 285.) Mit Hilfe der vier horizontal wirkenden Schrauben des Jungeschen Centrirtellers werden dann die in der Pyramide befindlichen Lothdrähte von den beiden seitlichen Instrumenten aus in die berechnete Lage eingebracht und festgestellt. Die Lothdrähte sind dann auch am unteren Ende völlig fest und man kann bequem Längen- und Winkelmessungen ausführen. Nach der Fixirung der Lothe wird zuerst deren Abstand, der auch über Tage gemessen worden ist, bestimmt, der sich dann dem an der Hängebank gefundenen gleich ergeben muss, da die Convergenz der in so kurzer Entfernung von einander aufgehangenen Lothe bei den verhältnissmässig geringen Teufen, die in Betracht kommen, ohne Einfluss ist.

Der Anschluss an die Lothe ist nun ein verschiedener, je nachdem man sich in den Lothpunkten selbst aufstellt oder seitliche Aufstellungspunkte der Winkelmessung wählt

Das erste Verfahren ist von Professor Junge in Freiberg angewendet worden und bietet verschiedene Vortheile, besonders den der Einfachheit in der Berechnung des Streichens der Lothebene und unter Berücksichtigung der Fehlerquellen auch sichere Ergebnisse, als die seitliche Aufstellung, wenn auch andererseits die Aufstellung in den Lothpunkten, also im Schachte, verschiedene Uebelstände mit sich bringt. Es setzt auch voraus, dass das Theodolitfernrohr auf ganz kurze Entfernungen zu zielen gestattet, was freilich leider bei vielen Markscheiderinstrumenten nicht möglich ist. Der grosse Vortheil des Junge'schen Verfahrens besteht darin, dass die Winkelmessungen die Hauptrolle dabei spielen, dagegen die Längenmessungen, die bei den seitlichen Aufstellungen mit in Frage kommen, eingeschränkt werden, und dies ist bei den hierbei vorkommenden kurzen Entfernungen sehr wesentlich. Ist z. B. die Aufstellung in den Lothpunkten vorhanden, die allerdings besondere Aufstellungsschrauben erfordert, so ist der Anschluss einfach. Ist T

(Fig. 396), ein Punkt der Tagegegend, der durch seine Coordinaten bekannt ist, von dem aus man den einen L_1 über Tage sehen und bis zu ihm messen kann, so wird auch dessen Lage bekannt; durch Aufstellung in L_1 und Messung des Winkels nach T und L_2 das Streichen der Lothebene und durch Messung des Lothabstandes die Coordinaten von L_2 bekannt. Stellt man sich dann in der tieferen Sohle in L_2 auf und misst die nöthigen Grössen, so ist der Anschluss leicht möglich.

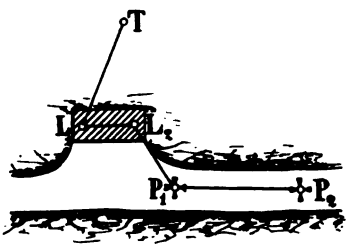


Fig. 396.

Professor Junge benutzte zu den Schachtlothungen seinen Goniometer mit dazu gehörigen Aufstellungsschrauben. Auf der Hängebank wurde eine Pfoste aufgenagelt und an zwei Stellen, an denen die Lothe voraussichtlich frei hingen, durchbohrt, um die Jungeschen Aufstellungsschrauben aufzunehmen (Fig. 397 und 398). Dieselben sind am unteren Ende centrisch durchbohrt, und es führt diese Bohrung durch eine seitliche Oeffnung die durchgefädelte Verziehschnur, an deren unteres Ende das Loth angehangen ist, nach einer über das Gewinde schraubbaren Rolle. Die Aufstellungsschraube wird durch eine auf das obere Gewinde aufgeschraubte Dosenlibelle vertikal gestellt, sodass das obere Ende der Verziehschnur in der Achse des Goniometers befindlich ist.

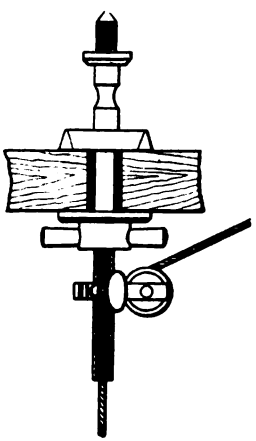


Fig. 397.

Fig. 398.

Der Lothkörper selbst endigt unten in eine Stahlspitze, und es wird das Loth so lange herauf- oder heruntergelassen, bis seine Lothspitze über einer Aufstellungsschraube, die auf der tieferen Sohle ebenfalls auf einer Pfoste im Schachte in einem Jungeschen Centrirteller steckt, durch dessen vier seitliche Schrauben, die gegen einen vierseitigen Pyramidenstumpf an der Aufstellungsschraube wirken, diese genau unter das beruhigte Loth gebracht werden konnte.

Mitunter wurde auch ein besonderer Theil (Fig. 399), der oben in eine feine Spitze ausläuft, auf die Aufstellungsschraube aufgeschraubt, diese dann centrirt, und nachher das Instrument erst aufgeschraubt. Waren auf diese Weise die unteren Lothpunkte bestimmt, so konnte in diesen selbst das Winkelmessinstrument aufgestellt und das Ganze als Polygonzug behandelt werden.

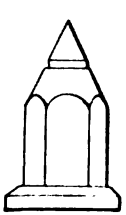


Fig. 399.

Als Vortheil dieser Lothmethode ist hervorzuheben, dass die Aufstellungsschrauben einen sehr festen Stand haben und die Längenmessungen bequem auszuführen

sind; als Nachtheil, dass die unteren Aufstellungsschrauben infolge der benutzten Verziehschrauben als Lothschnur sich sehr schwierig centriren liessen, weil sich dieselben verlängern und verkürzen und leicht zu drehen anfangen, ausserdem muste das Fernrohr gestatten, auf sehr kurze Entfernungen zielen zu können.

Das Weisbachsche Verfahren wählt die Aufstellungspunkte seitlich von den Lothen und führt den Anschluss unter Benützung von Längen- und Winkelmessungen aus. Bezeichnet in nebenstehender Figur 400 M den seitlichen Theodolitstandpunkt, L_1 und L_2 die Lothpunkte, so werden gemessen: der Winkel γ nach den beiden Lothen und die drei Seiten a, b und c, die letztere Entfernung, der Lothabstand, muss natürlich sich in der Grube ebenso ergeben, wie über Tage. Es fragt sich nun, wie die Form dieses Anschlussdreiecks zu wählen ist, damit die Anschlusswinkel α und β möglichst genau aus der Rechnung hervorgehen.

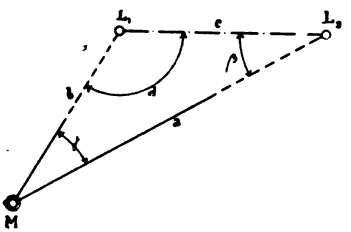


Fig 400.

Nach dem Sinussatze ergiebt sich:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}\,\sin\gamma$$

$$\sin\beta = \frac{b}{c}.\sin\gamma,$$

differenzirt man nun diese Gleichungen nach a, b, c und γ, als den gemessenen, daher mit Fehlern behafteten Grössen, so folgt:

$$\left.\begin{aligned} d\alpha &= \varrho''\frac{\tan\alpha}{a}.da + \varrho''\frac{\tan\alpha}{c}.dc + \frac{a}{c}\frac{\cos\gamma}{\cos\alpha}.d\gamma \\ d\beta &= \varrho''\frac{\tan\beta}{b}.db + \varrho''\frac{\tan\beta}{c}.dc + \frac{b}{c}\frac{\cos\gamma}{\cos\beta}.d\gamma \end{aligned}\right\} \quad 262)$$

In diesen Gleichungen sind $d\alpha$ und $d\beta$ die Aenderungen der Anschlusswinkel α und β, wenn die Längen a, b und c bez. um da, db und dc, der Winkel γ und $d\gamma$ geändert werden und $\varrho'' = 206\,264'',8$. Beide Gleichungen geben $d\alpha$ und $d\beta$ in Sekunden, wobei $d\gamma$ ebenfalls in Sekunden einzuführen ist.

Setzt man ferner $da = db = dc = dl$, d. h. die Unsicherheiten in den Längenmessungen für die im Anschlussdreieck vorkommenden Seiten einander gleich, wozu man berechtigt ist, da die Seitenlängen innerhalb einer Bandlänge bleiben, und rechnet nach den Grundsätzen der Ausgleichsrechnung auf den mittleren Fehler, der mit m_α und m_β bezeichnet werden möge, um, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} m_\alpha &= \sqrt{\left(\varrho''\frac{a+c}{a.c}\tan\alpha\,.\,dl\right)^2 + \left(\frac{a\cos\gamma}{c\cos\alpha}d\gamma''\right)^2} \\ m_\beta &= \sqrt{\left(\varrho''\frac{b+c}{b.c}\tan\beta\,.\,dl\right)^2 + \left(\frac{b\cos\gamma}{c\cos\beta}d\gamma''\right)^2} \end{aligned}\right\} \quad 263)$$

Diese Gleichungen sind gegenüber den zuerst von Weisbach: „Die neue Markscheidekunst“ angegebenen insofern vollständiger, als sie nicht nur die Unsicherheiten in der Messung von a und b enthalten, sondern auch die Unsicherheiten in der Bestimmung von c und γ, welche Grössen ja doch ebenfalls fehlerhaft ermittelt werden, während Weisbach und nach ihm andre die Messung des Lothabstandes und die Messung des Winkels γ als absolut genau voraussetzen, was natürlich nicht der Fall ist. Erfahrungsmässig ist z. B. die Genauigkeit der Winkelmessung in der Praxis meist bedeutend geringer, als sie sich aus theoretischen Betrachtungen, etwa über die Noniusangabe, die Anzahl der Einstellungen eines Zielpunktes und die Anzahl der Ablesungsvorrichtungen ergiebt.

Betrachtet man die Gleichungen 263 näher, so ist ersichtlich, dass ein Fehler dl in der Längenmessung verschwindet für $\alpha = 0$ oder $\beta = 0$, d. h. für den Fall der Wahl des Punktes M_1 in der Lothebene, wie dies Weisbach bereits angiebt. Andrerseits wird bei grösseren Werthen von α und β das erste Glied um so kleiner, je grösser a und b gegenüber c werden; es müsste also sowohl der Lothabstand, als auch der Abstand des seitlichen Aufstellungspunktes M_1 von den Lothen möglichst gross angenommen werden. Da dies in der Praxis meist nicht möglich ist, so sorgt man wenigstens dafür, dass der Winkel α oder β bez. γ möglichst klein gehalten wird.

Andrerseits bleibt aber auch selbst für den günstigsten Fall von α und β nahe Null der Einfluss des Winkelmessungsfehlers $d\gamma''$ bestehen, er nähert sich dem Grenzwerth $\frac{a}{c}$ bezw. $\frac{b}{c}$. Dieser Werth wird um so kleiner, je grösser c im Verhältniss gegenüber a und b, wird; was also der Bedingung, die vorher für den Einfluss des Längenmessungsfehlers aufgestellt wurde, widerspricht.

Dass der Winkelmessungsfehler keinen verschwindenden Einfluss ausübt, wie gewöhnlich vorausgesetzt wird, geht aus einem Beispiel hervor, in welchem die Grössen a, b und c sowie γ mit besonderer Sorgfalt gemessen wurden. Es hatte sich aus den Längenmessungen, deren je vier zu einem Mittel vereinigt wurden, ergeben:

$$\begin{aligned} a &= 4{,}937 \text{ m}, \\ b &= 3{,}313 \text{ m}, \\ c &= 1{,}653 \text{ m}, \\ dl &= 0{,}0008 \text{ m}, \end{aligned}$$

ferner aus den Winkelmessungen, ebenfalls als Mittel aus vier Repetitionen:

$$\begin{aligned} \gamma &= 4^0\ 9'\ 41'' \\ d\gamma &= 16'', \end{aligned}$$

womit sich berechnet:

$$m_\beta = \sqrt{29{,}0^2 + 49{,}3^2} = \pm 57''{,}2,$$

es überwiegt also hier der Einfluss der Winkelmessung.

Auch bei spitzwinkligem Anschlussdreieck tritt der Winkelmessungsfehler hervor; ist z. B. $\gamma = 2''$, $\beta = 10''$, so wird:

$$\frac{b}{c}\frac{\cos\gamma}{\cos\beta} = 5,$$

d. h. also, die in der Messung des Winkels γ vorhandene Unsicherheit geht im fünffachen Betrage in die Berechnung von β über, bei $d\gamma = 16''$ würde also:

$$m_\beta = 80'' = 1'\,20''$$

werden.

Während nun über Tage das spitze Anschlussdreieck meist hergestellt werden kann, so ist dies in der Grube nicht immer möglich, hier hat man vielmehr oft nur eine an einem Lothpunkte mehr rechtwinklige Form des Anschlussdreiecks vor sich Da in diesem Falle die Berechnung des Anschlusswinkels nach dem Sinussatze nicht vortheilhaft ist, so wendet man den Cosinussatz an, benutzt also nur die Längenmessungen, und es fragt sich, wie dann die Form des Anschlussdreiecks zu wählen ist, um den grösstmöglichen Genauigkeitsgrad zu erhalten.

Differenzirt man die Gleichung:

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

nach α, a, b und c, so folgt nach einiger Umformung:

$$d\alpha'' = \varrho'' \frac{a}{b.c.\sin\alpha}(\pm da \pm \cos\gamma . db \pm \cos\beta . dc) \quad . \quad 264)$$

und wenn man wieder $da = db = dc = dl$ setzt, nach gehöriger Reduktion:

$$d\alpha'' = \varrho''\left(\frac{a}{bc.\sin\alpha} + \frac{b+c}{b.c}\,tn\,\frac{\alpha}{2}\right).dl \quad . \quad . \quad 265)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass der Fehler im Anschlusswinkel α um so kleiner ausfallen wird, je näher α selbst einem Rechten kommt, und wenn andrerseits b und c möglichst gross werden.

Da man nun in der Praxis nicht immer in die Lage versetzt ist, die günstigste Anschlussform der Dreiecke zu erhalten, so verfährt man meist so, dass man zwei seitliche Aufstellungspunkte M_1 und M_2 (Fig 401) wählt, einen möglichst in der Erweiterung der Lothebene, um einen spitzen Anschlusswinkel zu erhalten, und einen so, dass eine von ihm nach den Lothen verlaufende Linie möglichst senkrecht auf der Lothebene steht. Misst man alsdann die vier an M_1 und M_2 vorhandenen Winkel w_1, w_2, w_3 und w_4, so lassen sich die Anschlusswinkel in den Lothpunkten nach dem Hansenschen Verfahren berechnen. Gewöhnlich misst man ausserdem noch die sämmtlichen sechs Seiten und kann dann die Anschlusswinkel nach der jeweilig günstigsten Form des

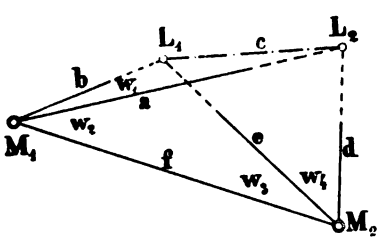


Fig. 401.

Anschlussdreiecks entweder nach dem Sinussatze oder nach dem Cosinussatze, unter Umständen mehrfach, berechnen und aus den gefundenen Werthen das Mittel bilden.

Professor Dr. Schmidt hat vorgeschlagen, das Pothenot'sche Verfahren in der Grube anzuwenden, wenn man nur einen seitlichen Standpunkt wählt. Zu diesem Zwecke erweitert er die Lothebene, in dem er einen dritten Punkt L_3 in die Lothebene einrichtet. Er stellt einen dritten Junge'schen Centrirteller mit Prismenstumpf auf, in den eine Nadel von passender Stärke eingesetzt ist, schlingt um diese und einen Lothdraht einen Zwirnsfaden oder feinen Draht und verschiebt den dritten Centrirteller senkrecht zur Lothebene solange, bis der Faden oder Draht als zwei parallele Linien erscheint. Mit Hilfe der gemessenen Entfernung L_1 L_3 oder L_2 L_3 erhält man alsdann einfach die Coordinaten von L_3, und kann dann das Pothenot'sche Verfahren zur Bestimmung des seitlichen Aufstellungspunktes benutzen.

In nassen Schächten ist allerdings das Einrichten des dritten Punktes in die Lothlinie nicht sehr genau ausführbar, da dann leicht ein Kleben des Fadens oder Drahtes an den Lothdrähten eintritt.

Verfasser hält die Anwendung eines Anschlussviereckes für zweckmässiger, da dann leichter eine Kontrolle für die Messung geschaffen werden kann.

Ein solches Viereck bietet auch Gelegenheit, die Ausgleichungsrechnung auf dasselbe anzuwenden, da sechs Längen und vier Winkel gemessen worden sind, während zur eindeutigen Bestimmung eines Vierecks nur fünf Stücke nothwendig sind. Durch eine derartige Ausgleichung erhält man einen genauen Einblick in die Verhältnisse, da sich durch dieselbe auch der Genauigkeitsgrad der durch die Rechnung gefundenen Grössen ergiebt, und Schlüsse auf die Anordnung und Ausführung der einzelnen Messungen gezogen werden können.

Eine derartige Ausgleichung gestaltet sich sehr umständlich, da sowohl Längen-, als auch Winkelmessungen vorliegen, deren Gewichtsverhältnisse aus den Beobachtungen selbst erst herzuleiten sind, wenn die einzelnen Messungen mehrfach angestellt wurden, oder geschätzt werden müssen.

Am einfachsten ist die Ermittelung der Gewichte, wenn die mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungen gegeben sind; ist beispielsweise der mittlere Fehler der Längenmessung m_l, derjenige der Winkelmessung, ausgedrückt in Bogenmaass, m_w, und sind entsprechend p_l und p_w die zugehörigen Gewichte, letzteres als Gewichtseinheit aufgefasst, so ist bekanntlich:

$$p_l = \left(\frac{m_l}{m_w}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 266)$$

Sind aber die Gewichte oder die mittleren Fehler nur schätzungsweise bekannt, so wird die Rechnung mit den gewählten Gewichten durchgeführt, dann der mittlere Fehler der Gewichtseinheit er-

mittelt, und bei Nichtübereinstimmung mit der angenommenen die Rechnung mit entsprechend geänderten Gewichten wiederholt.

Da fünf überschüssige Messungen vorhanden sind, so müssen fünf von einander unabhängige Bedingungsgleichungen erfüllt werden und zwar lauten dieselben:

aus dem Dreiecke: $M_2\,M_1\,L_1$:

$$\left.\begin{array}{l} 1.,\ 0 = e.\sin M_2 L_1 M_1 - f.\sin L_1 M_1 M_2 \\ 2.,\ 0 = b.\sin L_1 M_1 M_2 - e.\sin M_1 M_2 L_1 \end{array}\right\}$$

aus dem Dreiecke: $M_2\,M_1\,L_2$:

$$\left.\begin{array}{l} 3.,\ 0 = d.\sin M_2 L_2 M_1 - f.\sin L_2 M_1 M_2 \\ 4.,\ 0 = a.\sin L_2 M_1 M_2 - d.\sin M_1 M_2 L_2 \end{array}\right\} \quad . \quad 267)$$

und aus dem Dreiecke: $M_1\,L_1\,L_2$:

$$\left.\begin{array}{l} 5.,\ 0 = b^2 + a^2 - c^2 - [2\,a\,b.\cos L_1 M_1 L_2 \end{array}\right\}$$

Diese Bedingungsgleichungen werden so umgearbeitet, dass sie die Verbesserungen der gemessenen Grössen enthalten, aus ihnen mit Hilfe der Gewichte die Korrelatengleichungen, und aus diesen die Normalgleichungen gebildet. Die Auflösung dieser Gleichung giebt die Korrelaten, die in die Korrelatengleichungen eingesetzt, die Verbesserungen liefern. Verbindet man die Verbesserungen mit den Beobachtungswerthen, so erhält man schliesslich die ausgeglichenen Werthe, welche die gegebenen Bedingungsgleichungen erfüllen, das Viereck also zu einem mathematisch richtigen macht

Verfasser hat in dieser Weise eine Anzahl von Anschlussvierecken aus der Praxis einer Ausgleichung unterworfen und die folgenden Ergebnisse gefunden:

1. bei den vorliegenden Verhältnissen (kurze Längen) ist die Genauigkeit der Winkelmessung der der Längenmessung bedeutend überlegen,
2. unter Mitberücksichtigung der Längenmessungen erhält man den mittleren Fehler der ausgeglichenen Anschlusswinkel grösser als den der direkten Winkelmessung; die Längenmessungen sind also eigentlich nur schädlich.

Hieraus folgt, dass, um eine möglichst genaue Orientierungsübertragung zu bekommen, bei den Anschlussmessungen

1. die Genauigkeit der Winkelmessung zu erhöhen ist und
2. die Längenmessungen möglichst einzuschränken sind.

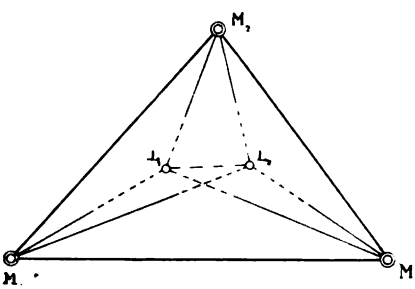


Fig. 402.

Der ersten Bedingung lässt sich dadurch Genüge leisten, dass man zur Winkelmessung gute Instrumente benutzt und die Winkel öfter misst.

Die zweite kann man auf verschiedene Weise erfüllen.

Kann man z. B. drei seitliche Aufstellungspunkte M_1, M_2 und M_3 (Fig. 402) so wählen, dass sie einmal gegenseitig sicht-

bar sind und ausserdem von jedem derselben die beiden Lothpunkte angezielt werden können, so ist die Messung nur einer einzigen Linie, etwa der längsten, nothwendig, die übrigen lassen sich auf dem Wege der Rechnung bestimmen. Ausserdem wird die Ausgleichung eines derartigen Systems, in dem nur Winkelmessungen allein auftreten, sehr einfach.

Dieses Verfahren begegnet aber meistens grossen praktischen Schwierigkeiten, da es gewöhnlich nicht leicht ist, drei solche Punkte zu finden; man ist meist, besonders in der Grube, froh, einen seitlichen Punkt zu finden, von dem aus man die beiden Lothpunkte anzielen kann.

Ein anderer Weg ist die Aufstellung in den Lothpunkten, wie sie schon von Professor Junge in den sechziger Jahren angewendet wurde.

Für den aussergewöhnlichen Fall, dass unter ganz ungünstigen Verhältnissen nur ein seitlicher Aufstellungspunkt gefunden werden kann, von dem aus nur ein Lothpunkt sichtbar ist, geht die Anschlussmessung in einen Polygonzug über, in dem die Lothlinie eine Seite bildet.

Hat man einen seitlichen Aufstellungspunkt, der nach beiden Lothpunkten zu visiren gestattet, so erhält man ein Dreieck, dessen Schlussfehler einen Einblick in die Genauigkeit giebt; kann man zwei seitliche Aufstellungspunkte wählen, so wird die Sache noch günstiger, weil die Ausgleichung ebenfalls einfach und die Genauigkeit grösser wird. Es braucht dann ebenfalls wieder, mit Ausnahme des Lothabstandes, der zur Kontrolle für die Messung über Tage dient, nur eine Seite gemessen zu werden.

Wenn nun die Ergebnisse, die Professor Junge anführt, keine günstigen zu nennen sind, so ist der Grund nicht in der Methode zu suchen, sondern in der Unvollkommenheit der Aufstellungsmittel, die er seiner Zeit benutzte. So ist z. B. ein Uebelstand der, dass der Aufhängungspunkt des Lothes am unteren Ende der Jungeschen Schraube (Fig. 397) sehr weit von der Instrumentmitte entfernt ist; steht also die Schraube nicht ganz genau vertikal, so entstehen schädliche Excentricitätsfehler. Ausserdem verwendete Junge Schnuren anstatt Drähte, die natürlich einmal einer starken Drehung und andrerseits einer bedeutenden Längung ausgesetzt sind. Dadurch wurde auch das Centriren der unteren Schraube sehr unsicher.

Unter Berücksichtigung des Vorstehenden wendet Verfasser etwas abgeänderte Aufstellungsvorrichtungen an, zur Bestimmung der Lothpunkte benutzt er das bewährte Schmidt'sche Verfahren der schwingenden Lothe.

Die Aufstellungsvorrichtung ist eine ähnliche Einrichtung wie der Untersatz der Freiberger Aufstellung, sie ist in Fig. 403 im Querschnitt, in Fig. 404 in der oberen Ansicht dargestellt. Der Hauptkörper ist hohl und kann auf einer starken Pfoste, die an der Hängebank befestigt wird, angeschraubt werden. Die Vertikalstellung wird erreicht durch die beiden Keilscheiben, die gegen

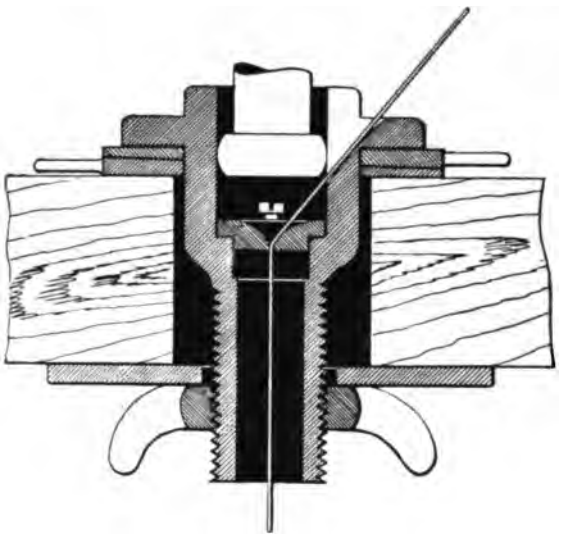


Fig. 403.

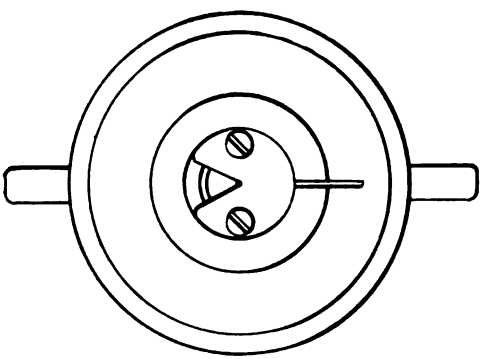


Fig. 404.

Fig. 405.

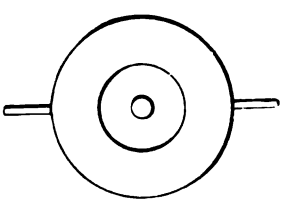


Fig. 406.

einander verdreht werden können. Der obere Theil der innern Bohrung hat einen Durchmesser, der eben so gross ist, als der des Kugeltheils am Theodolit und Signal der Freiberger Aufstellung. In diese Bohrung wird die entsprechend geformte Libelle zum Zweck der Vertikalstellung eingesetzt.

Ist die Aufstellungsvorrichtung über der Schachtvierung durch Anziehen der Mutter befestigt, so wird der Lothdraht hindurch gelassen bis zu der Sohle, in die zu lothen ist. Hierauf wird ein Deckel mit besonderem Ausschnitt in die Bohrung eingesetzt, derselbe bringt durch eine entsprechende Drehung den Lothdraht in die Mitte der oberen Bohrung. Zieht man jetzt den Lothdraht zur Seite, sodass er sich in den vorhandenen Schlitz des oberen Theiles einlegt, so kann man den Theodolit oder das Signal in die Bohrung einsetzen und ohne Störung beobachten.

Als Signale können entweder die Freiberger benutzt werden, oder noch besser, weil niedriger, einsetzbare Deckel mit einer Spitze in der Mitte, wie aus Fig. 405 und Fig. 406 ersichtlich ist. Um eine etwaige Excentricität der Spitze unschädlich zu machen, dreht man beim Durchschlagen des Theodolits den Deckel mit den seitlichen Stiften um 180° in der Bohrung.

Es ist ersichtlich, dass bei dieser Einrichtung die Entfernung der Theodolitkugel

vom Aufhängungspunkte des Lothes und vom Signaldeckel sehr gering ist, so dass ein kleiner Fehler in der Senkrechtstellung der Aufstellungsvorrichtung keinen merklichen Einfluss auf das Ergebniss ausüben kann.

Wird nach dem Aufhängen der Lothe über Tage erst die Anschlussmessung in der Grube ausgeführt und zuletzt erst die Messung über Tage, so lässt sich durch Anwendung eines höheren Centrirdeckels der Aufhängungspunkt des Lothes an dieselbe Stelle bringen, als wie der Mittelpunkt der Kugel am Theodoliten.

Die Messung des Lothabstandes über Tage erfolgt durch Bestimmung des Abstandes der beiden Spitzen in den Signaldeckeln.

Die Bestimmung der Lothpunkte in der Grube erfolgt, wie schon bemerkt, durch Schwingungsbeobachtungen nach dem Schmidt'schen Verfahren, wobei die Lothe ebenfalls vor Skalen in Junge'schen Centrirtellern schwingen. Nach Ermittelung der Schwingungsmittelpunkte nach der auf Seite 286 angegebenen Weise werden die Lothdrähte weggenommen und ein dreiseitiges Prisma der Freiberger Aufstellung mit kurzem vierseitigen unteren Pyramidenstumpf und in das obere Ende am Messungshalse einsetzbaren schlanken Spitzen (Fig. 407) durch Einweisen mit dem Theodoliten in den Schwingungsmittelpunkt gebracht. Der Abstand beider Spitzen in der Grube muss dann gleich dem Abstand der Lothe über Tage sein. Nach Wegnahme der feinen Spitzen wird alsdann der Untersatz der Freiberger Aufstellung über das dreiseitige Prisma geschoben und die weitere Messung mit dem Theodolit ausgeführt.

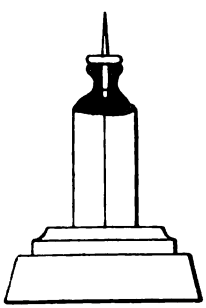


Fig. 407.

Es möge noch ein der Praxis entnommenes Beispiel mit zwei seitlichen Aufstellungspunkten angeführt werden, welches die in diesem Falle auftretende Ausgleichung beleuchtet Die Längenmessungen wurden zum Zweck der Vergleichung ausgeführt Unter Voraussetzung derselben Bezeichnung wie in Figur 401 war gefunden worden:

1. Gemessene Richtungen:

Standpunkt M_2:		Standpunkt M_1:	
M_1	0° 0′ 0″,0 + (1)	L_1	0° 0′ 0″,0 + (4)
L_1	42 46 17,6 + (2)	L_2	1 51 46,9 + (5)
L_2	55 30 44,3 + (3)	M_2	94 49 12,4 + (6)
Standpunkt L_1:		Standpunkt L_2:	
L_2	0° 0′ 0″,0 + (7)	M_2	0° 0 0″,0 + (10)
M_2	132 26 15,4 + (8)	M_1	31 31 58,1 + (11)
M_1	174 50 27,4 + (9)	L_1	34 49 44,6 + (12),

wobei die in Klammern stehenden Zahlen die durch die Ausgleichung zu bestimmenden Richtungsverbesserungen bezeichnen.

2. Gemessene Längen:

$M_1 M_2 = 2{,}2460$ m, $M_2 L_2 = 4{,}2910$ m, $M_1 L_2 = 3{,}5415$ m,
$M_2 L_1 = 3{,}3200$ m, $M_1 L_1 = 2{,}2630$ m, $L_1 L_2 = 1{,}2818$ m.

Aus den gemessenen 12 Richtungen lassen sich im Viereck $M_1 M_2 L_1 L_2$ vier Dreiecke zusammenstellen, und zwar ergeben dieselben die folgenden Widersprüche Δ:

1) Dreieck $M_2 M_1 L_1$:

M_2	42° 46′ 17″,6	$-(1)+(2)$
M_1	94 49 12,4	$-(4)+(6)$
L_1	42 24 12,0	$-(8)+(9)$
	179° 59′ 42″,0	

$\Delta_1 = -18″,0$

2) Dreieck $M_2 M_1 L_2$:

M_2	55° 30′ 44″,3	$-(1)+(3)$
M_1	92 57 25,5	$-(5)+(6)$
L_2	31 31 58,1	$-(10)+(11)$
	180° 0′ 7″,9	

$\Delta_2 = +7″,9$

3) Dreieck $M_2 L_1 L_2$:

M_2	12° 44′ 26″,7	$-(2)+(3)$
L_1	132 26 15,4	$-(7)+(8)$
L_2	34 49 44,6	$-(10)+(12)$
	180° 0′ 26″,7	

$\Delta_3 = +26″,7$

4) Dreieck $M_1 L_1 L_2$:

M_2	1° 51′ 46″,9	$-(4)+(5)$
L_1	174 50′ 27,4	$-(7)+(9)$
L_2	3 17 46,5	$-(11)+(12)$
	180° 0′ 0″,8	

$\Delta_4 = +0″,8.$

Aus den vier Dreiecken berechnet sich der mittlere Schlussfehler M eines Dreiecks nach bekannten Regeln zu:

$$M = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{4}} = \pm 16″,6,$$

der mittlere Winkelfehler m_w zu:

$$m_w = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{3.4}} = \pm 9″,6$$

und der mittlere Richtungsfehler m_r zu:

$$m_r = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{6.4}} = \pm 6″,8.$$

Ferner ergeben sich die vier Bedingungsgleichungen in der allgemeinen Form:

$$1)\ 0 = 180° - (M_1 M_2 L_1 + L_1 M_1 M_2 + M_2 L_1 M_1)$$
$$2)\ 0 = 180° - (M_1 M_2 L_2 + L_2 M_1 M_2 + M_2 L_2 M_1)$$
$$3)\ 0 = 180° - (L_1 M_2 L_2 + M_2 L_2 L_1 + L_2 L_1 M_2)$$
$$4)\ 0 = 1 - \frac{\sin M_1 M_2 L_1 . \sin M_2 L_2 L_1 . \sin L_1 M_1 L_2}{\sin L_1 M_1 M_2 . \sin L_1 M_2 L_2 . \sin M_1 L_2 L_1},$$

welche bedeutend einfacher sowohl in der Aufstellung, als auch in der Berechnung sind, als diejenigen Bedingungsgleichungen, die bei Ausgleichung des Vierecks mit Längen und Winkeln auftreten.

Führt man diese Gleichungen numerisch aus, so folgt:

1) $0 = -18,00 - (1) + (2) - (4) + (6) - (8) + (9)$
2) $0 = +7,90 - (1) + (3) - (5) + (6) - (10) + (11)$
3) $0 = +26,70 - (2) + (3) - (7) + (8) - (10) + (12)$
4) $0 = -93,26 - 0,228\,(1) + 1,159\,(2) - 0,931\,(3) - 6,488\,(4) + 6,470\,(5) + 0,018\,(6) - 0,302\,(10) + 3,660\,(11) - 3,358\,(12).$

Hieraus folgen die Normalgleichungen:

$$0 = -18{,}000 + \mathbf{6{,}00 \cdot I} + 2{,}00 \cdot II - 2{,}00 \cdot III + 7{,}89\ IV$$
$$0 = +\ 7{,}900 + 2{,}00 \cdot I + \mathbf{6{,}00 \cdot II} + 2{,}00 \cdot III - 3{,}19 \cdot IV$$
$$0 = +\ 26{,}700 - 2{,}00 \cdot I + 2{,}00 \cdot II + \mathbf{6{,}00 \cdot III} - 5{,}15 \cdot IV$$
$$0 = -\ 93{,}260 + 7{,}89 \cdot I - 3{,}19 \cdot II - 5{,}15 \cdot III + \mathbf{110{,}98 \cdot IV}.$$

Die Auflösung dieser vier Gleichungen liefert die Korrelaten:

$$I = +\ 1{,}1256,$$
$$II = -\ 0{,}2110,$$
$$III = -\ 3{,}4973,$$
$$IV = +\ 0{,}5920,$$

und hieraus die Richtungsverbesserungen:

(1) = − 1″,0,	(5) = + 4″,0,	(9) = + 1″,1,
(2) = + 5,3,	(6) = + 0,9,	(10) = + 3,5,
(3) = − 4,3,	(7) = + 3,5,	(11) = + 2,0,
(4) = − 5,0,	(8) = − 4,5,	(12) = − 5,5.

Vereinigt man diese Richtungsverbesserungen mit den zugehörenden Richtungen, so bekommt man die

ausgeglichenen Richtungen:

Standpunkt M_2:

M_1	0°	0′	0″,0,
L_1	42	46	24,0,
L_2	55	30	41,1,

Standpunkt M_1:

L_1	0°	0′	0″,0,
L_2	1	51	55,9,
M_2	94	49	18,3,

Standpunkt L_1:

L_2	0°	0′	0″,0,
M_2	132	26	7,3,
M_2	174	50	25,0,

Standpunkt L_2:

M_2	0°	0′	0″,0,
M_1	31	31	56,5,
L_1	34	49	35,6,

Die mit diesen Richtungen zusammengestellten Dreiecke geben bis auf Rechnungsgrössen die theoretische Summe von 180°.

Berechnet man weiter die mittleren Fehler, so ergiebt die Ausgleichung für den mittleren Fehler m_r einer gemessenen Richtung:

$$m_r = \pm 6″,5,$$

und für den mittleren Fehler m_w der Winkelmessung:

$$m_w = \pm 9″,2,$$

also in sehr guter Uebereinstimmung mit den aus den Dreiecksschlüssen ermittelten Werthen.

Weiter folgt für die mittleren Fehler der Anschlusswinkel:

$$L_2\ L_1\ M_1: \pm 7″,2$$
$$M_2\ L_2\ L_1: \pm 7″,2.$$

Die Anschlusswinkel sind also mit sehr grosser Genauigkeit erhalten worden.

Aus der Ausgleichung kann man auch die Genauigkeit der aus den ausgeglichenen Winkeln berechneten Seiten bestimmen. Führt man diese Berechnung durch, so findet sich beispielsweise für die Seite $M_1\ M_2$, ausgehend von der Länge $M_2\ L_2$, als mittlerer Fehler:

$$\frac{1}{21\,000} \text{ der Länge,}$$

also eine Genauigkeit, wie sie durch direkte Längenmessung im vorliegenden Falle kaum zu erreichen ist.

Gleicht man dagegen in dem angeführten Beispiele die Beobachtungen so aus, als wenn keine Aufstellungen in den Lothpunkten stattgefunden hätten; berücksichtigt man also die auf den Lothpunkten L_1 und L_2 gemessenen Winkel nicht, wohl aber die nebenher mit grosser Genauigkeit gemessenen Seiten, so folgt erst einmal für das Gewichtsverhältniss:

$$p_l : p_w = 1 : 100,$$

d. h. es würden 100 Längenmessungen der Art, wie sie vorliegen, zu einem Mittel vereinigt, erst denselben Genauigkeitsgrad liefern, als eine einzige Winkelmessung, woraus die Ueberlegenheit der reinen Winkelmessung ersichtlich ist. Für die Genauigkeit der aus den Winkel- und Seitenmessungen abgeleiteten und ausgeglichenen Anschlusswinkel ergeben sich dann die mittleren Fehler für:

$$L_2\ L_1\ M_1 = \pm 27'',$$

und:

$$M_2\ L_2\ L_1 = \pm 22,$$

also etwa dreimal so gross, als bei reiner Winkelmessung; die Seitenmessungen haben auch hier die Genauigkeit nicht nur nicht erhöht, sondern vermindert.

Der Vergleichung wegen möge noch eine Gegenüberstellung der aus beobachteten Längen und Winkel gefundenen Ergebnisse mit den aus der Ausgleichung ermittelten Werthen folgen:

Für den Winkel $L_2\,M_2\,L_1$ giebt die Ausgleichung:

$1^0\ 51'\ 55'',9$

der Sinussatz dagegen . . $1^0\ 51'\ 46'',9$ Differenz $9'',0$

für den Winkel $M_2\,L_1\,L_2$ die Ausgleichung:

$3^0\ 17'\ 39'',1$

der Sinussatz . . . . . $3\ 17\ 23,5$ Differenz $15'',6$

für den Winkel $L_1\,L_2\,M_1$ die Ausgleichung:

$132^0\ 26'\ 7'',3$

der Sinussatz . . . . . $132\ 25\ 26,3$ Differenz $41'',0$

der Cosinussatz . . . . $132\ 27\ 42'',2$ Differenz $1'\,34'',9$

das Hansen'sche Verfahren $132\ 26\ 24,8$ Differenz $17'',5$

und für den Winkel $L_1\,L_2\,M_2$ die Ausgleichung:

$174^0\ 50'\ 25'',0$

der Sinussatz . . . . . $174\ 50\ 43,4$ Differenz $18'',4$

das Hansen'sche Verfahren $174\ 50\ 54,8$ Differenz $29'',8$.

Es ist also auch hier wieder die grosse Abweichung der aus den direkten Beobachtungen abgeleiteten Ergebnissen von den wahrscheinlichsten Werthen zu bemerken.

Die weitere Berechnung des vorliegenden Beispiels ergab für das Streichen der Anschlusslinie in der Grube:

$$332^0\,45'\,32'',$$

eine später mit andern Aufstellungspunkten durch einen andern Beobachter ausgeführte Messung lieferte:

$$332^0\,45'\,35'',$$

also eine vorzügliche Uebereinstimmung.

Besondere Schwierigkeiten für die praktische Ausführung bietet das vorliegende Verfahren nicht; es möge nur nochmals angeführt werden, dass das Theodolitfernrohr einen grossen Auszug der Okularröhre gestatten muss, damit man auf die vorkommenden kurzen Entfernungen noch sicher einstellen kann.

Die seigere Uebertragung eines Punktes in die Teufe kann ausser auf mechanischem Wege auch noch optisch ausgeführt werden, jedoch haben im Allgemeinen diese optischen Lothmethoden keinen nennenswerthen Eingang in die Praxis gefunden. Es hat dies einmal seinen Grund darin, dass für ihre Anwendung gewöhnlich besondere, theuere Instrumente nothwendig werden, deren scharfe Berichtigung meist grössere Schwierigkeiten bietet; und ein andermal, dass bei einigermaassen undurchsichtigen Grubenwettern ein Visiren auf grössere Teufen unmöglich wird, besonders bei ausziehenden Schächten. Ausserdem sind die hierbei auftretenden Refraktionserscheinungen in den Schächten noch unbekannt.

Professor Stampfer schlug vor, ein Nivellirinstrument mit einem vor das Objektiv gesetzten Prisma zu benutzen, welches über dem Schachte so aufgestellt wurde, dass die genau horizontalgestellte Zielachse des Nivellirinstrumentes senkrecht zur Vertikalebene der zu übertragenden Punkte stand. Man zielt nun den Punkt über Tage an und dreht das Nivellirinstrument um die horizontale Achse so lange, bis man den Punkt in der betreffenden Teufe einrichten kann. Es ist ohne weiteres klar, dass in diesem Falle sich die Sache nicht ganz so einfach gestaltet, vor allem hat es seine ausserordentliche Schwierigkeit, die Visur unter einem Winkel von 90^0 zu brechen.

Weiter hat Professor Viertel versucht, das excentrische Fernrohr eines Theodolits zur Projektion zu benutzen, wobei die Schwierigkeit wieder in der genauen Senkrechtstellung der Zielachse zur horizontalen Drehungsachse liegt.

Beim Bau des Severn-Tunnels in England ist zur Projektion ein astronomisches Passageinstrument sowohl über, als auch unter Tage benutzt worden.

Am meisten dürfte sich noch das Nagel'sche Lothungsinstrument eignen, welches auf demselben Princip beruht, wie das Nagel-Hildebrand'sche kleine Lothungsinstrument für Theodolitcentrirung (Seite 182), nur in grösseren Abmessungen ausgeführt ist.

Der schwere Untertheil ist mit einem Dreifusse versehen und enthält in der Mitte eine grössere Oeffnung, in die ein Deckel mit Centrirstift eingesetzt werden kann. In diesem unteren Theile dreht sich der obere, der die Träger der horizontalen Achse enthält. An dieser befindet sich ein Fernrohr, welches mit einer seitlich an ihm angebrachten Libelle sich senkrecht stellen lässt.

Da die Genauigkeit der Lothung von der Empfindlichkeit der Libelle abhängig ist, so muss dieselbe sehr empfindlich sein. Die Prüfung und Berichtigung des Instrumentes ist ebenso auszuführen, wie auf Seite 184 angegeben ist.

Als Signal in der Grube dient ein Schiebekreuz aus Metall, auf welchem eine Marke angebracht ist, die mit dem Fadenkreuz des Fernrohrs einzustellen ist, was durch verabredete Klingelzeichen geschieht.

Zweckmässiger ist es, den unteren Punkt in zwei zueinander senkrechten Richtungen erst angenähert unter den oberen zu bringen, ihn dann in je zwei um 180° voneinander entfernten Lagen des Fernrohrs anzuzielen und jedesmal die Libelle am Fernrohr abzulesen. Hierauf berechnet man aus den Libellenausschlägen und der gemessenen Seigerteufe die nöthigen Verschiebungen in den beiden zueinander senkrechten Richtungen und stellt den unteren Punkt darnach ein.

Auf diese Weise bekommt man schärfere Ergebnisse, weil eine Libelle von grosser Empfindlichkeit, wie sie hier vorhanden sein muss, sehr schwer zum Einspielen gebracht, aber bequem abgelesen werden kann.

3. Die Verbindung wird durch zwei Schächte gebildet.

Auch hier ist die Sache am einfachsten, wenn die die Grubenmessung mit der Tagemessung verbindenden Schächte flachfallende sind. Man bestimmt sich dann in der Nähe der Schächte von über Tage her die Coordinaten zweier Punkte, von denen aus man in den Grubenzug übergehen kann, welcher dann die Verbindung herstellt. Fallen die Schächte sehr steil ein, so ist natürlich auf die Instrumentfehler Rücksicht zu nehmen.

Ist ein Schacht flach, der andere seiger, so wird durch das im letzteren nothwendige Lothen die Arbeit etwas grösser Es werden aber auch hier die Coordinaten des Lothpunktes und desjenigen Punktes am flachen Schacht, der in den Grubenzug überführt, durch die Tagemessung bestimmt. Der Grubenzug liefert alsdann die Coordinaten des Lothpunktes in der Grube, die mit dem durch die Tagemessung gefundenen übereinstimmen müssen. Ist dies innerhalb der zulässigen Fehlergrenzen der Fall, so ist der vorhandene Widerspruch durch eine einfache Polygonzugsausgleichung zu beseitigen.

Stehen zwei seigere Schächte zur Verfügung, so ist das Verfahren im allgemeinen das folgende:

In jedem Schachte wird ein Loth eingehangen und auf der betreffenden tieferen Sohle am zweckmässigsten nach dem Schmidtschen Verfahren fixirt. Die beiden Lothpunkte über Tage werden durch Triangulirung bezw. durch Polygonzüge mit der Tagemessung in Verbindung gebracht, sodass man die Coordinaten der Lothpunkte bestimmen kann. In der Grube verbindet man die beiden festgelegten Lothpunkte durch einen Polygonzug, der sich auf möglichst kurzem Wege von einem Lothe zum andern

bewegt. Aus den durch die Tagemessung gefundenen Coordinaten der Lothpunkte berechnet man sich alsdann deren Entfernung und das Streichen ihrer Vertikalebene. Für die Berechnung des Grubenzuges nimmt man den einen Lothpunkt als Coordinatenanfangspunkt, und die von diesem ausgehende erste Polygonseite als Abscissenachse an und bezieht auf sie alle Punkte des Grubenzuges bis zum zweiten Lothe. Aus diesen so gefundenen Coordinaten der Lothpunkte berechnet man alsdann die Entfernung derselben, die mit der durch die Tagemessung gefundenen innerhalb der gegebenen Fehlergrenzen übereinstimmen muss. Ist schon dieses nicht der Fall, so muss die Messung wiederholt werden. Alsdann berechnet man sich aus der Grubenmessung noch das Streichen der Lothebene. Der Unterschied in den Strichwinkeln der Lothebene, und zwar Ergebniss der Tagemessung minus Ergebniss der Grubenmessung ergiebt alsdann den Winkel, mit Berücksichtigung des Vorzeichens, um den jeder bei der Berechnung des Grubenzuges gefundene Streichwinkel zu verändern ist, um das wirkliche Streichen der Grubenschnuren zu finden. Mit diesen so abgeänderten Streichwinkeln führt man am besten dann die Berechnung der Coordinaten des Grubenzuges von einem Lothpunkte zum andern nochmals durch. Auch hier wird man die vorhandenen Anschlusswidersprüche durch eine einfache Ausgleichung zum Verschwinden bringen.

Unter Umständen kann es auch zweckmässiger sein, dass man irgend einen anderen Punkt des Grubenzuges als den einen Lothpunkt, und eine andere Linie als Abscissenachse benutzt Bei längeren Grubenzügen kann nämlich der Fall eintreten, dass das Streichen einer Linie des Grubenzuges sehr nahe mit dem der Lothebene über Tage übereinstimmt; dann kann oft eine abgekürzte Umformung der Coordinaten des Grubenzuges schneller zum Ziele führen, als eine Umrechnung.

Es möge hier ein Beispiel

einer Orientirungsübertragung durch zwei seigere Schächte angeschlossen werden.

In einer Steinkohlengrube war in einer Teufe von etwa 520 m unter Tage das Streichen einer festen Linie zu bestimmen. Zur Verfügung standen zwei seigere Schächte von kreisförmigem Querschnitt, der Abstand der Schachtmittelpunkte betrug etwa 72 m. Die Verbindungsstrecken zwischen beiden Schächten, sowie die Lage des die beiden Lothe L_1 und L_2 verbindenden Grubenzuges sind aus der Figur 408 ersichtlich, in derselben sind die verlorenen Punkte mit arabischen, die vier festen Punkte mit römischen Zahlen bezeichnet.

Der Anschluss der Lothpunkte über Tage an die Triangulirung des Reviers ergab für die Coordinaten von L_1 und L_2:

für L_1: $x = +1573{,}645$; $y = +2639{,}127$;
für L_2: $x = +1632{,}168$; $y = +2600{,}843$.

Hieraus berechnet sich die Länge der Linie $L_1 L_2 = 69{,}933$ m und das astronomische Streichen der Linie $L_1 L_2 = 326^0\,48'\,31''$.

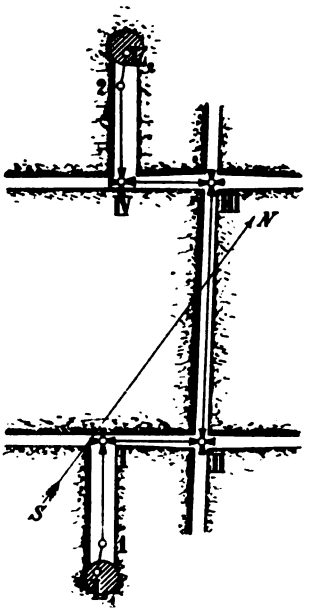


Fig. 408.

Nach der Fixirung der Lothe in der 520 m Sohle nach dem Schmidtschen Verfahren wurden auf dieser die beiden Lothpunkte L_1 L_2 durch den die feste Linie II III enthaltenden Polygonzug L_1, 1, I, II, III, IV, 4, L_2 verbunden, wobei folgendes gefunden worden ist.

Strecke	Söhlige Entfernung Meter	Polygonwinkel
L_1 . 1	4,015	—
1 . I	13,744	171° 25′ 15″
I . II	13,286	269 41 30
II . III	34,808	91 52 30
III . IV	12,192	88 30 10
IV . 4	12,979	268 40 20
4 . L_2	4,387	194 12 40

In vorstehender Zusammenstellung sind der Kürze halber gleich die söhligen Entfernungen zwischen den einzelnen Punkten angegeben. Betrachtet man nun für die Berechnung des Grubenzuges den Punkt L_1 als Coordinatenanfang und die Linie L_1 . 1 als Abscissenachse, so ergeben sich die folgenden Streichwinkel, aus denen mit den söhligen Entfernungen sich die Coordinatenabschnitte berechnen, wie sie in der folgenden Zusammenstellung angegeben sind:

Strecke	Söhlige Entfernung Meter	Streichwinkel	Theillänge Meter	Theilbreite Meter
L_1 . 1	4,015	0° 0′ 0″	+ 0,000	+ 4,015
1 . I	13,744	351 25 15	— 2,050	+ 13,590
I . II	13,286	81 6 45	+ 13,126	+ 2,053
II . III	34,808	352 59 15	— 4,250	+ 34,548
III . IV	12,192	261 29 25	— 12,058	— 1,804
IV . 4	12,979	350 9 45	— 2,218	+ 12,788
4 . L_2	4,387	4 22 25	+ 0,335	+ 4,374
			— 7,115	+ 69,564

Die Summe der Theillängen giebt — 7,115, die der Theilbreiten + 69,564, welche Grössen gleichzeitig die Coordinaten des

Lothpunktes L_2, bezogen auf L_1 als Coordinatenanfang und die Linie L_1 1 als Abscissenachse, darstellen. Mit diesen Werthen berechnet sich nun:

$$\log(-7{,}115) = 0{,}852175_n$$
$$\log(+69{,}564) = 1{,}842385$$
$$\log\tan(\sphericalangle L_1 L_2) = 9{,}009790_n$$
$$\sphericalangle(L_1 L_2) = 360^0 - 5^0\ 50'\ 24''$$

also: $$\sphericalangle(L_1 L_2) = 354^0\ 9'\ 36''$$

und mit Rechenprobe:

$$\log(-7{,}115) = 0{,}852175_n, \quad \log(+69{,}564) = 1{,}842385,$$
$$\log\sin\sphericalangle(L_1 L_2) = 9{,}007530_n, \quad \log\cos\sphericalangle(L_1 L_2) = 9{,}997740,$$
$$\log\overline{L_1 L_2} = 1{,}844645; \quad \log\overline{L_1 L_2} = 1{,}844645;$$

und hieraus:

$$\overline{L_1 L_2} = 69{,}927 \text{ m}.$$

Der Lothabstand $\overline{L_1 L_2}$, aus der Tagemessung abgeleitet, war:

$$\overline{L_1 L_2} = 69{,}933 \text{ m},$$

der Unterschied beider Entfernungen ist also 6 mm oder $\frac{1}{11600}$ derselben, mithin genügende Uebereinstimmung.

Die Tagemessung ergab ferner für das astronomische Streichen:

der Linie $L_1 L_2$ den Werth $326^0\ 38'\ 31''$,
der Grubenzug dagegen: $354\ 9\ 36$,

demnach sind sämmtliche Streichwinkel des Grubenzugs um $354^0\ 9'\ 36'' - 326^0\ 48'\ 31'$ zu vermindern, um sie auf astronomische Streichwinkel zu bringen. Mit diesen Werthen und den söhligen Entfernungen der einzelnen Polygonpunkte erhält man dann folgende Zusammenstellung der Coordinatenberechnung, bezogen auf das Coordinatensystem der Tagesoberfläche:

Strecke	Söhlige Entfernung Meter	Streich-Winkel	Theil-Länge Meter	Theil-Breite Meter	Länge Meter	Breite Meter	Punkte
L_1					+ 2639,127	+ 1573,645	L_1
L_1 1	4,015	332° 38' 55"	− 1,845	+ 3,566	+ 2637,282	+ 1577,211	1
1 . I	13,744	324 4 10	− 8,065	+ 11,129	+ 2629,217	+ 1588,340	I
I . II	13,286	53 45 40	+ 10,714	+ 7,857	+ 2639,931	+ 1596,197	II
II . III	34,808	325 38 10	− 19,647	+ 28,733	+ 2620,284	+ 1624,930	III
III . IV	12,192	234 8 20	− 9,881	− 7,142	+ 2610,403	+ 1617,788	IV
IV . 4	12,979	322 48 40	− 7,845	+ 10,340	+ 2602,558	+ 1628,128	4
4 . L_2	4,387	337 1 20	− 1,713	+ 4,039	+ 2600,845	+ 1632,167	L_2

Die Tagemessung gab dagegen für L_2: + 2600,843 + 1632,165.

Die geringen hier vorhandenen Unterschiede zwischen Tage- und Grubenmessung machen eine Vertheilung nicht nothwendig, ist aber bei einer solchen Anschlussmessung einmal der Unterschied

zwischen Tage- und Grubenmessung grösser, aber noch innerhalb der zulässigen Fehlergrenzen, so wird derselbe durch eine einfache Vertheilung, etwa nach den Coordinatenunterschieden, zum Verschwinden gebracht.

Was nun die Genauigkeit der Anschlussmessungen in den drei angegebenen Fällen anlangt, so stehen jedenfalls bei sorgfältigen Winkelmessungen die Anschlüsse durch einen Stolln, oder durch zwei flachfallende Schächte oder durch zwei seigere Schächte, die nicht in zu kleinem Abstande von einander befindlich sind, auf einer Stufe. Ist bei zwei seigeren Schächten deren Entfernung von einander gross, so braucht auch auf die Centrirung der Lothe nicht soviel Sorgfalt verwendet zu werden, wie dies bei zwei Lothen in einem seigeren Schachte nothwendig ist, weil dann ein paar Millimeter ab oder zu im Lothabstand keine wesentliche Rolle spielen. Bei Lothungen in tiefere Sohlen würde aber andrerseits bei grossem Lothabstand die Reduktion der Grubenmessung auf den Horizont der Tagemessung unter Umständen in Rücksicht zu ziehen sein, die sich ja bequem ausführen lässt.

Die Lothung in einem seigeren Schachte steht unter sonst gleichen Umständen in Bezug auf die Genauigkeit der Orientirungsübertragung, nach Lage der Sache an letzter Stelle, es ist infolgedessen auch die peinlichste Sorgfalt auf die hierbei auftretenden Messungen zu verwenden. Findet sich nach dem Centriren der Lothe in der Grube der Lothabstand daselbst grösser als über Tage, so ist zu untersuchen, ob irgend welche örtlichen Einflüsse, besonders starker Wetterzug, eine Ablenkung der Lothe herbeigeführt haben können, da dann auf irgend eine zweckmässige Weise Abhilfe geschaffen werden muss.

Ist auf verschiedene Sohlen zu lothen, so kann man bei Vorhandensein zweier seigeren Schächte in grosser Entfernung am zweckmässigsten in jeder Sohle in der Nähe des Schachtes eine feste Linie anbringen und nach einander von den dem Schacht zunächst gelegenen festen Punkten die Winkel nach dem Lothe und den anderen festen Punkten, sowie die Entfernungen messen, und später die verbindenden Grubenzüge ausführen, während beim Lothen in einem seigeren Schachte die Vollendung der Messung in je einer Sohle vorzuziehen ist. Im ersteren Falle ist es angängig, die Lothe gleich bis zur tiefsten Sohle hereinzuhängen, auf dieser zu fixiren und auf den oberen Sohlen ohne weiteres die wenn auch noch etwas schwingenden Lothe anzuzielen und ihre Entfernungen von den festen Punkten in der Nähe des Schachtes zu messen. Im zweiten Falle ist es besser, die Lothe jedesmal nur bis auf die betreffende Sohle zu hängen und dann mindestens die Anschlussmessung an mehrere feste Punkte in der Grube auszuführen, weil dadurch eine grössere Sicherheit gewährleistet wird.

Orientirungsmessungen auf magnetischem Wege.

Im nichtmagnetischen Gebirge oder bei Nichtvorhandensein von eisernem Ausbau der Strecken oder Schächte lässt sich oft die

Orientirungsmessung bequemer auf magnetischem Wege ausführen.

Das Prinzip derselben besteht darin, dass man einen Punkt entweder durch Lothung oder durch Winkelmessung in die Grube überträgt und alsdann das magnetische Streichen einer von jenem Punkte ausgehenden Geraden möglichst genau bestimmt. Bereits auf Seite 125 ist angeführt, dass zur Berechnung des astronomischen Streichens, welches für die gesammte Messung gewöhnlich zu Grunde liegt, noch die Kenntniss der Deklination nothwendig ist, welche laut Gleichung 105 in die Messung eingeht. Es ist nun nothwendig auf die Deklination, welche eines der magnetischen Elemente bildet, etwas näher einzugehen.

Aus der Physik ist bekannt, dass die Erde wie ein grosser Magnet mit zwei Polen, dem Nordpol und dem Südpol auf eine freie Magnetnadel einwirkt, und dass sich die letztere in der Richtung der Kraftlinie an jedem Punkte der Erdoberfläche einstellt. Denkt man sich eine Stahlnadel in ihrem Schwerpunkte aufgehängt, so wird sie, nachdem sie magnetisch gemacht worden ist, nach einer gewissen Anzahl von Schwingungen eine ganz bestimmte Lage im Raume einnehmen. Diese Lage lässt sich noch weiter durch die magnetischen Elemente charakterisiren, und zwar bezeichnet man den Winkel zwischen astronomischem Meridiane des Beobachtungsortes und der Stellung der Magnetnadelachse in horizontalem Sinne, dem sog. magnetischen Meridian, als Deklination, und den Winkel, den die Nadel mit der Horizontalen bildet, als Inklination. Versucht man ferner durch einen Hilfsmagneten die Nadel aus ihrer Lage herauszubringen, so tritt dem ein gewisser Widerstand entgegen, den man als Intensität bezeichnet.

Durch die drei Grössen Deklination, Inklination und Intensität ist die magnetische Kraft der Erde an einem Beobachtungspunkte vollständig bestimmt.

Für verschiedene Orte der Erde haben die drei Elemente im Allgemeinen verschiedene Werthe; verbindet man die Punkte auf der Erde, für die sie unter sich gleich sind, so erhält man die Kurven gleicher Deklination oder Isogonen, die Kurven gleicher Inklination oder Isoklinen und die Kurven gleicher Intensität oder Isodynamen. Karten mit derartigen Kurven werden beispielsweise von der Deutschen Seewarte veröffentlicht, da die Kenntniss der magnetischen Elemente für die Schifffahrt nothwendig ist.

Die örtliche Verschiedenheit der drei Elemente auf der Erde lässt sich folgendermaassen charaktisiren:

Die Isogonen verlaufen im Allgemeinen etwa von Nord nach Süd und gehen sowohl durch die geographischen als durch die magnetischen Pole der Erde hindurch. Ist die Deklination westlich, so bezeichnet man sie als positiv, ist sie östlich, so nennt man sie negativ. Es giebt zwei Isogonen, auf denen die Deklination gleich Null ist, die Richtung des magnetischen Meridians also mit der des astronomischen zusammenfällt. Die eine verläuft

vom magnetischen Nordpol auf der Halbinsel Boothia Felix über das weisse Meer, den Kaukasus, den persischen Meerbusen, durch Australien nach dem magnetischen und geographischen Südpol, und durch den östlichen Theil von Süd- und Nordamerika wieder zurück. Der hierdurch abgeschnittene Theil der Erdoberfläche, welcher den atlantischen Ocean enthält, hat westliche Deklination, der andere östliche. In diesem befindet sich in Ostasien ein zweites kleineres Gebiet von westlicher Deklination.

Die örtliche Deklinationsänderung verläuft im Allgemeinen ziemlich regelmässig, in Deutschland nimmt sie nach Westen hin zu. Wegen des nahe regelmässigen Verlaufes kann man die Deklination für ein kleineres Gebiet darstellen durch eine Gleichung von der allgemeinen Form:

$$\delta = \delta_0 + k_1 . \Delta\lambda + k_2 . \Delta\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 268)$$

worin δ_0 die bekannte Deklination für einen bestimmten Ort, δ die Deklination für einen andern Ort, und $\Delta\lambda$ den Längenunterschied $\Delta\varphi$ den Breitenunterschied des zweiten Punktes gegen den ersten mit der Deklination δ_0 darstellt. Hierbei ist $\Delta\lambda$ östlich positiv, westlich negativ, $\Delta\varphi$ nördlich positiv, südlich negativ. k_1 und k_2 sind Zahlenwerthe, die sich aus einer grösseren Anzahl von Beobachtungswerthen durch die Ausgleichsrechnung bestimmen lassen.

Professor Schreyer hat beispielsweise für Berlin als Ausgangspunkt die Gleichung:

$$\delta = \delta_0 - 0{,}4775 . \Delta\lambda^0 + 0{,}0576 . \Delta\varphi^0 \quad . \quad . \quad 268a)$$

gefunden, welche etwa innerhalb Deutschlands Giltigkeit besitzt.

Eine völlige Uebereinstimmung zwischen berechneten und beobachteten Werthen ist natürlich bei der einfachen Form der Gleichung nicht möglich, da auch noch lokale Abweichungen vorkommen.

Die Isoklinen verlaufen im Allgemeinen parallel zum Erdaequator; es ist nur eine Nullisokline, in der also die Inklinationsnadel horizontal steht, vorhanden. Sie verläuft etwa von Kamerun nach Aden über Ceylon, durch die Nordspitze von Borneo über die Carolinen und schneidet Südamerika etwas nördlich von Lima und südlich von Bahia. Nach Norden und Süden von dieser Linie aus nimmt die Inklination ebenfalls ziemlich regelmässig bis zu den magnetischen Polen zu, woselbst sie ihr Maximum erreicht. Auf der nördlichen Erdhälfte ist der Nordpol der Nadel, auf der südlichen der Südpol nach unten zugekehrt.

Die Isodynamen stellt man meist nur für die horizontale Komponente der Gesammtintensität, die sog. Horizontalintensität dar. Der Verlauf derselben ist etwas unregelmässiger, die Minima liegen etwa in der Nähe der magnetischen Pole, die Maxima längs des Erdaequator, ein zweites kleinere Maximalgebiet zeigt sich auf Grönland.

Die Deklination und Inklination werden gewöhnlich in Graden angegeben, die Horizontalintensität in Gauss'schen Einheiten, bezogen auf die Horizontalintensität eines Ausgangspunkts als Einheit.

Ausser den örtlichen Aenderungen der magnetischen Elemente treten nun noch zeitliche auf, die man als Variationen bezeichnet; ausserdem sind noch die sogenannten Störungen anzuführen, die ganz plötzlich eintreten und oft sehr grosse Beträge erreichen.

Die zeitlichen Aenderungen der Deklination sind zweierlei Art, erstens zeigt sich eine täglich sich wiederholende, ziemlich regelmässig verlaufende Bewegung insofern, als die Deklination innerhalb 24 Stunden von einem westlichen Maximum allmählich zu einem östlichen Minimum übergeht, und von diesem wieder zurückkehrt. Die zahlreich angestellten Beobachtungen haben ergeben, dass auf der nördlichen Halbkugel das Nordende etwa gegen 8^h Vormittags ihren grössten östlichen Stand hat, dann sich bis etwa 1^h Mittags mit zunehmender Geschwindigkeit nach Westen bewegt, um erst schneller, dann langsamer wieder auf den alten Stand zurückzukehren. In einigen Monaten des Jahres zeigt sich dann noch um Mitternacht eine kleine Rückwärtsbewegung nach Westen. Ihren Mittelwerth erhält die Deklination etwa 11^h Vormittags und 6^h Nachmittags Ebenso hat sich ergeben, dass für verschiedene Orte der Erde der Verlauf der täglichen Periode an einem Tage ein ähnlicher und an die Ortszeit, also den Stundenwinkel der Sonne gebunden ist.

Andrerseits zeigen die fortlaufenden Beobachtungen, dass die Grösse der täglichen Bewegung zwischen Minimum und Maximum in den verschiedenen Monaten des Jahres eine verschiedene ist, und zwar ist sie im Sommer bedeutend grösser als im Winter, die Deklinationsänderung scheint demnach auch von der Deklination der Sonne abzuhängen. Beispielsweise ergaben die Freiberger Beobachtungen die Monatsmittel für die Jahre 1893 und 1898:

Monat	1893	1898
Januar . . .	2,9′	2,0′
Februar . .	6,9	3,0
März	10,9	6,0
April	13,5	8,0
Mai	13,0	9,9
Juni	13,8	10,1
Juli	13,1	8,9
August . . .	13,5	9,2
September . .	10,9	7,7
Oktober . . .	9,2	5,4
November . .	4,7	2,7
Dezember . .	3,9	1,3
Jahresmittel . .	9,69′	6,18′

Die Monatsmittel der vorstehenden Tabelle zeigen zwar für beide Jahre ein Anwachsen der täglichen Aenderung gegen die Mitte des Jahres und darauf folgende Abnahme, bildet man aber die am Fusse stehenden Jahresmittel, so findet man eine ziemliche Verschiedenheit derselben. Nach den Untersuchungen von Professor Wolf in Zürich stehen diese auch periodisch vor sich gehenden Aenderungen der Jahresmittel im engen Zusammenhange mit der Periode der Sonnenfleckenhäufigkeit. Er giebt auch einfache Formeln an, mit deren Hilfe er aus den von ihm eingeführten Relativzahlen für die Sonnenflecke für verschiedene Beobachtungsorte die Deklinationsänderungen berechnet, die sich in sehr schöner Uebereinstimmung mit den beobachteten Werthen befinden.

Vergleicht man ferner die Jahresmittel für eine grössere Reihe von Jahren, so ergiebt sich auch eine gewisse regelmässige saeculare Veränderung der Deklination. In Deutschland nimmt beispielsweise die Deklination jetzt stetig ab, in Freiberg war sie etwa im Jahre 1576 10°,2 östlich, gegen 1660 Null, erreichte etwa 1805 ihr westliches Maximum von 18°,3 und nimmt seit dieser Zeit ab, sodass sie jetzt etwa 9,8° beträgt. Später wird sie wieder durch Null in einen östlichen Werth übergehen

Nach den Untersuchungen von Professor Schreyer beträgt die Dauer der ganzen Periode etwa 470 Jahre für Freiberg; für andere Orte der Erde ist sie wesentlich anders, bei manchen ist schon eine volle Periode beobachtet worden. Man hat auch versucht, die saecularen und täglichen Aenderungen in einer Formel zu vereinigen. Dieselben sind aber ziemlich zusammengesetzt und geben meist ausserhalb des Zeitraumes, der zu ihrer Bestimmung gedient hat, Werthe, die von den Beobachtungen ziemlich viel abweichen. Näheres hierüber findet sich in dem Aufsatz von Professor Schreyer: „Ueber die Deklination der Magnetnadel". Mittheilungen aus dem Markscheiderwesen. Heft III.

Für den Markscheider ergiebt sich hiernach übrigens, dass die günstigste Zeit für Kompassmessungen in den vier Wintermonaten von 2^h bis 9^h Vormittags fällt, indem sich während dieser Zeit die Deklination sehr wenig ändert und nur etwa 1′ geringer als das Tagesmittel ist. Für März, September und Oktober gilt dasselbe für Nachts 12^h bis früh 6^h, während für die Monate April bis September nur in der Zeit um Mitternacht die Deklination einen einigermassen konstanten Werth besitzt. In den übrigen Tagesstunden empfiehlt es sich, am Anfang und Ende des Zuges und jedenfalls 1^h Nachmittags an einer festen Linie die Deklination abzunehmen.

Für die magnetischen Orientirungsmessungen ist nun die genaue Kenntniss der Deklination für die Beobachtungszeiten nöthig; zu ihrer Bestimmung dienen die magnetischen Observatorien.

Diese sind möglichst eisenfrei hergestellte Häuschen, in denen die Instrumente zur Bestimmung der Deklinationsänderungen, die sogenannten Deklinatorien, auf Pfeilern aufgestellt sind, sodass

möglichst wenige Veränderungen in den Instrumenten selbst zu befürchten stehen. Selbstverständlich müssen sie so gelegen sein, dass durch den Verkehr keine Störungen hervorgerufen werden, und dass sie möglichst entfernt von Ansammlungen von Stahlvorräthen, wie in Fabriken, befindlich sind; besonders sind wandelbare magnetische Massen in der Nähe des Deklinatoriums gefährlich.

Zur Ermittlung der Variation ist die Einrichtung meist so, dass auf einem Pfeiler ein Magnet frei beweglich aufgehangen ist, am besten an einem Kokon- oder Quarzfaden. In Verbindung mit dem Magneten steht ein Spiegel, der so angebracht ist, dass seiner spiegelnden Fläche auf einem zweiten Pfeiler ein Fernrohr gegenübersteht, auf dem, senkrecht zu seiner Zielachse, eine Theilung angebracht ist Das Spiegelbild dieser Theilung ist nun im Fernrohr sichtbar, bei der geringsten Drehung des Spiegels am Magneten wird nun vom vertikalen Faden des Fernrohrs ein anderer Theilstrich gedeckt werden Ist nun die Entfernung des Magnetspiegels von der Skala am Fernrohr gleich l, der Abstand der Skalentheilstriche von einander gleich a, so ist der Winkel α, der einem Theilstrich Verschiebung entspricht, bestimmt durch die Gleichung:

$$\tan \alpha = \frac{a}{2l}$$

oder da α ein kleiner Winkel ist:

$$\alpha'' = \varrho'' \frac{a}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 269)$$

Meist wählt man die Grössen a und l so, dass das α einen bequemen Werth erhält. Ist beispielsweise $a = 1$ mm, $l = 1{,}719$ m, so wird $\alpha = 1'$, und da man noch Zehntel im Fernrohr schätzen kann, so lassen sich Deklinationsänderungen von 0,1' mit dem Instrumente bestimmen.

Bei der ältesten, von Gauss angegebenen Konstruktion ist der Magnet ein cylindrischer Stahlstab, an dessen einem Ende der Spiegel befestigt ist Dieser Stahlstab wird in ein Bett eingesetzt und kann in diesem um seine Längsachse gedreht werden. Hierdurch ist es möglich, die sog. Spiegelkollimation zu bestimmen, worunter man die Abweichung des Winkels zwischen Spiegelfläche und magnetischer Achse von 90° versteht. Das Bett hängt an einem Kokonfaden, oder an einem System solcher, welcher in einem Glasrohre befindlich ist, welches am oberen Ende eine Messingfassung trägt, die getattet, das Bett sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung zu bewegen. Der Magnetstab ist durch einen rechteckigen Kasten gegen Staub und Luftzug geschützt.

Diese Einrichtung hat verschiedene Uebelstände, erstens muss, da der Spiegel etwa rechtwinklig zur magnetischen Achse des Stahlstabes liegt, das Beobachtungsfernrohr in der Richtung des magnetischen Meridians aufgestellt werden, wozu nicht immer der Platz zur Verfügung steht. Zweitens ist der Magnet wegen der fortwährenden Deklinationsänderung in steter Bewegung, sodass ein scharfes Ablesen der Theilung im Fernrohr ausserordentlich

schwierig ist, man vielmehr zweckmässig mehrere Schwingungen beobachtet.

Den ersten Uebelstand beseitigt man jetzt dadurch, dass man den Spiegel drehbar gegen den Magneten anordnet, wodurch man das Beobachtungsfernrohr in jeder beliebigen Richtung aufstellen kann, den zweiten dadurch, dass man den Magneten, der oft die Hufeisenform hat, in einem starken kupfernen Mantel schwingen lässt, wodurch die Schwingungen sofort gedämpft werden, und die Ablesung augenblicklich und sehr sicher ausgeführt werden kann.

Die folgenden Figuren zeigen die Einrichtung des Hauptdeklinatoriums der Königlichen Berg-Akademie zu Freiberg, welches im Garten in einem eisenfreien Häuschen auf einem Pfeiler aufgestellt ist. Den unteren Theil des von Dr. M. Edelmann in München angefertigten Instrumentes bildet eine dicke, cylindrische Steinplatte mit drei Stellschrauben zum Horizontalstellen. Auf dieser Platte ist ein dicker kupferner Cylinder aufgeschraubt, in dessen Bohrung ein kleiner kräftiger Hufeisenmagnet schwingt (Fig. 409, 410, 411). Dieser Hufeisenmagnet trägt drehbar mit ihm verbunden einen Rahmen aus Aluminiumblech, in dem mittels zweier Schrauben und einer Feder am unteren Ende ein grösserer Silberspiegel angebracht ist. Am oberen Ende besitzt der Rahmen eine Oese, mit der er in den Haken am Kokonfaden eingehangen werden kann. Trotzdem, dass die Lage des grösseren Spiegels gegen den Hufeisenmagneten geändert werden kann, nimmt der erstere an den Bewegungen des letzteren Theil. Der Kokonfaden wurde früher durch ein mit der ihn umhüllenden Glasröhre in Verbindung stehendes Gefäss mit

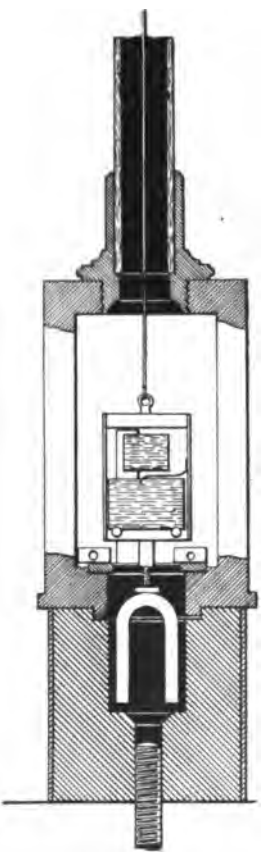


Fig. 409.

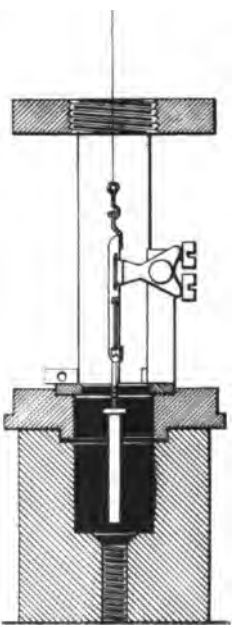


Fig. 410.

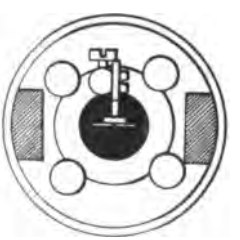


Fig. 411.

Chlorcalcium immer trocken gehalten, jetzt ist letzteres beseitigt und der Faden mit Glycerin getränkt.

Am oberen Ende ist der Faden an einem Messingstück (Fig. 412) befestigt, welches durch eine Schraube gehoben und gesenkt, und durch eine Trommel mit Theilung auf der cylindrischen Fläche gedreht werden kann. An dem Verbindungsstück zwischen Glasrohr und Kupfercylinder ist an einem kleinen Säulchen ein zweiter, kleinerer Spiegel fest angebracht, dessen Ebene durch die Mitte des grösseren Magnetspiegels hindurch geht, derselbe kann etwas geneigt und in der richtigen Stellung festgeklemmt werden. Er dient zur Kontrollirung der sicheren Aufstellung des eigentlichen Deklinatoriums und des Ablesefernrohrs Die beiden Spiegel sind zum Schutz gegen Staub und Luftzug mit einem Messingmantel umkleidet, welcher an der Stelle der Spiegel eine Durchbrechung besitzt, welche mit einem planparallelen Glase geschlossen ist. Ueber das ganze Instrument ist dann noch ein schwarzer Pappcylinder gestürzt, der ebenfalls eine Oeffnung an der Stelle der Spiegel besitzt.

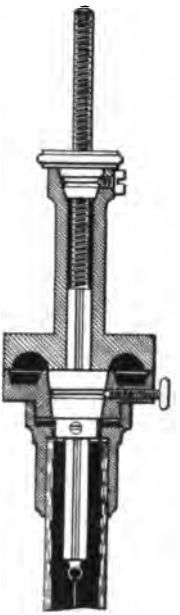


Fig. 412.

In der Höhe der Spiegel befindet sich auf einem zweiten Pfeiler das Ablesefernrohr, welches ebenfalls einen Dreifuss mit Stellschrauben hat. Die am Fernrohre befestigte Skala ist auf Glas eingeätzt und wird durch einen unter 45° dagegen geneigten Spiegel beleuchtet. Im Gesichtsfeld des Fernrohrs, welches ein einfaches Fadenkreuz besitzt, sieht man die vom Magnetspiegel reflektirte Skala, welches Bild seine Stellung infolge der Variation ändert. Ausserdem liefert der kleine feste oder Mirenspiegel ebenfalls ein Bild der Skala, und zwar wird der vertikale Faden des Fadenkreuzes immer auf einen ganz bestimmten Theilstrich einstehen, wenn das Deklinatorium und das Ablesefernrohr ihre gegenseitige Lage beibehalten. Ist dies nicht mehr ganz der Fall, etwa durch Temperatureinflüsse, so kann der Fehler leicht beseitigt oder berücksichtigt werden.

Kennt man nun ausserdem noch die sogenannte Normaldeklination, d. h. die Deklination, die einem bestimmten Theilstrich bei der Ablesung im Fernrohr entspricht, so kann man jederzeit die vorhandene absolute Grösse der Deklination ermitteln. Es ist zweckmässig, die Normaldeklination öfter von neuem zu bestimmen.

Ausser diesem Hauptdeklinatorium besitzt die königliche Berg-Akademie zu Freiberg noch ein zweites aus dem mechanischen Institute von Dr. M. Th. Edelmann in München, welches gleichzeitig auch zu öfter vorkommenden Untersuchungen der magnetischen Eigenschaften von Instrumenttheilen und Gesteinen dient, und welches von Lamont vorgeschlagen und als Magnetoskop be-

zeichnet wurde. Bei diesem befindet sich der Magnet, der aus drei schwachen Lamellen besteht (Fig. 413 und 414), nicht in einer Vertikalebene durch den Aufhängungsfaden, sondern seitlich davon.

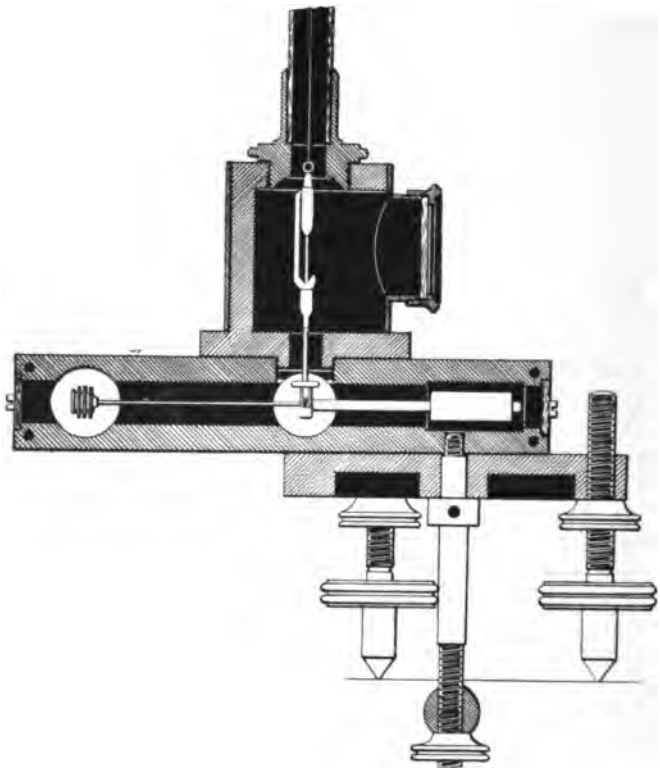


Fig. 413.

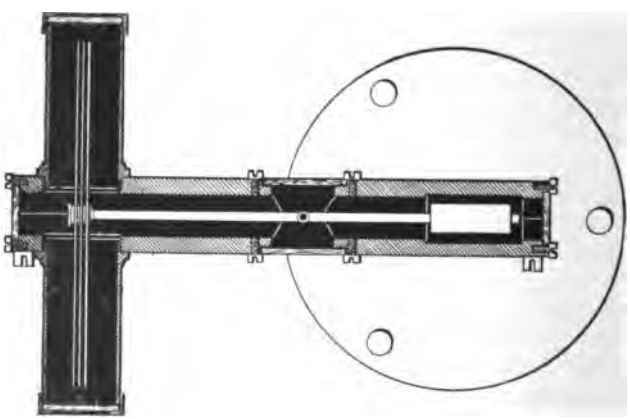


Fig. 414.

Bei dieser Anordnung wird die durch ein magnetisches Theilchen hervorgebrachte Ablenkung um so grösser sein, je grösser der seitliche Abstand der Magnetachse vom Faden ist. Die Empfindlichkeit ist so gross, dass 1 mg Eisen in 10 mm Abstand von den Nadelenden gebracht, einen Ausschlag von 15 Bogenminuten hervorruft.

Ein Uebelstand der sonst so vorzüglichen Aufhängung der Magnete an Faden besteht in der Torsion derselben, die jenachdem entweder vergrössernd oder verkleinernd auf die Ablenkung einwirkt. Man beseitigt sie, indem man an Stelle des Magneten ein ebenso schweres Messingstück, das Torsionsgewicht, anhängt und mehrere Tage, manchmal auch Wochen, hängen lässt. Dieses Austortiren ist ausserordentlich langwierig, und es muss beim Auswechseln des Gewichts gegen den Magneten sehr vorsichtig zu Werke gegangen werden, will man nicht neue Torsion in den Faden hineinbekommen.

Ob die Torsion vollständig beseitigt ist, untersucht man so, dass man zuerst mit Hilfe des Hauptmagneten im Deklinatorium eine Variationsbestimmung ausführt, dann den Hauptmagneten vertauscht mit einem Gewicht mit einem ganz leichten Magnetstäbchen und mit diesem eine neue Bestimmung der Deklination durchführt. Ergeben beide, unter Berücksichtigung der stattgehabten Deklinationsänderung reduzirt auf ein und denselben Zeitpunkt, denselben Werth, so ist keine Torsion mehr vorhanden.

Die Grösse der Torsion kann leicht bis zu einigen Minuten anwachsen, besonders durch stark geänderten Feuchtigkeitsgehalt der Luft.

In neuerer Zeit verwendet man anstatt der Kokonfäden dünne Quarzfäden, die eine sehr geringe Torsion besitzen, die aber andrerseits leicht brechen, wenn sie nicht sehr vorsichtig behandelt werden Genügende Erfahrungen stehen noch nicht zur Verfügung.

Ausser diesen Ablesedeklinatorien hat man jetzt auch vielfach sogenannte selbstschreibende oder registrirende. Bei diesen wirft der Magnetspiegel das Bild eines Lichtpunktes auf lichtempfindliches Papier, welches auf einen Cylinder aufgebracht ist. Dieser wird durch ein gutes Uhrwerk gleichmässig gedreht und man erhält auf dem lichtempfindlichen Papiere eine Kurve, deren Ordinaten, vermehrt um eine Konstante, die Deklinationen darstellen. Als Abszissen treten die Zeiten auf, sodass man aus diesen Kurven für eine beliebige Beobachtungszeit die jeweilige Deklination entnehmen kann

Die magnetische Orientirungsübertragung erfolgt nun so, dass man einmal den Winkel bestimmt, den eine Seite über Tage mit dem magnetischen Meridian einschliesst, dann mit demselben Instrumente das magnetische Streichen der Anschlusslinie in der Grube, und zwar zur Kontrolle an ihren beiden Endpunkten und zuletzt nochmals das magnetische Streichen der Linie über Tage ermittelt. Unter Berücksichtigung der bei den einzelnen Beobachtungen stattgefundenen Deklinationen, bezw. deren Aenderungen bekommt man alsdann den Winkel zwischen der Dreiecksseite und der Anschlusslinie unter Tage, und aus diesem und aus dem be-

kannten astronomischen Streichen der Dreiecksseite folgt dann das astronomische Streichen der Linie in der Grube, deren einer Endpunkt dann vielleicht als der eine Endpunkt eines Polygonzuges in einem flachen Schachte oder als ein Lothpunkt in einem seigeren Schachte auftritt

Die zu diesen magnetischen Uebertragungen benutzten Instrumente müssen demnach so eingerichtet sein, dass man das Fernrohr einmal in die Richtung des magnetischen Meridians und dann in die Richtung nach dem anderen Endpunkte der Linie einstellen kann .

Die Aufhängung des Magneten kann entweder auf Spitze und Hütchen, oder an einem Kokon- oder Quarzfaden erfolgen. Die ersteren Instrumente geben im allgemeinen eine etwas geringere Genauigkeit, da die Reibung zwischen Spitze und Hütchen doch immerhin noch gross ist. Man überwindet sie am besten durch leises Kratzen an den geriffelten Rändern der Klemmschrauben, die sich in der grössten Nähe der Magnetnadel befinden. Die zweite Gattung von Instrumenten bietet grössere Genauigkeit an sich; sie sind aber wegen der Empfindlichkeit der Fäden viel sorgsamer zu behandeln.

Die Instrumente mit auf Spitzen beweglichen Magnetnadeln sind meist zum Aufsetzen auf die horizontale Drehungsachse des zur Winkelmessung benutzten Theodolits eingerichtet, welcher natürlich völlig eisenfrei sein muss. Manchmal ist die Magnetnadel auch in einen rechteckigen Kasten auf der Alhidade zwischen den Trägern angebracht (Fig. 415). Zur Einstellung des Theodolits in die Richtung des magnetischen Meridians dreht man das Instrument in die ungefähre Nord-Süd-Richtung, öffnet die Sperrvorrichtung und dreht nun noch solange um die vertikale Achse, bis die Nadelenden auf eine bestimmte Marke an der Theilung des Kreisbogens im rechteckigen Kasten einsteht. Um dies genauer ausführen zu können, hat Breithaupt ein besonderes Objektiv vor das des Theodolitfernrohrs aufgesteckt, während Hildebrand die Anordnung so getroffen hat, dass die Ablesung der Kastenbussole durch das Fernrohrokular und durch ein im Fernrohrkörper verstecktes Objektivprisma geschieht (siehe

Fig. 415.

Fig. 415). Gewöhnlich benutzt man die Ablesungen an beiden Nadelenden.

Eine andere Einrichtung ist die Mikroskopbussole von Prof. Dr. Schmidt. Diese ist ebenfalls als rechteckiger Kasten ausgeführt, der wie eine Reiterlibelle mit zwei Füssen auf die Horizontalachse des Theodolits aufgesetzt wird; die Einstellung desselben in die Richtung des magnetischen Meridians erfolgt durch zwei kurze Mikroskope.

Ebenfalls zum Aufsetzen ist das Schmidt-Neumayer'sche Deklinatorium, welches in den Figuren 416 bis 420 dargestellt ist. In dem länglichen Kasten, dessen Form aus Fig. 416 und

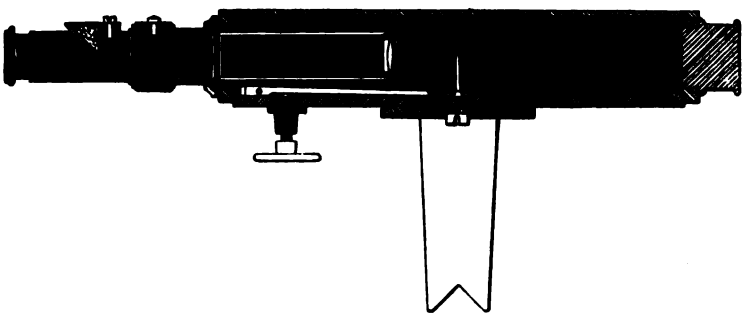


Fig. 416.

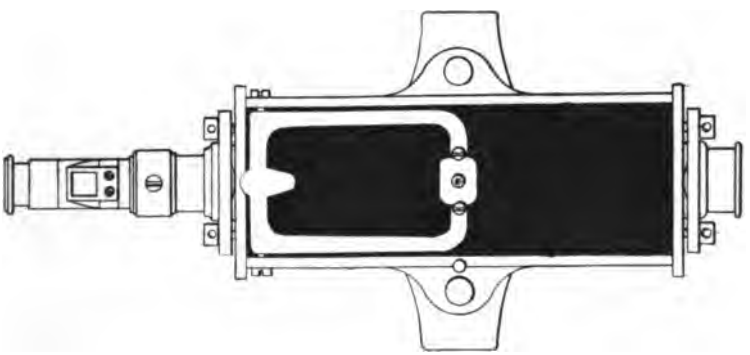


Fig. 417.

417 ersichtlich ist, befindet sich auf der linken Seite die Einstellungsvorrichtung mit selbstreflektirendem Fadenkreuz, welches bis zur Hälfte durch das kleine eingesetzt Prisma beleuchtet wird. Die Nadel (Fig. 418 und 419) besteht aus zwei

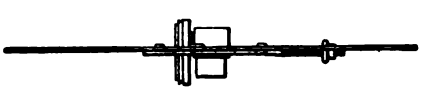


Fig. 418.

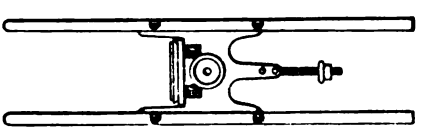


Fig. 419.

schwachen Stahllamellen, die durch ein Querstück aus Aluminium verbunden sind. Dieses trägt zwischen beiden Lamellen den vertikalen Spiegel, der dem Einstellungsröhrchen zugewendet ist, und das Hütchen, welches so eingerichtet ist, dass die Nadel umgelegt und dadurch die Spiegelkollimation bestimmt werden kann, und welches in Figur 420 etwa in dreifacher natürlicher Grösse dargestellt ist. Das Hütchen ist nämlich doppelt und bewegt sich parallel zum Magnetspiegel. Sieht man in das Ableseröhrchen hinein, so ist in der einen Hälfte des Gesichtsfeldes das vertikale Fadenpaar fest, in der andern Hälfte schwingt das vom Magnetspiegel reflektirte Bild des Fadenkreuzes, welches durch das Prisma beleuchtet wird, hin und her; man hat dann das Instrument solange zu verstellen, bis in beiden Gesichtsfeldhälften die Doppelfäden übereinander stehen und eine einzige gerade Linie bilden.

Fig. 420.

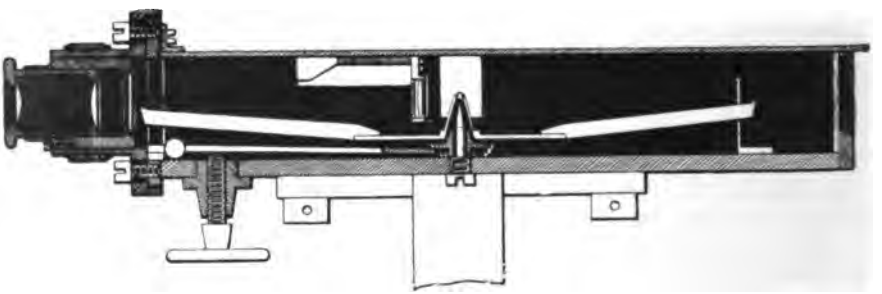


Fig. 421.

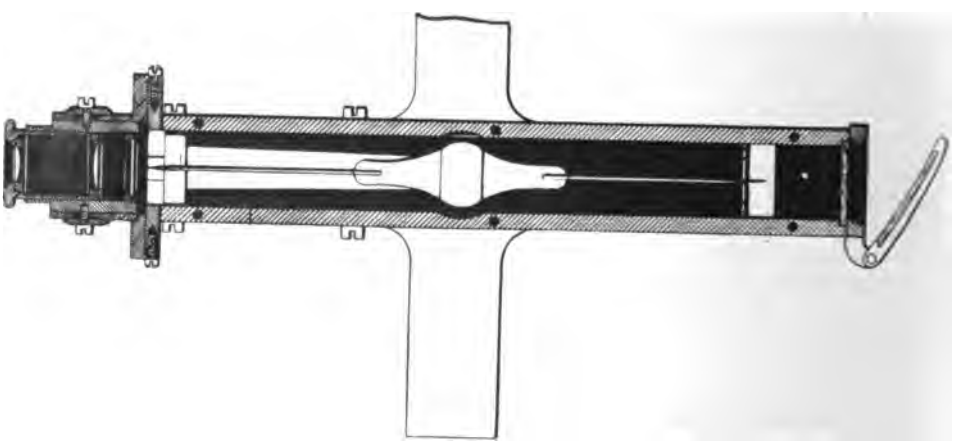


Fig. 422.

Hierher gehört auch der Röhrenkompass von Hildebrand (Fig. 421 bis 425.) Bei diesem endigt die Nadel nach oben in zwei feine Spitzen, die dem Okulare des Röhrenkompasses zugewendete wird durch das Okular allein, die entferntere durch dieses und ein besonderes, im Kasten eingesetztes kleines Objektivsystem betrachtet, welches in der Längsrichtung der Kompassnadel verschiebbar ist (Fig. 424 und 425). Die Befestigung der Spitze im Gehäuse ist aus Figur 423 zu ersehen.

Fig. 423.

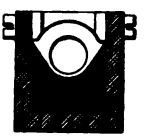


Fig. 424.

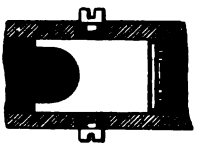


Fig. 425.

Blickt man in das Okular des Röhrenkompasses, der nahe in der Nord-Südrichtung auf dem Theodolit eingestellt ist, so sieht man im Gesichtsfelde einmal eine feine, auf ein Glasdiaphragma eingerissene Theilung und dann die beiden Nadelenden, die beiden Spitzen einander zugekehrt, übereinander wegschwingend. Der Röhrenkompass steht nun im Meridian selbst, wenn die beiden Nadelspitzen genau senkrecht übereinander stehen.

Nach den Angaben von Professor Dr. Schmidt beträgt die Genauigkeit einer Einzelbeobachtung mit den angegebenen Instrumenten etwa 0,3 bis 0,4′ beim Grubengebrauch; werden die Instrumente über Tage etwa auf Pfeilern benutzt, so ist die Genauigkeit etwas grösser.

Die Vorrichtungen zur magnetischen Orientirungsübertragung, bei denen der Magnet an einem Faden aufgehangen ist, werden besonders im Harze vielfach gebraucht, und es sind damit auch ganz gute Erfolge erzielt worden.

Aeltere Einrichtungen dieser Art rühren von Borchers und Dr. Schmidt her, bei ihnen ist der Magnet in einem besonderen Kästchen mit nach oben gehendem Glasrohr aufgehangen, welches Kästchen am Dreifuss verstellbar eingerichtet ist und durch Drehung in die magnetische Nord-Südrichtung gebracht werden kann, worauf das Theodolitfernrohr auf diese eingestellt werden kann. Bei der Borchers'schen Einrichtung besteht der Magnet aus zwei Lamellen, die in der Mitte durch einen Ring mit Oeffnung, an der dem Theodolit zugewendeten Seite mit einer kleinen achromatischen Linse von einer Brennweite gleich der Magnetlänge, und an der andern Seite mit einer planparallelen Glasplatte mit Theilung versehen ist. Der mittlere Strich derselben ist länger und dient als Marke zum Einstellen des auf unendlich zu stellenden Theodolitfernrohrs. Der Magnet kann zur Erzielung grösserer Genauigkeit am Faden umgehangen werden.

Professor Dr Schmidt wendet einen Magnet mit festem Spiegel an und setzt zur Beobachtung der richtigen Stellung des

Kollimators einen Ring mit schmaler Theilung als Durchmesser vor das Theodolitobjektiv.

In neuerer Zeit ist von A. Fennel in Cassel eine zweckmässige Konstruktion eines Orientirungsmagnetometers angegeben und ausführlich in den „Mittheilungen aus dem Markscheidewesen. Neue Folge Heft 1" beschrieben.

Dasselbe ist zum Aufsetzen auf die horizontale Drehachse des Theodolits eingerichtet, und kann gleichzeitig als Deklinatorium benutzt werden.

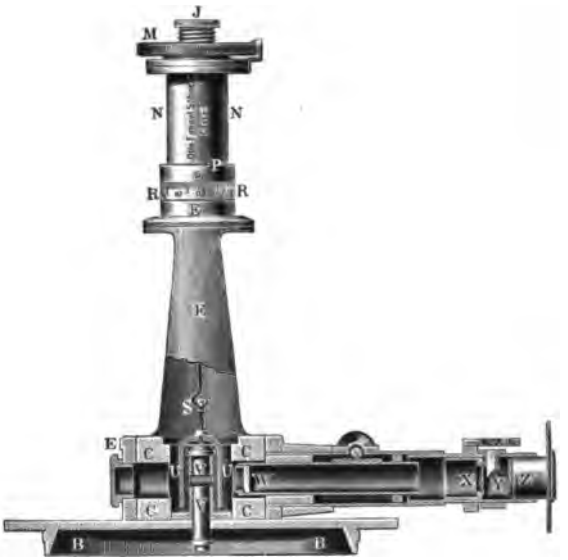


Fig. 426.

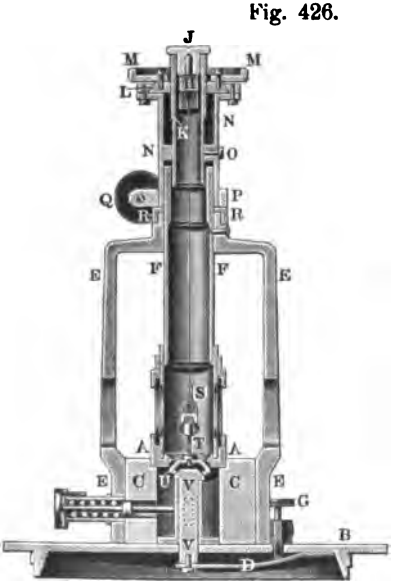


Fig. 427.

Der ganze Apparat (Fig. 426, 427 und 428) ist auf der Grundplatte B aufgebaut. Mit ihr ist der kupferne Dämpfer C verschraubt, der von dem unteren ringförmigen Ende des Trägers E umschlossen ist. In dem oberen, ebenfalls ringförmigen Ende des Trägers ist das Aufhängerohr F eingesetzt. Um dem Instrument eine möglichst geringe Höhe geben zu können, ist nicht die übliche Konstruktion des Torsionskopfes zur Anwendung gelangt, sondern es sind die Vorrichtungen zum Heben, Senken, Drehen und Festklemmen des Fadens in neuer, eigenartiger Weise angeordnet. Um den oberen Theil des Rohres F lässt sich das Rohr N drehen und mittels der Klemmschraube Q feststellen. Bei gelöster Klemmschraube kann der ganze Torsionskopf von dem Rohre F abgehoben werden. Zwischen der Klemme P und dem Träger E ist die in 100 Theile eingetheilte Trommel R eingeschaltet. Der den Quarzfaden tragende Stöpsel H ist mittels des Zwischenstückes J in dem Rohre K befestigt. Dieses Rohr ist in seiner oberen Hälfte mit einem äusseren Gewinde versehen. Der

untere glatte Theil des Rohres K, welcher in einer Verdickung des Rohres N seine Führung hat, enthält einen Längsschlitz, in welchem der cylindrische Zapfen der Schraube O eingreift. Infolge dieser Einrichtung kann sich das Rohr K nicht drehen, sondern muss sich aufwärts oder abwärts bewegen, je nachdem man die Mutter L mittels der Scheibe M links oder rechts herum dreht. Ueber dem unteren Ende des Rohres F ist ein weiteres Messingrohr verschiebbar, dessen Oeffnungen durch ein übergeschobenes Glasrohr geschlossen sind. Das untere Ende A dieses Rohres greift in eine Vertiefung des Dämpfers C ein und wird in dieser Lage durch einen federnden Stift festgehalten. Im Dämpfer schwingt der glockenförmige Magnet V, der an der Südseite einen kleinen Planspiegel trägt. Die Arretirung des Magneten erfolgt durch die Feder D mittels des centralen Stiftes V, welcher den Magneten an die kegelförmigen Endflächen des Rohres A andrückt, wenn die Schraube G ein wenig in die Höhe geschraubt wird. Der Arretirung gegenüber ist ein federnder Stift angebracht, der beim Gebrauch des Instrumentes in das Schwingungsgehäuse eingreift und dem Magneten nur eine Drehung von $\pm$ 30° aus der Mittelstellung (Nord-Süd-Richtung) heraus gestattet. An dem Träger E ist das Ablesefernröhrchen befestigt, dessen Objektiv W möglichst nahe an den Magneten herangerückt ist Bei X ist ein Glasplättchen eingesetzt, auf welchem in seiner oberen Hälfte eine in $^1/_{10}$ mm getheilte Skala und in seiner unteren ein Vertikalstrich angebracht ist. Die obere Hälfte des Glasplättchens wird durch das Prisma Y beleuchtet. Blickt man durch das Okular Z, so sieht man das Bild der Skala durch Reflexion am Magnetspiegel in der unteren Hälfte des Gesichtsfeldes gleichzeitig mit dem Vertikalstriche. Schwingt der Magnet, so bewegt sich das Bild der Skala an dem Vertikalstrich vorüber. Beim gewöhnlichen Gebrauche des Instrumentes ist das Ablesefernröhrchen auf Unendlich gestellt, um aber auch bequem und schnell andere Objekte einstellen zu können, ist ein Getriebe angebracht, welches eine Verschiebung des Objektives bewirkt

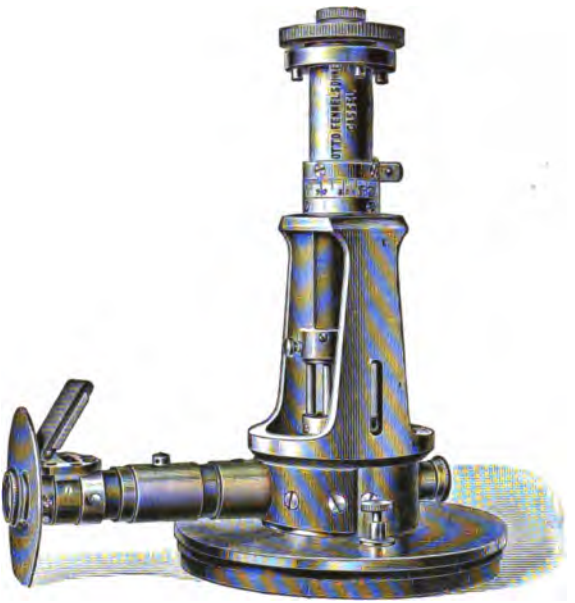


Fig. 428.

UNIVERSITY

Die Genauigkeit der magnetischen Uebertragungen bei Fadenaufhängung ist etwas grösser als bei Spitzenbewegung der Magnete, aber bei der grösseren Empfindlichkeit wirken auch irgend welche Einflüsse, wie magnetische Ablenkungen, elektrische Ströme und dergleichen, leicht auf die Messung ein.

Als neuere Litteratur möge hierzu angeführt werden die Mittheilungen von Lenz in Bochum im Glückauf vom 5. Okt. 1895 Seite 1197 und 1198 über den Einfluss elektrischer Ströme und Sicherheitslampen, ferner Oberbergamtsmarkscheider Bimler in der Zeitschrift für praktische Geologie 1896 Heft 7, über Einzelheiten bei der praktischen Anwendung des Magnetometers.

X. Abschnitt.

Massenberechnungen.

Massenberechnungen.

Der Markscheider kommt hin und wieder in die Lage, Aufnahmen machen zu müssen, die den Zweck haben, das Volumen eines Körpers zu bestimmen, etwa einer Halde, eines Teiches, von Dämmen oder Einschnitten oder dergleichen.

Zu diesen kubischen Aufnahmen benutzt man entweder Tachymeter, Theodolite mit Distanzmessereinrichtung, oder auch die gewöhnlich in der Feldmesserpraxis üblichen Instrumente

Handelt es sich um Massentransporte, wie sie etwa bei der Anlage einer Grubenbahn oder Strasse vorkommen, so ist es zweckmässig, in den aufzunehmenden Grundriss die Horizontalkurven oder Schichtenlinien einzutragen Es sind dies Linien, die die Punkte gleicher Höhe auf der Erdoberfläche verbinden und so einen sehr guten Einblick in die Oberflächenbeschaffenheit geben. Sie können auch als Schnittlinien zwischen parallelen Horizontalebenen in einem gewissen Abstande von einander mit der Erdoberfläche aufgefasst werden. Der Abstand dieser Parallelebenen von einander ist je nach dem Zweck des weiteren Gebrauches der Schichtenlinien verschieden; in sehr ebenem Terrain beträgt er $^1/_2$ m bis 1 m, in steilerem etwa 2, 5 oder 10 m. Gewöhnlich stellen die Zahlen der Schichtenlinien glatte Meterzahlen dar.

Die Schichtenlinien können direkt mit Hilfe des Nivellirinstrumentes in der Natur abgesteckt, dann auf irgend eine Weise aufgenommen und in den Grundriss eingetragen werden, ein Verfahren, welches in mehr ebenem Terrain, etwa auf Kuppen oder Sätteln zweckmässig ist. Im kupirten Terrain nimmt man meist zerstreute Punkte ihrer Höhenlage nach auf, und ermittelt auf einfache Weise die zwischen je zwei derselben enthaltenen, gesuchten Punkte der Schichtenlinien. Hierbei hat man die einzelnen Punkte so dicht auszuwählen, dass die Verbindungslinie je zweier auf dem Terrain verläuft. Zur Aufnahme ist dann das Tachymeter geeignet. An steilen Hängen staffelt man auch manchmal mit einer Setzlatte und Libelle herunter. Bei der Aufnahme zerstreuter Punkte

muss man in zweifelhaften Fällen Skizzen über den Verlauf der Schichtenlinien in der Natur herstellen, um bei der Ausführung des Risses nicht in Zweifel darüber zu kommen, wie die einzelnen Punkte zu verbinden sind.

Ist nun beispielsweise eine Halde mit derartigen Schichtenlinien vorhanden, so kann man aus diesen eine Massenberechnung vornehmen, indem man die Theilmassen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schichtenebenen berechnet und diese dann addirt. Hierbei benutzt man meist die Simpsonsche Regel.

Genauere Ergebnisse für alle Massenberechnungen bekommt man auf folgende Weise: In der Richtung der grössten Ausdehnung der zu kubizirenden Masse steckt man ein Längenprofil ab, dazu senkrecht eine Anzahl Querprofile Diese Querprofile, die im allgemeinen parallel sind, müssen so eng an einander gewählt werden, dass die zwischen zwei aufeinanderfolgenden gelegene Erdoberfläche als windschiefe Fläche, entstanden durch Gleiten einer Geraden, angesehen werden kann, weil in diesem Falle die Massenberechnung strenge Ergebnisse liefert und gleichzeitig einfach ist.

Sowohl im Längenprofile als auch in den Querprofilen werden die einzelnen Terrainbrechpunkte nach Höhe und Entfernung eingemessen, und von dem Aufgenommenen eine Zeichnung in möglichst grossem Maassstabe hergestellt. Hierbei werden die Querprofile meist umgeklappt im Grundriss angegeben.

Es handelt sich nun um Berechnung der zwischen zwei aufeinanderfolgenden Querprofilen enthaltenen Massen, für die sich eine einfache Formel ergiebt, wenn, wie schon angeführt, die Erdoberfläche zwischen beiden Profilen als eine windschiefe angesehen werden kann.

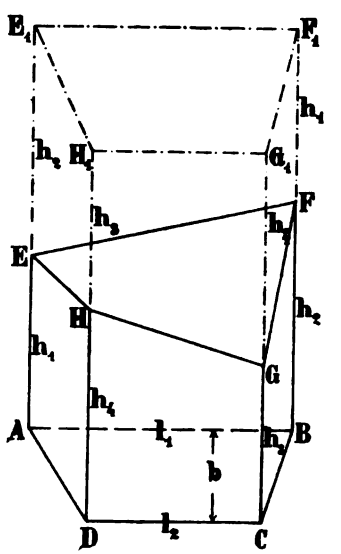


Fig. 429.

In nebenstehender Figur 429 sei A B C D E F G H der zu kubizirende Körper ein vierseitiges gerades Prisma, dessen untere Fläche A B C D eben, die obere E F G H dagegen windschief sei. Die Grundfläche sei ein Trapez, dessen Breite b und dessen parallele Seiten $AB = l_1$ und $CD = l_2$ seien. Die Höhen der Prismenkanten seien h_1, h_2, h_3 und h_4. Denkt man sich nun auf h_1 die Höhe h_2, auf h_2 h_1, auf h_3 h_4 und auf h_4 h_3 aufgetragen, sodass man die Punkte E_1 F_1 G_1 H_1 erhält, so ist der so entstandene Körper $A B C D E_1 F_1 G_1 H_1$ ein schief abgeschnittenes gerades Prisma mit ebener oberer Begrenzung. Legt man irgend einen vertikalen Schnitt durch das Prisma hindurch, so ist ersichtlich, dass die dabei entstandene

obere Fläche gleich der unteren ist, infolgedessen ist auch das Volumen V des Prismas A B C D E F G H gleich dem des Prismas $E F G H E_1 F_1 G_1 H_1$. Das Volumen des Prismas $A B C D E_1 F_1 G_1 H_1$ lässt sich nun bestimmen; denkt man sich nämlich die Ebene $A C G_1 E_1$ gelegt, so bekommt man zwei dreiseitige Prismen, und man erhält:

$$2V = \frac{b}{2}\left\{l_1 \cdot \frac{2(h_1+h_2)+h_3+h_4}{3} + l_2 \cdot \frac{h_1+h_2+2(h_3+h_4)}{3}\right\}$$

oder:

$$V = \frac{b}{4}\left\{l_1 \cdot \frac{2(h_1+h_2)+h_3+h_4}{3} + l_2 \cdot \frac{h_1+h_2+2(h_3+h_4)}{3}\right\} \quad . \quad 270)$$

als ganz allgemeingiltige Formel.

Ebenso ist weiter ersichtlich, dass das vierseitige Prisma sowohl oben, als unten windschief begrenzt sein kann, ohne dass sich die Formel ändert.

Da die Gleichung 270 allgemeine Giltigkeit besitzt, so besteht sie auch für den Fall, dass die eine oder die andere Höhe zu Null wird. Es können dann folgende drei Fälle eintreten: 1. entweder: h_1 oder h_2 gleich Null oder: h_3 oder h_4 gleich Null, wie in Figur 430, dann ist, etwa für $h_3 = 0$:

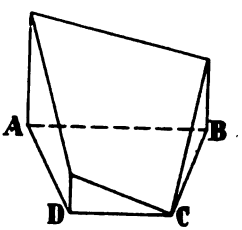


Fig. 430.

$$V = \frac{b}{4}\left\{l_1 \cdot \frac{2(h_1+h_2)+h_4}{3} + l_2 \cdot \frac{h_1+h_2+2h_4}{3}\right\} \quad 270a)$$

oder: 2. $h_1 = 0$ und $h_2 = 0$, oder: $h_3 = 0$ und $h_4 = 0$,

wie in Figur 431, und zwar ergiebt sich alsdann, etwa für $h_3 = h_4 = 0$:

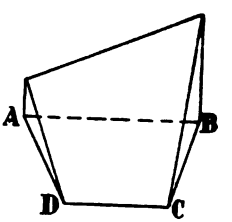


Fig. 431.

$$V = \frac{b}{4}\left\{\frac{h_1+h_2}{3}(2l_1+l_2)\right\} \quad 270b)$$

oder 3. $h_1 = 0$ und $h_4 = 0$, oder: $h_2 = 0$ und $h_3 = 0$,

wie in Figur 432; man erhält dann, etwa für $h_1 = h_4 = 0$:

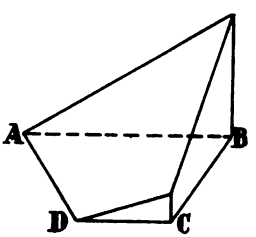


Fig. 432.

$$V = \frac{b}{4}\left\{l_1 \cdot \frac{2h_2+h_3}{3} + l_2 \cdot \frac{h_2+2h_3}{3}\right\} \quad 270c)$$

Es interessirt nun noch ein weiterer Sonderfall; denkt man sich nämlich zwei parallele Querprofile und legt durch jeden Brechpunkt des einen und des anderen Querprofils Vertikalebenen parallel zur Achse des Längenprofils, so entstehen Körper, die im Grundriss durch Rechtecke, auf der Oberfläche durch windschiefe Flächen begrenzt sind. Zwischen zwei solchen Querprofilen ist

also in der allgemeinen Gleichung für die Einzelkörper das l konstant, nur das b würde verschieden sein.

Es geht also das Trapez A B C D, welches der Ableitung der Gleichung 270 zu Grunde gelegt worden war, und welches dann in Frage kommt, wenn, wie etwa bei Strassen- oder Eisenbahnkörpern die Längenprofilachse ein Kreisbogen ist, auf dem die Querprofile radial stehen, über in ein Rechteck (Fig. 433) und zwar ist:

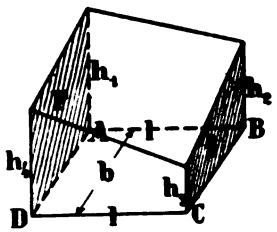


Fig. 433.

$$AB = CD = l \quad \text{und:}$$
$$AD = BC = b.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung 270 ein, so folgt:

$$V = l\,b\,\frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}{4} \quad \ldots\ldots \quad 271)$$

also ebenfalls eine sehr einfache Gleichung, welche besagt, dass man die Grundfläche mit dem arithmetischen Mittel aus den vier Höhen zu multipliziren hat. Die Gleichung 271 lässt sich auch so schreiben:

$$V = \frac{l}{2}\left\{b.\frac{h_1 + h_4}{2} + b.\frac{h_2 + h_3}{2}\right\}. \quad \ldots \quad 271a)$$

die in der Klammer stehenden Werthe sind aber die Flächen F der über A D, und f der über B C stehenden Theile der Querprofilebenen, infolgedessen ist:

$$V = \frac{F + f}{2}.l \quad \ldots\ldots\ldots \quad 272)$$

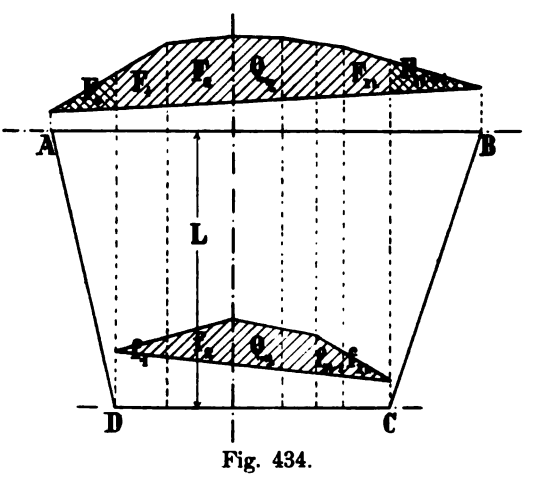


Fig. 434.

in Worten: Das Volumen ergiebt sich als Mittel aus den beiden Flächen F und f, multiplizirt mit ihrer Entfernung.

Denkt man sich nun zwei aufeinanderfolgende Querprofile (Fig 434), von denen das eine den Gesammtflächeninhalt Q_1, das andere Q_2 hat, mittels paralleler Schnitte durch jeden Terrainbrechpunkt beider Querprofile in einzelne Flächen zerlegt, sodass stattfindet:

$$Q_1 = f_1 + f_2 + \ldots + f_{n-1} + f_n \quad \ldots \quad 273a)$$

und:
$$Q_2 = F_0 + F_1 + F_2 + \ldots + F_{n-1} + F_n + F_{n+1} \quad 273b)$$

und bezeichnet den Abstand der Querprofile mit L, so ergeben sich die einzelnen Volumina:

$$\left.\begin{aligned} V_0 &= \frac{F_0}{3}.L \\ V_1 &= \frac{F_1+f_1}{2}.L \\ V_2 &= \frac{F_2+f_2}{2}.L \\ &\cdots\cdots\cdots \\ V_n &= \frac{F_n+f_n}{2}.L \\ V_{n+1} &= \frac{F_{n+1}}{3}.L \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ 274)$$

und hieraus durch Addition:

$$V = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots + V_n + V_{n+1},$$

oder:

$$V = \left\{\frac{F_0+F_{n+1}}{3} + \frac{(F_1+F_2+\ldots+F_{n-1}+F_n)+(f_1+f_2+\ldots f_{n+1}+f_n)}{2}\right\}.L$$

oder:

$$V = \left\{\frac{Q_1+Q_2}{2} - \frac{F_0+F_{n+1}}{6}\right\}.L \quad \ldots\ 275)$$

als allgemeine Gleichung zur Volumenbestimmung zwischen zwei parallelen Querprofilen.

In der Praxis benutzt man meist die Gleichung:

$$V = \frac{Q_1+Q_2}{2}.L, \quad \ldots\ldots\ 276)$$

multiplizirt also einfach das arithmetische Mittel zweier aufeinanderfolgenden Querprofilflächen mit ihrem Abstande, vernachlässigt daher das Glied $\frac{F_0+F_{n+1}}{6}.L$. Man kann in jedem besonderen Falle leicht untersuchen, ob und welchen Einfluss dieses Glied auf die Massenberechnung ausübt. Die Grössen F_1 und F_{n+1} lassen sich einfach durch Ziehen von Parallelen zur Längenprofilachse durch die äussersten Punkte des kleineren Querprofils im grösseren abschneiden. Sind beide Querprofile nahe gleich gross, aber etwas gegeneinander verschoben, so wird das F_0 in dem einen, das F_{n+1} im andern liegen.

Ist eine grosse Genauigkeit für die Massenberechnung erforderlich, so muss man sich noch Hilfsquerprofile aus dem Risse ableiten, wodurch man sich der hypothetischen Fläche beliebig nähern kann.

Die Massenberechnung mit Hilfe von Querprofilen giebt eine grössere Genauigkeit als die mit Hilfe der Flächen von Schichtenlinien. Im letzteren Falle giebt die Berechnung mit den Schichtenlinien nur dann gute Resultate, wenn dieselben einen nahezu konzentrischen Verlauf haben. Berechnet man alsdann das Volumen

zwischen zwei aufeinanderfolgenden Flächen F_1 und F_2 der begrenzenden Horizontalkurven als abgestumpfte Pyramide, so lautet die Gleichung hierfür:

$$V = \frac{h}{3}\left\{F_1 + \sqrt{F_1 F_2} + F_2\right\} \quad \ldots \quad 277)$$

worin h den vertikalen Abstand der einzelnen Horizontalebenen bezeichnet. Meist benutzt man aber die Sympson'sche Regel; es ist dann das Volumen zwischen den drei aufeinanderfolgenden Flächen F_1, F_2 und F_3, die ebenfalls den vertikalen Abstand h von einander haben:

$$V = \frac{h}{6}\left\{F_1 + 4\,F_2 + F_3\right\} \quad \ldots \quad 278)$$

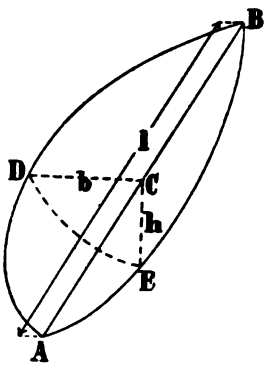


Fig. 435.

Manchmal kommen, besonders bei Teichkubizirungen, auch Körper vor, in denen, wie in Figur 435 die begrenzenden Flächenstücke ABE und ABD als Parabelstücke aufgefasst werden können, dann ist nach der Bezeichnung in der Figur:

$$V = {}^4/_9\,b.h.l \quad \ldots \quad 279a)$$

und hieraus, wenn man die Fläche des Querprofiles ABE mit F, die des Spiegels mit f bezeichnet:

$$V = \frac{F.f}{l} \quad \ldots \quad 279)$$

Bei Kubizirungen von Teichen ist die Bestimmung der Querprofile bequem, wenn dieselben leer sind; bei gefülltem Teiche verwendet man eine Fähre oder einen Kahn, der in der Richtung der einzelnen Querprofile fortbewegt wird. Die Wassertiefe wird an verschiedenen Stellen gemessen, und die Horizontalprojektion des Messungspunktes durch Einschneiden vom Ufer aus bestimmt.

Die für die Massenberechnungen nothwendigen Flächenbestimmungen der Querprofile oder Schichten geschieht entweder durch Verwandlung der Flächen in einfachere mit Zirkel und Maassstab, oder bequemer durch die Planimeter, die ja bekanntlich den Flächeninhalt einer beliebig begrenzten Fläche durch einfaches Umfahren der Begrenzung derselben mit grosser Genauigkeit liefern.

XI. Abschnitt.

Das Aufsuchen von magnetischen Erzlagerstätten. Die magnetischen Erzlagerstätten und der Erdmagnetismus. Die Einwirkung eines starken Magneten auf eine in seine Nähe gebrachte kleine Magnetnadel. Die zur Untersuchung der Erzlagerstätten benutzten Instrumente. Die Horizontalintensität. Die Vertikalintensität. Die Ausführung der magnetischen Untersuchung über Tage und die Anfertigung von Intensitätsplänen aus den Beobachtungen. Was aus den Intensitätsplänen zu ersehen ist. Die magnetischen Untersuchungen unter Tage. Die Ausführung der Messungen. Die Bestimmung der Lage der Erzpole oder der Erstreckung des Erzes in die Tiefe.

Das Aufsuchen von magnetischen Erzlagerstätten.

Während im Allgemeinen bei der Aufsuchung von Erzlagerstätten die Geologie und die Mineralogie die leitenden Gesichtspunkte geben, so treten doch einige besondere Fälle auf, in denen durch physikalisch-markscheiderische Messungen Erzlagerstätten aufgefunden werden können, und sich gleichzeitig aus den Messungen Schlüsse auf das Streichen und Fallen, sowie auf die Erstreckung sowohl in der Längsrichtung, als auch nach der Tiefe zu ziehen lassen Es sind dies die Lagerstätten, die entweder nur aus magnetischen Eisenerzen bestehen, oder bei denen das Magneteisen ein Bestandtheil ist, und welche in Folge dessen auf eine Magnetnadel einwirken.

Besonders in Schweden hat sich die Methode der Aufsuchung von magnetischen Eisenerzfeldern sehr viel Eingang verschafft und sehr günstige Erfolge gezeitigt, und vor Allem hat man dort durch die vielen magnetischen Erzlager das gewonnen, was bei der ganzen Methode von grossem Werthe ist: die Erfahrung, aus dem gewonnenen Beobachtungsmaterial oder den darnach angefertigten Plänen das Nothwendige herauszulesen.

Die magnetischen Erzlagerstätten und der Erdmagnetismus.

Wenn eine Magnetnadel, die den hauptsächlichsten Bestandtheil der zur Messung benutzten Instrumente bildet, in ihrer Lage,

sei es in horizontaler oder in vertikaler Richtung, von einem Erzlager beeinflusst werden soll, so ist es nothwendig, dass die Lagerstätte eine grosse Anzahl von kleinen Theilchen magnetischer Mineralien enthält, und dass diese Theilchen so durch den Erdmagnetismus magnetisirt werden, dass sich ihre Wirkungen vereinigen, und in Folge dessen die Lagerstätte als ein Magnet von sehr grossen Dimensionen auftritt.

Mineralien, die, wie der Stahl, ihren Magnetismus behalten und selbst induzirend auf andere einwirken, sind Magnetit, Jakobsit und Magnetkies. Sie werden in Schweden als attraktorisch-magnetisch bezeichnet, zum Unterschiede von den retraktorisch-magnetischen Mineralien, die wohl von einem starken Magneten angezogen werden, aber nach Entfernung des letzteren ihren Magnetismus verlieren. Hierzu gehören beispielsweise Titaneisen, Olivin, Augit, Hornblende und Schwefelkies.

Während nun die induzirende Kraft des Erdmagnetismus hinreicht, die attraktorisch-magnetischen Mineralien zu magnetisiren, ist dies bei den retraktorisch-magnetischen nicht der Fall, sie sind daher allein nicht im Stande, eine Ablenkung der Magnetnadel hervorzurufen; treten sie aber mit attraktorisch-magnetischen gemischt auf, so verstärken sie durch Induktion die Anziehung der Magnetnadel. Es werden also unter Umständen auch Erzlagerstätten, die von Magnetit durchsetzt sind, — der hierbei vor allem als magnetisches Mineral in Frage kommt, da er sehr stark magnetisch ist, während der Magnetkies fast zu den retraktorisch-magnetischen Mineralien gehört und ausserdem Jakobsit selten ist —, als ziemlich stark magnetisch auftreten.

Da die Magnetisirung derartiger Lagerstätten durch den Erdmagnetismus erfolgt, so ist in den meisten Fällen das obere Ende des Lagers ein Südpol, der also das Nordende der Magnetnadel nach unten zu ziehen bestrebt ist, und zwar um so stärker, je kräftiger der Erzpol wirkt. Die Stärke der Magnetisirung wird der Lage der Sache nach auch von der Fallrichtung des Erzlagers abhängen; im allgemeinen wird die Magnetisirung am stärksten sein, wenn die Fallrichtung mit der Inklinationsrichtung zusammenfällt. Es mag noch bemerkt werden, dass das folgende nicht etwa allein für Schweden, wo die Inklination gross auftritt, anwendbar ist, sondern auch mit vollständigem Erfolg in südlicheren Ländern, wie Spanien, von schwedischen Ingenieuren erprobt wurde.

Sind mehrere Parallellager vorhanden, so können sie sämmtlich ihre Südpole nach oben haben, es treten aber auch Fälle auf, in denen in dem einen oder andern Parallelllager der Nordpol nach oben zu gelegen ist.

Ferner wird selbstredend die Anziehung unter sonst gleichen Umständen um so stärker auftreten, je näher das Lager nach der Erdoberfläche zu liegt.

Wenngleich nun, wie schon bemerkt, bei diesen Auf- und Untersuchungen von Erzlagerstätten die Erfahrung eine Hauptrolle spielt, da es sich nicht um ideale Magnetstäbe mit in den Polen

angehäuftem Magnetismus handelt, vielmehr wegen der ungleichen Vertheilung der magnetischen Mineralien im Erze sehr verwickelte magnetische Kraft- oder Intensitätsvertheilungen vorkommen, so ist es doch zum bessern Verständniss des Ganzen nothwendig, einige theoretische Betrachtungen der Beschreibung der Instrumente, ihrer Benutzung und der Auswerthung des Beobachtungsmaterials vorauszuschicken.

Die Einwirkung eines starken Magneten auf eine in seine Nähe gebrachte kleine Magnetnadel.

In nebenstehender Figur 436 seien *N* und *S* die Pole gleich grosser Intensität eines kräftigen stabförmigen Magneten von der Länge 2 l, der um den Winkel γ gegen den Horizont geneigt ist und seinen Südpol nach oben kehrt. Im Punkte *O*, der in der Vertikalebene des Magneten liegend, von *S* die Entfernung d_1, von *N* die Entfernung d_2 hat, befinde sich eine Magnetnadel, deren Länge gegenüber der Länge 2 l des kräftigen Magneten *NS* als verschwindend klein aufgefasst werden kann,

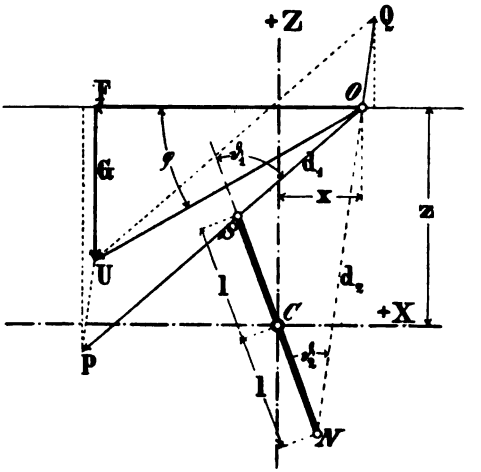


Fig. 436.

und die nach allen Richtungen hin als völlig frei beweglich gedacht werden möge, dabei aber im nicht anziehenden Bereiche sich in horizontaler Lage befinde.

Die Höhe der kleinen Magnetnadel über der Mitte *C* des Magneten *NS*, die als Coordinatenanfang gilt, sei z, positiv nach oben, negativ nach unten; ihr Horizontalabstand von *C* sei x, positiv nach der Polseite *N* des kräftigen Magneten, von der Mitte aus gerechnet, negativ nach der entgegengesetzten Seite.

Sieht man vorläufig von der Einwirkung des Erdmagnetismus ab, so wirken auf die kleine, bewegliche Magnetnadel in *O*, deren Magnetismus der Einfachheit halber an ihrem Nordende vereinigt gedacht werde, die beiden durch die Pole *S* und *N* erzeugten Kräfte P und Q; und zwar ergiebt sich, wenn M die magnetische Kraft des starken Magneten in der Entfernung 1 ist, die in der Richtung *OS* wirkende Kraft P zu:

$$P = \frac{M}{d_1^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 280)$$

ebenso erhält man für die in der Richtung *NO* wirkende Kraft Q:

$$Q = \frac{M}{d_2^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 281)$$

Die frei bewegliche Magnetnadel in *O* wird sich nun in die Richtung der Resultanten U aus P und Q einstellen, und zwar ist nach bekannten Sätzen der Mechanik, wenn ϑ_1 den Winkel zwischen Magnetachse und der Richtung *SO*, ϑ_2 den Winkel zwischen Magnetachse und *NO* bezeichnet:

$$U^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos(\vartheta_2 - \vartheta_1) \quad \ldots \quad 282)$$

Dieses U ist, wie bereits hier bemerkt werden möge, die Tangente an die durch *S*, *O* und *N* gehende Kraftlinie; die Grösse von U ist, wie von vorn herein klar, von der Neigung γ des Stabmagneten *NS* gegen den Horizont unabhängig.

Die Ermittelung der Kräfte P und Q, die beliebig im Raume liegen, auf magnetometrischem Wege hat nun seine grossen Schwierigkeiten, hingegen lassen sich horizontal und vertikal wirkende magnetische Kräfte leichter bestimmen. Es ist daher zweckmässiger, die Resultante U aus den Kräften P und Q in zwei zueinander senkrechte Kräfte F und G zu zerlegen, von denen die erstere horizontal, die letztere vertikal wirkt.

Man erhält nun:

$$F = -P\cos(\vartheta_2 + \gamma) + Q\cos(\vartheta_1 + \gamma) \quad \ldots \quad 283)$$

$$G = P\sin(\vartheta_2 + \gamma) - Q\cos(\vartheta_1 + \gamma) \quad \ldots \quad 284)$$

ausserdem ist:

$$U^2 = F^2 + G^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 285)$$

Ferner ergiebt sich für den Winkel φ, unter dem die Resultante U, also auch die kleine Magnetnadel im Punkte *O* gegen die Horizontale geneigt ist:

$$\tan\varphi = \frac{G}{F} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 286)$$

Setzt man in die Gleichungen 283 und 284 für F und G die Werthe P und Q aus 280 und 281 ein und berücksichtigt ferner, dass:

$$\left.\begin{aligned}
d_1^2 &= (x + l\cos\gamma)^2 + (z - l\sin\gamma)^2 \\
d_2^2 &= (x - l\cos\gamma)^2 + (z + l\sin\gamma)^2 \\
\sin(\vartheta_2 + \gamma) &= \frac{z - l\sin\gamma}{\sqrt{(x + l\cos\gamma)^2 + (z - l\sin\gamma)^2}} \\
\cos(\vartheta_2 + \gamma) &= \frac{x + l\cos\gamma}{\sqrt{(x + l\cos\gamma)^2 + (z - l\sin\gamma)^2}} \\
\sin(\vartheta_1 + \gamma) &= \frac{z + l\sin\gamma}{\sqrt{(x - l\cos\gamma)^2 + (z + l\sin\gamma)^2}} \\
\cos(\vartheta_1 + \gamma) &= \frac{x - l\cos\gamma}{\sqrt{(x - l\cos\gamma)^2 + (z + l\sin\gamma)^2}}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 287)$$

so gehen die Gleichungen 283 und 284 über in:

$$F = M\left(\frac{x + l\cos\gamma}{[(x+l\cos\gamma)^2 + (z-l\sin\gamma)^2]^{3/2}} - \frac{x - l\cos\gamma}{[(x-l\cos\gamma)^2 + (z+l\sin\gamma)^2]^{3/2}}\right) \quad 288)$$

und:

$$G = M\left(\frac{z - l\sin\gamma}{[(x+l\cos\gamma)^2 + (z-l\sin\gamma)^2]^{3/2}} - \frac{z + l\sin\gamma}{[(x-l\cos\gamma)^2 + (z+l\sin\gamma)^2]^{3/2}}\right) \quad 289)$$

für den besonderen Fall, dass $\gamma = 90^0$ ist, der Stabmagnet also senkrecht steht, gehen die letzten Gleichungen in die folgenden, in der schwedischen Litteratur vorkommenden über:

$$F_{90} = M\,x\left(\frac{1}{[x^2 + (z-l)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[x^2 + (z+l)^2]^{3/2}}\right) . \quad 288\,a)$$

und:

$$G_{90} = M\left(\frac{z-l}{[x^2 + (z-l)^2]^{3/2}} - \frac{z+l}{[x^2 + (z+l)^2]^{3/2}}\right); \quad 289\,a)$$

ebenso ergiebt sich für $\gamma = 0$, also bei horizontalliegendem Stabmagneten:

$$F_0 = M\left(\frac{x+l}{[x+l)^2 + z^2]^{3/2}} - \frac{x-l}{[(x-l)^2 + z^2]^{3/2}}\right) . \quad 288\,b)$$

und:

$$G_0 = M\,z\left(\frac{1}{[(x+l)^2 + z^2]^{3/2}} - \frac{1}{[(x-l)^2 + z^2]^{3/2}}\right) . \quad 289b)$$

Der letztere Spezialfall kann für die Praxis kaum in Frage kommen, da horizontalliegende magnetische Erzlagerstätten wohl kaum vorhanden sein dürften; hingegen werden seigere oder flachfallende Lagerstätten die Regel sein.

Es mag bereits hier betont werden, dass bei den magnetischen Untersuchungen von Eisenerzfeldern die Vertikalintensität G dann eine Hauptrolle spielt, wenn es sich um Untersuchungen über Tage handelt, wenn also Lagerstätten aufgesucht werden sollen, während die Ermittlung der Horizontalintensität F besonders bei Untersuchungen in den Gruben selbst erst in Frage kommt.

In Figur 437 sind die Kurven der F und G für die Werthe $m = 1$, $l = 1$ und $z = 1{,}4$ nach Maassgabe der Gleichungen 288a und 289a zur Darstellung gebracht.

Es ist für das Weitere zweckmässig, die Kurven der F, G und U im Allgemeinen noch etwas näher zu betrachten.

Aus Gleichung 288a ergiebt sich, dass für x gleich Null, also mitten über dem Magneten, das F ebenfalls gleich Null ist; für gleich grosse positive und negative Werthe von x ist F, absolut genommen, gleich, aber das Vorzeichen entgegengesetzt; in der Nähe von x gleich Null ändert sich F sehr stark bis zu seinem Maximalwerth, in grösserem Abstand x nimmt dann F ab, um gegen Null zu konvergiren.

Aus Gleichung 289a folgt, dass die Kurve der G symmetrisch gegen die Vertikale durch den Magneten liegt, für x gleich Null den Maximalwerth erhält, dann sehr schnell abfällt, durch Null

hindurchgeht, wenig negativ wird und später wieder nach Null zu konvergirt.

Die Kurve der U ist ebenfalls symmetrisch gegen die Vertikale durch den Magneten, hat ihr Maximum für x gleich Null und nähert sich bei grösserem x der Null.

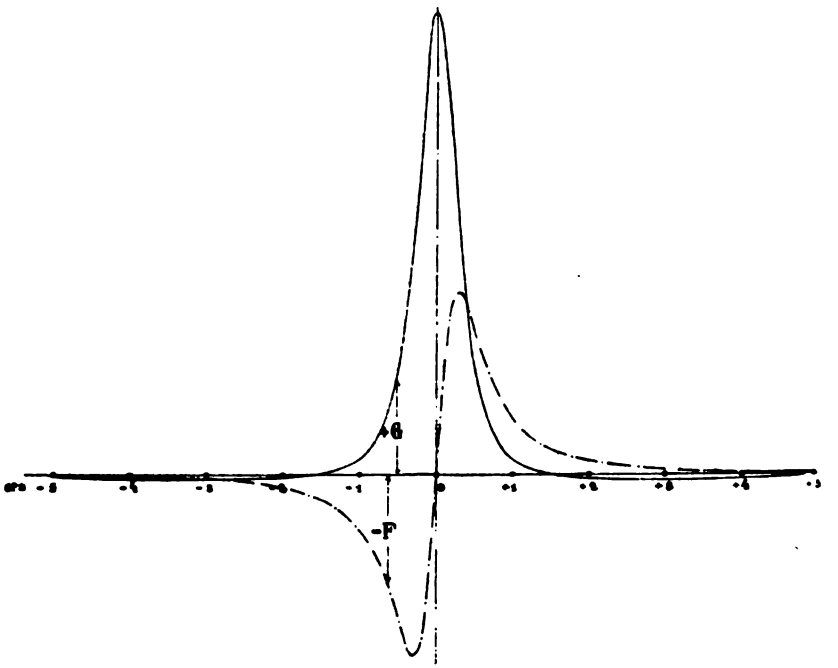


Fig. 437.

Für den Fall, dass die Intensitäten der beiden Pole verschieden gross sind, und dann, wenn der Magnet eine gegen die Vertikale geneigte Lage besitzt, werden die Formeln komplizirter, man reicht aber für die praktischen Fälle mit der Theorie eines vertikalstehenden Magneten aus.

Es mögen noch einige Worte über die Kraftlinien hinzugefügt werden.

Unter Kraftlinien zwischen zwei magnetischen Polen versteht man bekanntlich diejenigen zwischen diesen verlaufenden Kurven, die an jeder Stelle die Richtung der von beiden Polen ausgeübten resultirenden Kraft angeben, sie lassen also ohne Weiteres die Richtung einer an irgend einer beliebigen Stelle befindlichen Magnetnadel erkennen. Es ist daher die Resultante U eine Tangente an die Kraftlinie im Punkte O, und es stellt das φ der Gleichung 286 den Winkel der Tangente an die Kraftlinie mit der Horizontalen dar. Für die Pole eines Magneten, welche gleiche Intensität besitzen, ist der Verlauf der Kraftlinien symmetrisch zur Mittelsenkrechten des Magneten, ausserdem im Raume symmetrisch zur

Achse des Magneten selbst. Die Gleichung der Kraftlinie lautet allgemein:

$$\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2 = n = \text{konstant} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 290)$$

legt man dem n verschiedene Werthe bei, so entspricht jedem Werthe von n eine besondere Kraftlinie.

Die Gleichung 290 lässt sich leicht graphisch darstellen und giebt die folgende Konstruktion der Kraftlinien (s. Fig. 438), wo nur die eine Hälfte dargestellt ist.

Man beschreibt um die beiden Pole als Mittelpunkte Kreise vom gleichen Radius und theilt jeden Radius auf der Achse des Magneten in eine beliebige Anzahl gleicher Theile. In diesen Theilpunkten errichtet man auf der magnetischen Achse Senkrechte und verbindet die Schnittpunkte derselben mit dem zugehörigen Kreise mit dessen Mittelpunkte. Die Schnittpunkte dieser in den Polen zusammenlaufenden Geraden mit einander geben entsprechend Punkte der Kraftlinien.

Aus der Gleichung 290 geht übrigens noch hervor, dass die Form der Kraftlinien nicht von der Länge 2 l des Magneten abhängig ist.

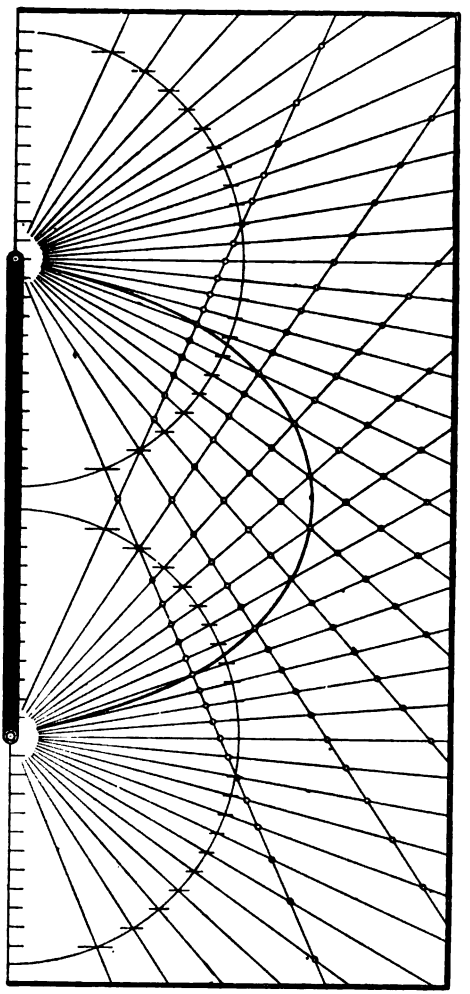


Fig. 438.

Aendert sich die Intensität der Pole im Verhältniss zu einander, so ändert sich auch die Form der Kraftlinien, wie dies aus den Figuren 439, 440 und 441 hervorgeht, bei welcher die Intensität des unteren Poles im Verhältniss zum oberen von links nach rechts zu immer schwächer wird, der Abstand der Pole aber gleich bleibt; dabei bezeichnen die Verhältnisszahlen über den Kurven die Verhältnisse der Intensität des oberen Poles zu der des unteren. Auch die Konstruktion in diesem Falle ist aus der Figur ersichtlich.

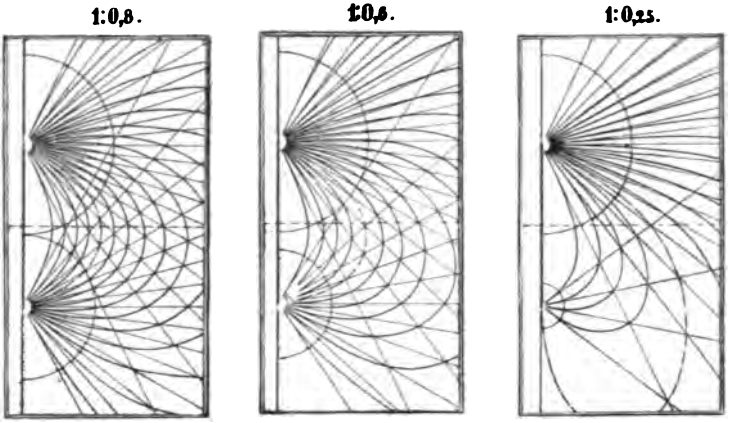


Fig. 439. Fig. 440. Fig. 441.

Diese gezeichneten Kraftlinien, die vollständig in Figur 481 Seite 394 dargestellt sind, werden selbstverständlich nicht genau mit denjenigen übereinstimmen, welche man durch den bekannten Versuch mit feinen Eisenfeilspähnen mit einem wirklichen Magneten erzeugen kann; denn bei diesem sind die Kräfte nicht in den Polpunkten angehäuft, wie dies bei der zeichnerischen Darstellung angenommen werden muss. In Folge dessen liefern auch die später zu beschreibenden Konstruktionen mit den theoretischen Kraftlinien nur Näherungswerthe für die gesuchten Grössen, weil die dabei verwendeten Beobachtungen sich auf wirkliche, und nicht auf ideelle Magnete beziehen. Es genügt dies aber für die Praxis vollständig.

Die Kraftlinien, deren Benutzung für die Auswerthung magnetischer Messungen hauptsächlich durch den Bergmeister Th. Dahlblom in Falun eingeführt worden ist, finden besonders bei der Ermittlung des Indieteufegehens der Erzlagerstätten häufige Anwendung; wo sie vielfach benutzt werden müssen, ist es zweckmässig, dieselben auf irgend eine Weise durch Druck vervielfältigen zu lassen. Hierbei ist es vortheilhaft, den Maassstab für die Länge der Magnete möglichst gross und bequem zu wählen, da sich dadurch meistens die Rechnung etwas vereinfacht, ausserdem die Abnahme der zur Benutzung gelangenden Grössen aus ihnen sicherer wird.

Die vorstehenden Betrachtungen beziehen sich auf die Kräfte, welche durch einen Magneten allein, als welchen man eine durch den Erdmagnetismus induzirte Eisenerzlagerstätte auffassen kann, hervorgerufen werden.

Nun treten aber in Wirklichkeit noch zu diesen Kräften die Einwirkungen des Erdmagnetismus hinzu und zwar kommt zur Horizontalkomponente F des Erzlagers noch die Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus, die innerhalb des zu untersuchenden Gebietes als konstant aufgefasst werden kann. Man wird also stets die Resul-

tante R aus F und H, also, da der Winkel ν zwischen F und H alle Werthe von Werthe von 0^0 bis 180^0 durchlaufen kann:

$$R^2 = H^2 + F^2 - 2\,H\,F\cos\nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 291)$$

bestimmen.

Zur Vertikalkomponente G des Erzlagers kommt noch die vertikale Komponente $V = \tan J$ (J = Inklination) des Erdmagnetismus rein additiv hinzu, die aber dadurch aus der Rechnung ausgeschieden werden kann, dass man das Südende der Magnetnadel im eisenfreien Terrain so beschwert, dass die Magnetnadel horizontal schwebt, wenn der Kompass vertikal steht. Man liest dann an der Theilung ohne Weiteres das G ab.

Eingehenderes über die Zusammenwirkung dieser einzelnen Kräfte und ihren Einfluss auf die bildliche Darstellung der Beobachtungen findet sich unter den Ueberschriften: „Die Horizontalintensität" und „die Vertikalintensität."

Es ist nothwendig, die bei der Messung benutzten Instrumente noch einer eingehenden Beschreibung zu unterziehen, an die sich gleichzeitig die Prüfung und Berichtigung derselben anschliesst.

Die zur Untersuchung der Erzlagerstätten benutzten Instrumente.

Der schwedische Kompass.

Der schwedische Kompass, der aus freier Hand benutzt wird, unterscheidet sich in seiner Form und Anordnung von dem gewöhnlichen Handkompass. Er besteht aus einer cylindrischen Büchse von 50 mm Durchmesser und 50 mm Höhe, deren oberen Abschluss ein konvexes Uhrglas bildet, auf welches dann zum Schutz beim Nichtgebrauch und beim Transport ein ebenfalls konvexer Metalldeckel aufgesetzt werden kann. Die Büchse trägt ziemlich an ihrem oberen Ende drei seitlich angesetzte Knöpfchen im gleichen Abstand von einander, durch welche Seidenfäden, die oben zusammengeknüpft sind, hindurchgehen, und welche zum Halten des Kompasses dienen.

Auf dem Boden der Büchse erhebt sich eine hohe Spitze, die die in horizontaler und vertikaler Richtung bewegliche Magnetnadel trägt. Diese vom gewöhnlichen Kompass abweichende Bewegungsmöglichkeit der Nadel ist durch die Aufhängung derselben bedingt. Das Hütchen besteht aus Glas und ist in einer durchbohrten Messingkugel eingekittet Von dieser Kugel gehen zwei Arme nach unten, die an ihren tiefsten Punkten ebenfalls kleine Messingkugeln tragen, die die Lager für die mit der Magnetnadel aus einem Stück hergestellte horizontale Drehungsachse in sich aufnehmen. Die Aufhängung der Nadel geht aus Figur 442 hervor, aus ihr ist auch die Form der Nadel ersichtlich. Vor dem Herunterfallen von der Spitze wird die Nadel mit der Aufhängungsvorrichtung durch eine kleine runde Platte am Stifte geschützt. Das Innere der Büchse ist mit Kartonpapier ausgelegt, und auf dem Boden befindet sich eine von 5 zu 5^0 getheilte Windrose ohne Gradangabe,

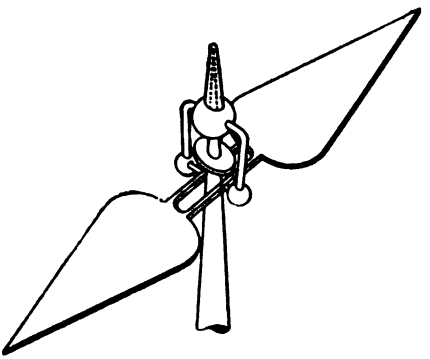


Fig. 442.

aber mit rechtsinniger Bezeichnung der Himmelsgegenden. Die Horizontalebene durch die Nadel ist ebenfalls auf dem Karton angegeben, sodass man die Abweichung der Nadel von der horizontalen Lage, ebenso wie das Streichen einer Linie, allerdings nur schätzungsweise, ermitteln kann.

Eine Prüfung und Berichtigung des Instrumentes würde sich nur auf die leichte Beweglichkeit der Nadel in horizontaler und vertikaler Richtung, sowie darauf zu beziehen haben, dass die Nadel in einem unmagnetischen Gebiete horizontal steht, was sich durch Aufbringung eines Tröpfchen Wachses oder Lackes herbeiführen lässt.

Das Thalén-Tiberg'sche Magnetometer (Fig. 443 bis 455).

Das kombinirte Thalén-Tiberg'sche Magnetometer, wie es jetzt meist gebraucht wird, und zu dessen Zeichnung und Beschreibung ein vom Mechaniker Berg in Stockholm geliefertes Instrument benutzt wurde, mit dem man sowohl Horizontal- als auch Vertikalintensität, sowie das magnetische Streichen irgend einer Linie bestimmen kann, besteht aus zwei von einander trennbaren Haupttheilen, dem Kompass und der Auflagerungsvorrichtung desselben mit dem Ablenkungsmagneten.

Der Kompass, auch als Inklinator bezeichnet (Fig. 443 bis 448).

Der Kompass K des Magnetometers wird, ähnlich wie beim Kompass des Hängezeuges, durch einen niedrigen Cylinder (Fig. 443 bis 446) von etwa 80 mm Durchmesser gebildet, in dessen Achse sich die Drehachse der Magnetnadel befindet, die, da sich die Nadel sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung bewegen können muss, als eine Stahlachse, welche an ihren Enden in Steinlagern ruht, ausgebildet ist (Fig. 447). Die Kreistheilung, die einen inneren Durchmesser von etwa 62 mm hat, ist von Grad zu Grad durchgetheilt, und zwar trägt der zwischen N. und S. verlaufende Durchmesser die beiderseitige Bezifferung 90°, der dazu senkrechte, also W. und O. verbindende, die Bezeichnung 0°. Die letzteren Himmelsrichtungen sind hier ebenso wie beim schwedischen Bergkompass nicht widersinnig bezeichnet. Die Kompassbüchse wird oben und unten durch zwei gleich grosse quadratische Messingplatten P_1 und P_2 von 90 mm Seitenlängen abgeschlossen; die eine Seite ist parallel der N.-S. Richtung, die andere parallel der O.-W. Richtung der Kompasstheilung. In der mit O.-W. bezeichneten Richtung sind an dem Kompassbüchsencylinder zwei Zapfen Z_1 und Z_2 von 8 mm Durchmesser angeschraubt, mittels deren der Kompass in die Auflagerungsvorrichtung eingelegt und darin festgehalten werden kann. Die obere Messingplatte P_1 ist durch einen Kreis von 75 mm Durch-

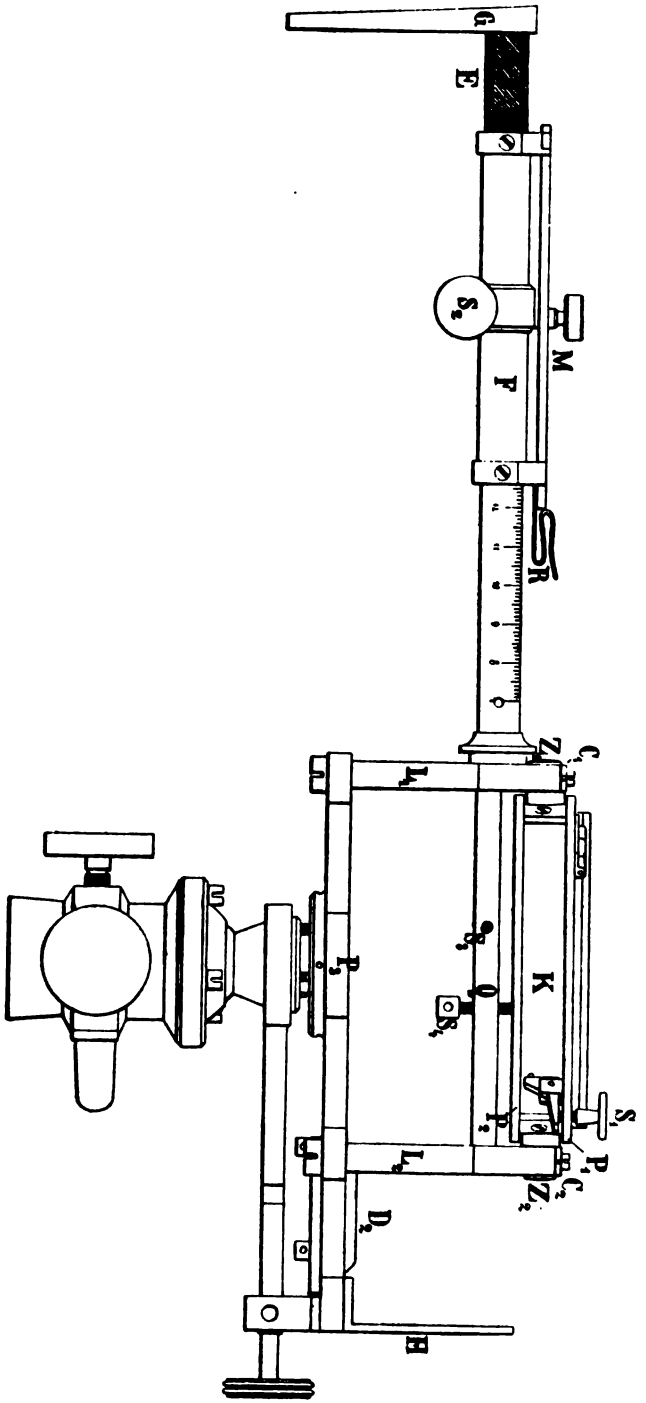


Fig. 443.

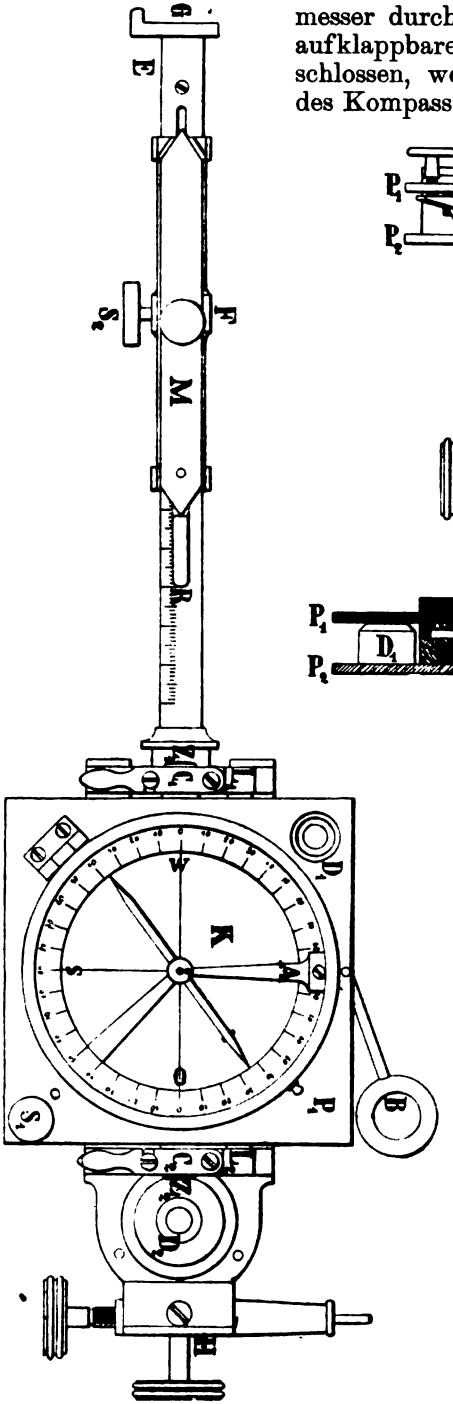


Fig. 444.

messer durchbrochen und wird durch einen aufklappbaren Glasdeckel wieder verschlossen, welcher gestattet, in das Innere des Kompasses zu gelangen, was sowohl für

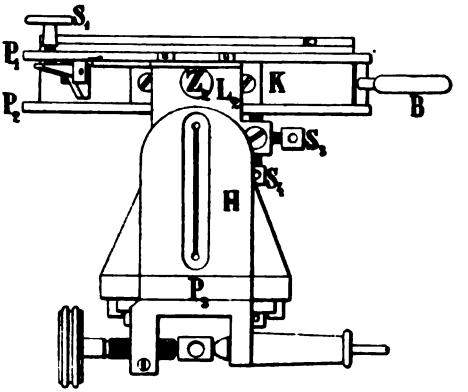


Fig. 445.

Fig. 446.

Fig. 447.

die Justirung als auch für die Instandhaltung des Instrumentes, besonders bei feuchtem Wetter, nothwendig ist. Zwischen den beiden Platten sitzt, durch eine Oeffnung in der oberen sichtbar, in der Nähe der einen Ecke eine kleine Dosenlibelle D_1 von 6′ Empfindlichkeit auf 1 mm Ausschlag zur Horizontalstell-

ung beim Gebrauch des Kompasses auf dem Messtisch, an der diametral gegenüberliegenden Ecke die Arretirungsschraube S_1 für die Magnetnadel, die durch einen kleinen Kniehebel auf die im Inneren der Kompassbüchse befindliche Nadel hemmend wirkt.

Die Magnetnadel (Fig. 448) selbst hat die auch sonst gebräuchliche Balkenform, ist nur etwas dicker, etwa 1,7 mm stark, das Nordende ist durch einen eingenieteten Messingstift gekennzeichnet. Dadurch, dass die bei horizontal schwingender Nadel nach Westen zeigende Stelle in der Nähe der Achse etwas mehr verdickt ist als die nach Osten gekehrte, kommt bei vertikaler Stellung der Kompassbüchse der Schwerpunkt der Nadel unter die Aufhängungsachse ähnlich wie bei Waagen zu liegen. Durch ein leicht bewegliches Laufgewicht auf der Nadel kann diese so ausbalancirt werden, dass sie in eisenfreier Gegend horizontal liegt, also die Ablesung 0^0 am getheilten Kreise giebt, wenn der Kompass hochgekantet ist.

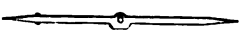


Fig. 448.

Der eine Auflagerungsstein der Nadelachse befindet sich in der unteren quadratischen Platte P_2, der obere wird durch einen auf der Gradtheilung des Kompass aufgeschraubten, nach der Mitte hin verlaufenden Arm A gehalten. In der Mitte der bei vertikal stehendem Kompass oberen Plattenkanten ist ein drehbarer Bügel B angebracht, mittels dessen der Kompass auch vertikal in der Hand gehalten oder irgend wie aufgehangen und so beobachtet werden kann.

Die Auflagerungsvorrichtung des Kompasses mit dem Ablenkungsmagneten.

Der Kompass K lässt sich mit seinen beiden Zapfen Z_1 und Z_2 in zwei Bocklager L_1 und L_2 (Fig. 449 und 450) einlegen, die

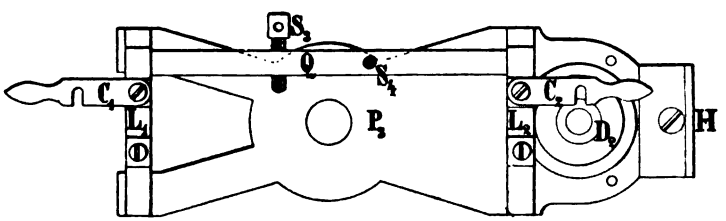


Fig. 449.

durch drehbare Schliessen C_1 und C_2 ein Herausfallen unmöglich machen. Die Lager sind so hoch, dass sich die Kompassbüchse um ihre Zapfen hochkanten lässt. Die beiden Lager sind auf einer horizontalen Platte P_3 aufgeschraubt, die eine grössere Dosenlibelle D_3 von etwa 3' Empfindlichkeit auf 1 mm Ausschlag trägt, mit deren Hilfe durch Vermittlung eines Kugelgelenkes (Fig. 451 und

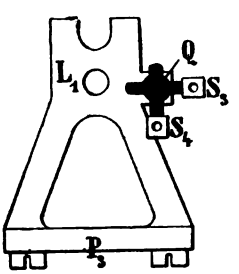


Fig. 450.

452) das Instrument horizontal gestellt werden kann, nachdem es auf einem dreibeinigen Gestell aufgeschraubt worden ist. An dem

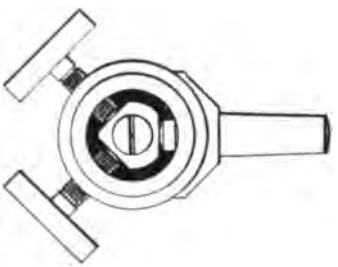


Fig. 451.

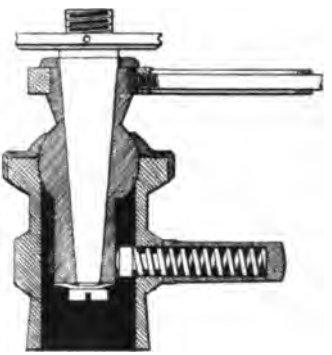


Fig. 452.

einen Lager ist parallel zur Zapfenachse ein cylindrischer Arm E von etwa 220 mm Länge befestigt, der aus 2 ineinander gelötheten Messingrohren besteht (Fig. 453). Auf diesem Arm verschiebbar und in jeder Stellung durch eine Pressschraube S_2 festzuklemmen ist ein Schlitten F zur Aufnahme des wegnehmbaren Ablenkungsmagneten M. Der Arm trägt auf seiner oberen Seite eine Millimetertheilung, der Nullpunkt der Zählung dieses Maassstabes liegt in der Aufhängungsachse der Magnetnadel. Am Ende des Armes ist ein Objektivdiopter G (Fig. 454) von besonders zweckmässiger Form, in der Nähe der horizontalen Dosenlibelle D_2 ein schlitzförmiges Okulardiopter H angebracht, mit deren Hilfe der Arm mit dem Schlitten F für den Ablenkungsmagneten in eine bestimmte Richtung gebracht und festgeklemmt werden kann. (Fig. 455).

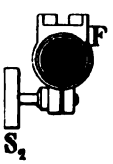


Fig. 453.

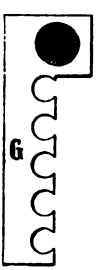


Fig 454.

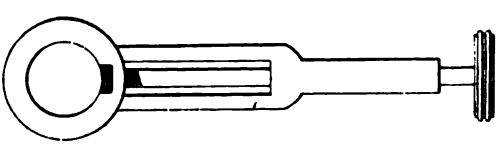


Fig. 455.

Etwas unterhalb der Zapfenachse des Kompasses befindet sich eine beide Lager verbindende cylindrische Querstange Q, durch welche in horizontaler und vertikaler Richtung je eine Schraube S_3 und S_4 hindurchgeht, die als Anschlag für die Bodenplatten des Kompasses in seinen beiden Gebrauchslagen dienen.

Der Ablenkungsmagnet hat 11 mm Breite, 100 mm Länge und 2 mm Dicke und ist mit einem Knopfe zum Anfassen versehen.

In der Nähe des Nordendes ist eine Messingniete eingesetzt, sodass der Magnet leicht in seiner richtigen Lage in sein Bett eingelegt werden kann, in welchem er durch eine an seinem Schlitten nach dem Kompass zu befindliche Feder R festgehalten wird.

Das Instrument wird zum Zweck des Transportes in einem leichten Holzkasten untergebracht, in dem sich noch eine Lupe zum Ablesen der Theilung befindet.

Prüfung und Berichtigung des Thalén-Tiberg'schen Magnetometers.

Wenngleich das Magnetometer einerseits kein Präzisionsinstrument in dem gewöhnlichen Sinne ist, und andererseits die Beobachtungen selbst im Allgemeinen nicht mit der grössten Feinheit ausgeführt zu werden brauchen, so ist es doch zweckmässig für den Beobachter, sich nicht allein auf die Ausführung des Mechanikers zu verlassen, sondern eine Prüfung bez. Berichtigung des Instrumentes, soweit sie möglich ist, selbst vorzunehmen. — Am zweckmässigsten würde dieselbe in folgender Reihenfolge auszuführen sein:

1. Untersuchung der Excentricitätsfehler der Kompassnadel:
   a) der konstanten Excentricität (wenn die Verbindungslinie der Nadelschneiden kein Durchmesser, sondern eine Sehne des Theilkreises ist),
   b) der periodisch-veränderlichen Excentricität (wenn die Nadeldrehachse nicht durch den Mittelpunkt des Theilkreises geht).

   Diese Prüfungen können verbunden werden, indem man den Kompass aus seinen Lagern herausnimmt, auf eine horizontale Unterlage aufsetzt und an beiden Nadelenden abliest. Dann dreht man den Kompass auf der Unterlage um die Nadeldrehachse um einen gewissen Theil des Kreises und liest wieder an beiden Nadelenden ab und fährt so fort, bis eine ganze Umdrehung des Kompasses ausgeführt ist. Ist hierbei der Unterschied der Ablesungen an den Nadelenden immer derselbe, so hat man es mit konstanter Excentricität zu thun; ist er aber periodisch-veränderlich, so geht die Drehungsachse der Nadel nicht durch den Mittelpunkt des eingetheilten Kreises. Die beiden Fehler werden aus der Messung durch Ablesung an beiden Nadelenden ausgeschieden. Hierbei ist allerdings eine gute Kreistheilung vorausgesetzt, die aber für den vorliegenden Fall von jeder guten mechanischen Werkstätte genügend genau hergestellt wird.
   c) Regellose Excentricität, hervorgerufen durch schlechte Beschaffenheit der Nadeldrehachse oder ihrer Steinlager, giebt sich durch ungleichmässige Bewegung der Nadel zu erkennen und ist nur durch Nachschleifen zu beseitigen.
2. Untersuchung der rechtwinkligen Lage zwischen der Dosenlibelle an der Trägerplatte und der vertikalen Umdrehungsachse.

Man schraubt das Magnetometer auf das Stativ auf, stellt den Arm für den Ablenkungsmagneten über die eine Schraube des Kugelgelenkes, bringt die Dosenlibelle mit Hilfe der beiden, zu einander senkrecht wirkenden Schrauben des Kugelgelenkes zum Einspielen und dreht das Instrument um die vertikale Achse um 180°, was durch Ablesung am horizontal stehenden Kompass bequem möglich ist. Zeigt sich alsdann ein Ausschlag an der Dosenlibelle, so ist derselbe mit den drei entsprechenden, von unten wirkenden Stellschrauben der Dosenlibelle zu halbiren.

3. Untersuchung, ob die Zapfen der Kompassbüchse gleichen Durchmesser besitzen.

   Geschieht auf bekannte Weise mittels auf einer besonderen Reiterlibelle zum Aufsetzen auf die Zapfen durch Umlegen der Kompassbüchse in den Lagern. Ein sich zeigender Fehler kann nur vom Mechaniker beseitigt werden

4. Untersuchung der rechtwinkligen Lage zwischen der Kompasszapfenachse und der vertikalen Umdrehungsachse.

   Geschieht in derselben Weise, wie die Rechtwinkligstellung der Horizontalachse zur Vertikalachse beim Theodoliten mit der besonderen Reiterlibelle. Der sich zeigende Fehler wird durch Heben oder Senken des einen Zapfens halbirt; ist keine entsprechende Stellvorrichtung an den Lagern vorhanden, so muss man die Hälfte des Ausschlags durch Unterlegen von Papier unter die Lagerböcke (also zwischen Lagerbock und die die grosse Dosenlibelle tragende Platte) beseitigen.

5. Untersuchung, ob die Zapfenachse mit dem 0° — 0° — Durchmesser der Kreistheilung parallel ist

   a) Entweder stellt man die Zapfenachse mit der Reiterlibelle genau horizontal, kantet den Kompass hoch, so dass er vertikal steht, und richtet in der ungefähren Höhe der Kompassachse ein berichtigtes Nivellirinstrument nach der Theilung, es muss dann bei einer Drehung des Nivellirs um seine vertikale Achse in der Nähe von West der gleichnamige Theilstrich wie in der Nähe von Ost getroffen werden.

   b) Oder man hänge unter die Mitte des auf dem Stativ aufgestellten Instrumentes einen kräftigen Magneten auf, drehe bei horizontal liegendem Kompass das Instrument um die vertikale Drehachse so lange, bis man am Nordende der Nadel 90° abliest, stellt die Zapfenachse genau horizontal, kantet das Instrument hoch und liest den Neigungswinkel der Nadel ab. Sodann wird der Kompass in den Lagern umgelegt, wobei vorher die Anschlagschraube für die vertikale Lage zurückgeschraubt werden muss, und der Kompass wieder vertikal gestellt. Der Neigungswinkel der Nadel muss dann derselbe wie vorher werden.

6. Untersuchung, ob das untere Kantenpaar der Kompassplatte parallel zum $0^0 - 0^0$ — Durchmesser ist.

   Geschieht in ähnlicher Weise wie unter No. 5, nur dass der Kompass auf eine horizontal gestellte Messtischplatte aufgesetzt wird. Der Kompass wird in horizontaler Lage auf dem Tische so lange gedreht bis die Nadel 90^0 zeigt, dann an der unteren Plattenkante eine Linie gezogen und um diese der Kompass hochgekantet und bei der Anwendung eines Magneten an dieser Linie umgesetzt.

7. Untersuchung, ob bei angehängtem Kompass der $0^0 - 0^0$ — Durchmesser horizontal liegt.

   Ist in entsprechender Weise, wie unter 5. a und b angegeben, durchzuführen

   Zeigt sich bei 5., 6. oder 7. ein Fehler, so kann derselbe nur vom Mechaniker beseitigt werden.

8. Untersuchung, ob bei aufgestelltem Instrumente die Kompassbüchse beim Anschlag des Kompassbodens an die vertikale Anschlagschraube horizontal steht und ob hierbei die kleine Dosenlibelle des Kompasses einspielt.

   Man visirt über die Bodenplatte oder über den Deckel des Kompasses senkrecht zur Richtung des Armes nach einer vertikal aufgehängten Theilung und macht an dieser eine Ablesung, dreht das Instrument um die vertikale Achse um 180°, visirt wieder nach der Latte und macht wieder die Ablesung. Stimmen beide nicht überein, so ist die vertikale Anschlagschraube so lange zu verstellen, bis beim Visiren die mittlere Ablesung gemacht wird, wobei auch die kleine Dosenlibelle einspielen muss.

9. Untersuchung, ob bei richtig aufgestelltem nstrumente die Kompassbüchse beim Anschlag des Kompassbodens an die horizontale Anschlagschraube vertikal steht.

   a) Entweder in ähnlicher Weise mit einer horizontalliegenden Theilung wie unter 8. oder

   b) unter Benutzung eines gut berichtigten Theodoliten, dessen Fadenkreuz beim Auf- und Niederkippen des Fernrohrs immer die vertikal stehende Kompassbüchse decken muss.

   Ein sich zeigender Fehler wird durch Verstellen der Anschlagschraube beseitigt.

10. Untersuchung, ob die Zielachse des Diopters mit der Zapfenachse parallel ist.

    Man stellt einen sehr entfernten Gegenstand mit dem Diopter ein und sieht zu, ob derselbe auch gedeckt wird, wenn man bei horizontalem Kompass an der linken oder rechten Plattenkante hinvisirt. Bei kurzer Entfernung des Zielpunktes vom Diopter muss der mit der Kante angezielte Punkt um die halbe Plattenbreite von dem erstern abstehen.

11. Ausbalancirung der Magnetnadel so, dass sie bei hochgekanteter Kompassbüchse im eisenfreien Terrain horizontal steht, also die Ablesung 0 giebt.

Diese Berichtigung geschieht am besten durch ein auf der Nadel leicht verschiebbares Gegengewichtchen, welches im Nothfalle auch durch einen um das nach oben zeigende Nadelende gebundenen Zwirnsfaden ersetzt wird. Durch vorsichtiges Hin- und Herschieben des Gewichtchens mit einem Hölzchen bringt man bei richtig aufgestelltem Instrument die Nadel bald in die horizontale Stellung.

Bei der Ausführung der Beobachtungen mit dem Magnetometer ist nun auf Folgendes Rücksicht zu nehmen:

1. Muss der Beobachter sowohl, wie der Gehilfe eisenfrei sein, es sind also Messer, Schlüssel und überhaupt solche Gegenstände, die eine Ablenkung der Magnetnadel herbeiführen können, zu beseitigen.
2. Sind ablenkende Gegenstände in dem aufzunehmenden Gebiete vorhanden, die sich nicht beseitigen lassen, wie Seilscheiben, Ketten- oder Seilleitungen, magnetische Erzhaufen oder dergleichen, so ist ihre Lage in eine Skizze einzutragen und die nöthige Einmessung vorzunehmen.
3. Der Deckel der Kompassbüchse ist möglichst selten zu öffnen, da sich sonst leicht Staub in die Lager oder an die Drehzapfen der Nadelachse ansetzt und dadurch die Genauigkeit der Beobachtungen beeinträchtigt. Zeigen sich starke Unregelmässigkeiten in der Bewegung der Nadel, so ist das Instrument dem Mechaniker zu übergeben. Sollte man in die Lage kommen, die Reinigung der Zapfen und Lager selbst vornehmen zu müssen, so hat dies natürlich mit der nöthigen Vorsicht zu geschehen. Die Zapfen wischt man mit einem sauberen Leder ab, nachdem man das obere Lager mit seinem Arm abgeschraubt hat; die Lager reinigt man am zweckmässigsten mit einem reinen, sehr spitzigen Hölzchen, welches man in dem Lager drehend bewegt, wobei das Lager so zu halten, dass sein Boden nach oben, also die Öffnung nach unten zu liegen kommt, wodurch die vom Hölzchen abgeriebenen Staubkörnchen leichter herunterfallen.
4. Der Glasdeckel darf nicht durch Reiben mit einem Tuche oder dergleichen elektrisch gemacht werden. Ist dies doch der Fall, so braucht man den Deckel nur anzuhauchen.
5. Das Instrument ist sehr empfindlich gegen direkte Bestrahlung durch die Sonne; überhaupt sind grosse Temperaturschwankungen gefährlich, da sich dadurch die Ausbalancirung der Nadel bei hochgekantetem Kompass oft beträchtlich ändert. Man soll daher bei Sonnenschein mit einem Schirm arbeiten. Bei heftigem Winde wird ebenfalls die Genauigkeit der Beobachtungen beeinträchtigt, besonders dann, wenn das Instrument nicht auf dem Gestell,

sondern aus freier Hand benutzt wird. Bei feuchtem Wetter geht auch durch Ansetzen von Wassertröpfchen an die Nadel häufig die Ausbalancirung verloren; man bringt dann den geöffneten Kompass in einen trocknen Raum, in dem das Wasser bald verdunstet.

Durch die Messungen mit Hilfe des Magnetometers werden nun besonders die Horizontal- und die Vertikalintensität in der im Folgenden näher angegebenen Weise bestimmt.

Die Horizontalintensität.

Beobachtungs-Methoden.

Die Ermittlung der Horizontalintensität einer magnetischen Kraft geschieht dadurch, dass man den Ausschlagwinkel der Kompassnadel misst, den der auf dem Arm des Magnetometers aufgelegte Ablenkungsmagnet in einer bestimmten Stellung des Instrumentes an jener hervorruft.

Nach der Art und Weise, wie der Ausschlagwinkel hervorgerufen wird, unterscheidet man die Tangenten- und die Sinusmethode, von denen die letztere die genauere ist.

Bei beiden Methoden erfolgen die Beobachtungen bei horizontalliegendem Kompass des Magnetometers; bei beiden wird das Instrument über dem betreffenden Beobachtungspunkt aufgestellt und nach Maassgabe der grossen Dosenlibelle horizontirt.

Bei der Tangentenmethode wird hierauf das Instrument solange um seine vertikale Achse gedreht, bis die Kompassnadel senkrecht zum Arme des Ablenkungsmagneten steht, also an den Nadelenden die Ablesung 90° gemacht wird, welche Stellung durch leichtes Klopfen auf dem Glasdeckel des Kompasses noch gesichert wird Hierauf legt man den Ablenkungsmagneten vorsichtig in den Schlitten und klemmt ihn fest; man achte beim Einlegen besonders darauf, dass nicht etwa durch zu schnelles Einlegen die Kompassnadel in zu starke Schwingungen geräth, weil sonst ein zu grosser Zeitverlust bis zur Beruhigung der Nadel entsteht. Ist die Nadel zur Ruhe gekommen, so wird wieder durch leises Klopfen ihre Stellung gesichert, und die Ablesung a des Nordendes der Nadel an der Kompasstheilung aufgezeichnet.

Dieser Ablesung a am Nadelende entspricht infolge der Kompasstheilung ein Ausschlagwinkel $\alpha = 90^0 - a$. Dieser Ausschlagwinkel wird durch zwei Kräfte erzeugt:

erstens durch die Kraft R, die gleich ist der gesammten Horizontalintensität am Beobachtungsorte und

zweitens durch die Einwirkung des Ablenkungsmagneten, in der Richtung der Resultanten beider wird die Kompassnadel festgehalten.

Die Grösse R setzt sich zusammen aus der Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus am Beobachtungsorte und der Hori-

zontalkomponente F eines daselbst vorhandenen, ablenkenden, magnetischen Mittels nach der Gleichung 291, Seite 337:

$$R^2 = H^2 + F^2 - 2HF\cos\nu.$$

Die Einwirkung des Ablenkungsmagneten mit den Polen *N* und *S* auf die Kompassnadel mit ihren Polen n und s lässt sich ersetzen durch eine Kraft q parallel zur Achse des Ablenkungsmagneten. Nach Maassgabe nebenstehender Figur 456 ergiebt sich alsdann:

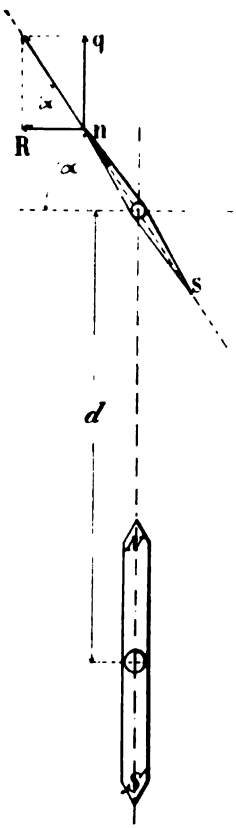


Fig. 456.

$$R\tan\alpha = R\cot a = q \quad . \quad 292)$$

Wird nun eine derartige Messung an einem Beobachtungsorte angestellt, an welchem F = 0 ist, an dem also die Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus allein zur Wirkung gelangt, so befindet man sich im sogenannten neutralen Gebiete.

Es wird R = H nach Gleichung 291, ist die an dieser Stelle gefundene Ablesung am Kompass = a_0 und der dieser entsprechende Ablenkungswinkel der Kompassnadel $\alpha_0 = 90^0 - a_0$, so hat man:

$$H\tan\alpha_0 = H\cot a_0 = q \quad . \quad 293)$$

woraus aus Verbindung mit Gleichung 292 folgt:

$$R = \frac{\tan\alpha_0}{\tan\alpha}.H = \frac{\cot a_0}{\cot a}.H = \frac{\tan a}{\tan a_0}.H \quad 294)$$

Die auf diese Weise durch die Tangentenmethode bestimmten Werthe von R sind nicht streng richtig, sondern geben nur Näherungswerthe dafür, weil trotz des immer gleichbleibenden Abstandes d der Mitte des Ablenkungsmagneten von der der Kompassnadel das q von der Grösse des Ablenkungswinkels $\alpha = 90^0 - a$ selbst abhängig ist

Es lässt sich infolgedessen die Tangentenmethode, die ihrer Bequemlichkeit halber vorzuziehen ist, besonders dann nicht verwenden, wenn es auf die genaue Ermittlung von R ankommt, ein Fall, der besonders bei Messungen unter Tage eintritt, und in dem man dann die Sinusmethode anwenden muss.

Bei dieser wird nach erfolgter Horizontalstellung des Magnetometers zuerst der Ablenkungsmagnet in seinen Schlitten eingelegt, und hierauf das Instrument so lange um die vertikale Achse gedreht, bis die Kompassnadel senkrecht zum Arme steht, also an ihrem Nordende die Ablesung 90° gemacht wird Auch hierbei wird durch leises Klopfen auf den Glasdeckel des Kompasses die Zapfenreibung der Nadel überwunden und ihre Stellung verschärft. Hierauf wird der Ablenkungsmagnet vorsichtig von seinem Schlitten

entfernt, wobei die Kompassnadel ihre Stellung auf 90° verlässt und eine gewisse andere Ablesung a am Nordende angiebt, die ebenfalls wieder durch Klopfen schärfer bestimmt wird. Dieser neuen Ablesung a entspricht ein Ausschlagwinkel α der Nadel, dessen Grösse bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\alpha = 90^0 - a. \quad \ldots \ldots \ldots \quad 295)$$

Auch hier kommen wieder, wie bei der Tangentenmethode, die beiden Kräfte R und q zur Wirkung und es ist jetzt nach nebenstehender Figur 457:

$$R \sin \alpha = R \cos a = q \quad 296)$$

Andrerseits ist im neutralen Gebiete wieder $F = 0$ und $R = H$, der hierbei erzeugte Ablenkungswinkel sei α_0, beziehungsweise die Ablesung a_0 an der Nadel, dann folgt:

$$H \sin \alpha_0 = H \cos a_0 = q \quad 297)$$

Die beiden Gleichungen 296 und 297 für q sind streng richtig; denn wenn der Abstand d zwischen der Mitte des Ablenkungsmagneten und der Mitte der Nadel gleich bleibt, so ist die Einwirkung q des Ablenkungsmagneten auf die Nadel immer dieselbe, da von vornherein die Nadel immer senkrecht zum Ablenkungsmagneten gestellt wird.

Aus den Gleichungen 296 und 297 folgt nun, streng richtig:

$$R = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} . H = \frac{\cos a_0}{\cos a} . H \quad 298)$$

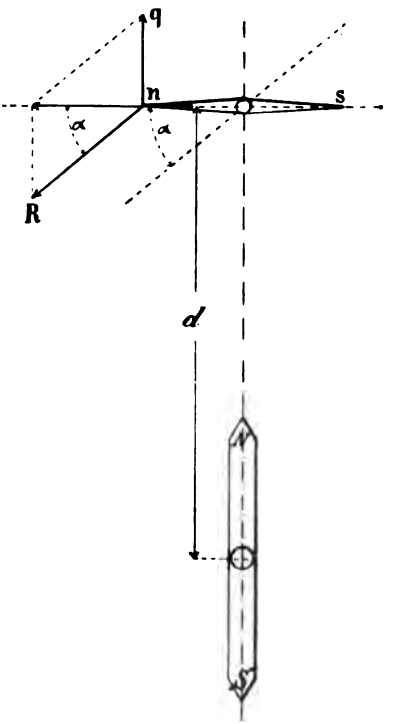


Fig. 457.

Mit Hilfe der Gleichungen 294 und 298 erhält man das R an jedem Beobachtungspunkt ausgedrückt in H, der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus im neutralen, also erzfreien Gebiete, welches H überhaupt als Einheit sowohl für die horizontale als auch für die vertikale Intensität an einem Beobachtungsorte auftritt.

Da nun die Grösse von H bekanntlich an verschiedenen Orten der Erde verschieden ist, so wird auch bei sonst gleichbleibender Stellung des Schlittens auf dem Arme das α_0 bez. das a_0 an verschiedenen Orten verschieden auftreten.

Zur Bestimmung von α_0 bez. a_0 stellt man gewöhnlich im neutralen Gebiete an mehreren Stellen Beobachtungen an, die man alsdann zu einem Mittel vereinigt. Es ist dies nothwendig, da man

bei Untersuchung von Erzlagerstätten von vorn herein nicht immer wissen kann, ob man sich an eisenfreien Stellen befindet.

Was nun die Vor- und Nachtheile der beiden angeführten Methoden zur Bestimmung der Horizontalintensität R anlangt, so ist Folgendes zu bemerken:

Die Tangentenmethode erfordert, besonders dann, wenn an dem Beobachtungspunkte noch die Vertikalintensität zu ermitteln ist, kürzere Zeit als die Sinusmethode, da, wie später noch dargelegt werden wird, bei ersterer zur Messung der Vertikalintensität der Kompass nach Wegnahme des Ablenkungsmagneten ohne Weiteres hochgekantet werden kann, während nach Anwendung der Sinusmethode das Instrument erst wieder um die vertikale Achse so lange gedreht werden muss, bis das Nadelende auf 90° zeigt.

Weiter folgt aus Gleichung 292, dass:

$$\tan \alpha = \frac{q}{R},$$

daher gehört zu jedem beliebigen Werthverhältniss zwischen q und R auch ein bestimmter Winkel α, oder mit anderen Worten, die Tangentenmethode liefert auf jeden Fall bestimmte Werthe von R.

Andrerseits giebt, wie bereits bemerkt, die Tangentenmethode nur relative Werthe für R, da das q mit dem α veränderlich ist; also auch das R von α abhängig ist. Man könnte nun zwar den Zusammenhang zwischen R und α ermitteln, indem man auf einer grossen Anzahl von Beobachtungspunkten das R sowohl nach der Tangenten-, als auch nach der Sinusmethode bestimmt, und daraus eine Tafel oder ein Diagramm herstellt, aus welchem man den richtigen Werth von R, der einem gewissen α entspricht, in H ausgedrückt, entnehmen könnte. Jedoch ist dies eine sehr umfangreiche Arbeit, die zu dem erzielten Gewinne in keinem Verhältniss steht.

Die Sinusmethode liefert für die Grösse von R strenge Werthe, ist aber mit verschiedenen Unbequemlichkeiten verknüpft. Erstens erfordert sie im allgemeinen mehr Zeit als die Tangentenmethode und zweitens giebt sie unter Umständen für α keinen Werth. Dieser Fall tritt ein, wenn $q > R$ ist, wenn also R verhältnissmässig klein ist; denn aus der Gleichung 296 folgt:

$$\sin \alpha = \frac{q}{R},$$

dass ein Werth für α nur vorhanden sein kann, wenn $q < R$ ist. Dass $q > R$ ist, giebt sich daraus zu erkennen, dass bei aufgelegtem Ablenkungsmagneten und Drehung des Instrumentes um die vertikale Achse in keiner Stellung die Kompassnadel senkrecht zum Arme steht, sie folgt vielmehr stets dem Ablenkungsmagneten nach.

Man bezeichnet in einem solchen Falle das α gewöhnlich als indifferent.

Die angeführte Unbequemlichkeit lässt sich einigermassen herabmindern, wenn man bedenkt, dass man das q durch Verschieben des Schlittens auf dem Arme verändern kann. Da nun bei dem verhältnissmässig kleinen Abstand d zwischen Magnetmitte

und Nadelmitte das q umgekehrt proportional der dritten Potenz von d ist, so erhält man um so kleinere Werthe von q, je grösser man d wählt, je weiter man also den Ablenkungsmagneten von der Kompassnadel entfernt. Mit abnehmendem q wird auch α_0 kleiner und man kann dann entsprechend kleinere Grössen von R messen. Während beispielsweise mit einem $\alpha_0 = 30^0$ nur Kräfte R gemessen werden können, die grösser als 0,50 H sind, so kommt man mit $\alpha_0 = 10^0$ bis zu Grössen R herab; die grösser sind als 0,17 H.

Zur Messung kleiner Horizontalintensitäten R hat man demnach einen kleinen neutralen Winkel α_0, oder entsprechend einen grossen Werth von a_0 zu wählen.

Dagegen ist es zur Messung grosser Werthe von R zweckmässig, dass α_0 gross, also a_0 klein, zu machen; allerdings ist bei grossem R die prozentuale Schärfe der Genauigkeit wesentlich geringer als bei kleinem R, doch spielt es keine sehr grosse Rolle, ob bei grossem R dieses selbst um eine oder mehrere Einheiten grösser oder kleiner ist.

Aus dem Vorstehenden ist es erklärlich, dass man für untergeordnete Untersuchungen, die einen ungefähren Einblick in die Erzverhältnisse bieten sollen, besonders bei den Beobachtungen über Tage, die kürzere, wenn auch ungenauere, Tangentenmethode anwendet und aus den gefundenen Beobachtungswerthen Kurven gleicher Werthe von α zeichnet, ohne auf die absolute Grösse von R Rücksicht zu nehmen.

Dagegen ist für genauere Messungen, besonders unter Tage, die Sinusmethode zu benutzen.

Hat man viele Horizontalintensitätsbestimmungen auszuführen, so ist es zweckmässig, für die Werthe $\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = \frac{\cos a_0}{\cos a}$ entweder Tafeln zu berechnen oder Diagramme zu zeichnen, aus denen man für verschiedene Werthe von α_0 bez. a_0 mit dem Argument α oder a, etwa von Grad zu Grad fortschreitend, die Grössen $\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha}$ oder $\frac{\cos a_0}{\cos a}$ entnehmen kann.

Die Tafel Seite 352 giebt diese Werthe für die neutralen Winkel $\alpha_0 = 10^0, 15^0, 20^0, 25^0$ und 30^0, entsprechend den neutralen Ablesungen $a_0 = 80^0, 75^0, 70^0, 65^0$ und 60^0.

Man kann nun noch die Frage aufwerfen, ob in dem Falle, wenn der aus den Beobachtungen gefundene neutrale Winkel α_0, bezw. die neutrale Ablesung a_0 nur wenig, etwa bis zu 1 Grad von demjenigen abweicht, für welchen die vorhandenen Tafeln berechnet sind, es nothwendig wird, eine Verschiebung des Ablenkungsmagneten bis zur völligen Erreichung des betreffenden α_0 oder a_0 mittels des Schlittens vorzunehmen, oder ob die sich zeigende Abweichung zu vernachlässigen ist, oder durch eine einfache Korrektionsberechnung berücksichtigt werden kann.

Tafel

der $\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = \frac{\cos a_0}{\cos a}$

für $\alpha_0 = 10^0$, 15^0, 20^0, 25^0 und 30^0, entsprechend $a_0 = 80^0$, 75^0, 70^0, 65^0 und 60^0.

α	a	$\alpha_0=10^0$ $a_0=80^0$	$\alpha_0=15^0$ $a_0=75^0$	$\alpha_0=20^0$ $a_0=70^0$	$\alpha_0=25^0$ $a_0=65^0$	$\alpha_0=30^0$ $a_0=60^0$	α	a	$\alpha_0=10^0$ $a_0=80^0$	$\alpha_0=15^0$ $a_0=75^0$	$\alpha_0=20^0$ $a_0=70^0$	$\alpha_0=25^0$ $a_0=65^0$	$\alpha_0=30^0$ $a_0=60^0$	α	a	$\alpha_0=10^0$ $a_0=80^0$	$\alpha_0=15^0$ $a_0=75^0$	$\alpha_0=20^0$ $a_0=70^0$	$\alpha_0=25^0$ $a_0=65^0$	$\alpha_0=30^0$ $a_0=60^0$
0^0	90^0	∞	∞	∞	∞	∞	30^0	60^0	0,35	0,52	0,68	0,84	1,00	60^0	30^0	0,20	0,30	0,39	0,49	0,58
1	89	9,95	14,83	19,60	24,21	28,65	31	59	0,34	0,50	0,66	0,82	0,97	61	29	0,20	0,30	0,39	0,48	0,57
2	88	4,98	7,42	9,80	12,10	14,33	32	58	0,33	0,49	0,65	0,80	0,94	62	28	0,20	0,29	0,39	0,48	0,57
3	87	3,32	4,95	6,54	8,07	9,55	33	57	0,32	0,48	0,63	0,78	0,92	63	27	0,20	0,29	0,38	0,47	0,56
4	86	2,49	3,71	4,90	6,06	7,17	34	56	0,31	0,46	0,61	0,76	0,89	64	26	0,19	0,29	0,38	0,47	0,56
5	85	1,99	2,97	3,92	4,85	5,74	35	55	0,30	0,45	0,60	0,74	0,87	65	25	0,19	0,29	0,38	0,47	0,55
6	84	1,66	2,48	3,27	4,04	4,78	36	54	0,30	0,44	0,58	0,72	0,85	66	24	0,19	0,28	0,37	0,46	0,55
7	83	1,42	2,12	2,81	3,47	4,10	37	53	0,29	0,43	0,57	0,70	0,83	67	23	0,19	0,28	0,37	0,46	0,54
8	82	1,25	1,86	2,46	3,04	3,59	38	52	0,28	0,42	0,56	0,69	0,81	68	22	0,19	0,28	0,37	0,46	0,54
9	81	1,11	1,65	2,19	2,70	3,20	39	51	0,28	0,41	0,54	0,67	0,80	69	21	0,19	0,28	0,37	0,45	0,54
10	80	1,00	1,49	1,97	2,43	2,88	40	50	0,27	0,40	0,53	0,66	0,78	70	20	0,18	0,28	0,36	0,45	0,53
11	79	0,91	1,36	1,79	2,21	2,62	41	49	0,26	0,39	0,52	0,64	0,76	71	19	0,18	0,27	0,36	0,45	0,53
12	78	0,84	1,24	1,65	2,03	2,40	42	48	0,26	0,39	0,51	0,63	0,75	72	18	0,18	0,27	0,36	0,44	0,53
13	77	0,77	1,15	1,52	1,88	2,22	43	47	0,25	0,38	0,50	0,62	0,73	73	17	0,18	0,27	0,36	0,44	0,52
14	76	0,72	1,07	1,41	1,75	2,07	44	46	0,25	0,37	0,49	0,61	0,72	74	16	0,18	0,27	0,36	0,44	0,52
15	75	0,67	1,00	1,32	1,63	1,93	45	45	0,25	0,37	0,48	0,60	0,71	75	15	0,18	0,27	0,35	0,44	0,52
16	74	0,63	0,94	1,24	1,53	1,81	46	44	0,24	0,36	0,48	0,59	0,70	76	14	0,18	0,27	0,35	0,44	0,52
17	73	0,59	0,89	1,17	1,45	1,71	47	43	0,24	0,35	0,47	0,58	0,68	77	13	0,18	0,27	0,35	0,43	0,51
18	72	0,56	0,84	1,11	1,37	1,62	48	42	0,23	0,35	0,46	0,57	0,67	78	12	0,18	0,26	0,35	0,43	0,51
19	71	0,53	0,80	1,05	1,30	1,54	49	41	0,23	0,34	0,45	0,56	0,66	79	11	0,18	0,26	0,35	0,43	0,51
20	70	0,51	0,76	1,00	1,24	1,46	50	40	0,23	0,34	0,45	0,55	0,65	80	10	0,18	0,26	0,35	0,43	0,51
21	69	0,48	0,72	0,95	1,18	1,40	51	39	0,22	0,33	0,44	0,54	0,64	81	9	0,18	0,26	0,35	0,43	0,51
22	68	0,46	0,69	0,91	1,13	1,34	52	38	0,22	0,33	0,43	0,54	0,63	82	8	0,18	0,26	0,35	0,43	0,50
23	67	0,44	0,66	0,88	1,08	1,28	53	37	0,22	0,32	0,43	0,53	0,63	83	7	0,17	0,26	0,34	0,43	0,50
24	66	0,43	0,64	0,84	1,04	1,23	54	36	0,21	0,32	0,42	0,52	0,62	84	6	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50
25	65	0,41	0,61	0,81	1,00	1,18	55	35	0,21	0,32	0,42	0,52	0,61	85	5	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50
26	64	0,40	0,59	0,78	0,96	1,14	56	34	0,21	0,31	0,41	0,51	0,60	86	4	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50
27	63	0,38	0,57	0,75	0,93	1,10	57	33	0,21	0,31	0,41	0,50	0,60	87	3	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50
28	62	0,37	0,55	0,73	0,90	1,06	58	32	0,20	0,31	0,40	0,50	0,59	88	2	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50
29	61	0,36	0,53	0,71	0,87	1,03	59	31	0,20	0,30	0,40	0,49	0,58	89	1	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50
30^0	60^0	0,35	0,52	0,68	0,84	1,00	60^0	30	0,20	0,30	0,39	0,49	0,58	90^0	0^0	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50

Differenzirt man die Gleichung 298 für R:

$$R = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} . H = \frac{\cos a_0}{\cos a} . H$$

nach R und α_0 bezw. a_0, so ergiebt sich:

$$dR = \frac{H}{\sin \alpha} . \cos \alpha_0 . d\alpha_0 = - \frac{H}{\cos a} \cdot \sin a_0 da_0,$$

und wenn man Zähler und Nenner der rechten Seiten mit $\sin \alpha_0$ bezw. $\cos a_0$ multiplizirt:

$$dR = R . \cot \alpha_0 . d\alpha_0 = - R \tan a_0 da_0,$$

und hieraus für $d\alpha_0''$ bezw. da_0'' in Secunden, wenn $\varrho'' = 206264'',8$ ist:

$$dR = \frac{1}{\varrho''} \cdot R \cot \alpha_0 . d\alpha_0'' = - \frac{1}{\varrho''} \cdot R \tan a_0 \, d a_0 \quad . \quad . \quad 299)$$

welche Gleichung den Fehler im R darstellt, hervorgerufen durch ein fehlerhaftes α_0 bezw. a_0.

Es ergiebt die Gleichung 299, dass der Fehler im R um so grösser wird, je grösser einmal R selbst ist, und je kleiner der neutrale Winkel α_0, bezw. je grösser die neutrale Ablesung a_0 ist.

Ist beispielsweise:

$$d\alpha''_0 = da''_0 = 3600'' = 1^0,$$

so wird für:

$\alpha_0 = 30^0$ ($a_0 = 60^0$):		$\alpha_0 = 10^0$ ($a_0 = 80^0$):	
$\log d\alpha''_0$	= 3,55630	$\log d\alpha''_0$	= 3,55630
$\log \cot \alpha_0$	= 0,23856	$\log \cot \alpha_0$	= 0,75368
$\log \frac{1}{\varrho''}$	= 4,68557	$\log \frac{1}{\varrho''}$	= 4,68557
$\log dR$	= 8,48043	$\log dR$	= 8,99555
dR	= 0,030 R	dR	= 0,099 R
oder	3% von R	oder	10% von R.

Man wird nach dem Vorstehenden und der in der Bestimmung von R verlangten Genauigkeit immer entscheiden können, ob eine Verschiebung des Ablenkungsmagneten nothwendig ist oder nicht. Es ist hierbei auch noch darauf Rücksicht zu nehmen, dass die Bestimmung von α bezw. a im allgemeinen etwa um $^1/_{10}{}^0$ unsicher ausfällt.

In Bezug auf das Vorzeichen von dR in Gleichung 299 ist zu bedenken, dass bei $\left\{\begin{matrix}\text{zunehmenden Werthen von } \alpha_0 \\ \text{abnehmenden Werthen von } a_0\end{matrix}\right\}$ das R zunimmt; ist daher das durch die Beobachtungen auf neutralem Gebiete gefundene $\left\{\begin{matrix}\alpha_0 \text{ um } d\alpha^0 \text{ kleiner} \\ a_0 \text{ um } da_0 \text{ grösser}\end{matrix}\right\}$ als das $\left\{\begin{matrix}\alpha_0 \\ a_0\end{matrix}\right\}$ der berechneten Tafel, so ist die Grösse dR zum Tafelwerthe zu addiren und umgekehrt.

Sehr zweckmässig lässt sich das R auch aus einem Diagramm entnehmen, wenn in der Ermittlung von R nicht zu grosse Genauigkeit

verlangt wird, und die Werthe von α nicht zu klein ausfallen. Die Gleichung:

$$R = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} . H = \frac{\cos a_0}{\cos a} . H$$

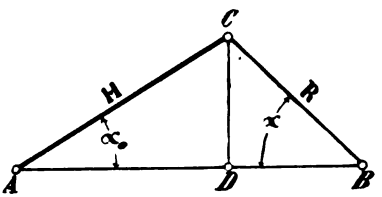


Fig. 458.

lässt sich leicht zeichnerisch darstellen; konstruirt man nämlich ein Dreieck ABC (Fig. 458) mit der Seite $AC = H$, dem in A anliegenden Winkel α_0, und dem in B gegenüberliegenden Winkel α, so ist die Seite BC gleich:

$$R = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} . H.$$

Fällt man ferner von C aus auf die Seite AB eine Senkrechte CD, so ist $CD = H . \sin \alpha_0$, d. h. für ein bestimmtes α_0 eine konstante Grösse c, und weiter ist $DB = c . \tan \alpha$. Man zeichnet nun

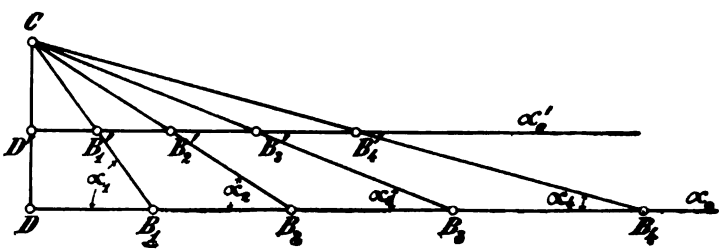


Fig. 459.

(Fig. 459) ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete $CD = c = H . \sin \alpha_0$ ist; auf der andern Kathete DB werden die Strecken DB_1, DB_2, ... aufgetragen, die man sich nach Maassgabe der Gleichung $DB = c . \tan \alpha$ für verschiedene Werthe α_1, α_2, ... berechnet hat. Verbindet man alsdann die Punkte B_1, B_2, ... mit C, so stellen die Strahlen CB_1, CB_2, ... die den Winkeln α_1, α_2, ... entsprechenden Werthe von R dar, ausgedrückt in der Einheit H. Man kann nun an die Stellen B_1, B_2, ... die entsprechenden Ausschlagwinkel α_1, α_2, ... anschreiben; bequemer ist es aber, an deren Stelle die den Winkeln α_1, α_2, ... entsprechenden Werthe der Kompassablesungen a_1, a_2, ... anzugeben, da ja diese aufgezeichnet werden, und nicht die Ausschlagwinkel.

Dasselbe Diagramm lässt sich auch für jeden andern Werth α'_0 des neutralen Winkels verwenden; man braucht sich für diesen nur die Grösse $CD' = c' = H . \sin \alpha'_0$ zu berechnen und durch den Punkt D' eine Parallele $D'B'$ zu DB zu ziehen. Es stellen dann die Strecken CB'_1, CB'_2, ... die entsprechenden R dar. Das Diagramm wird dann noch durch einen Transversalmaassstab vervollständigt, welcher H als Einheit enthält.

Ein vollständiges derartiges Diagramm für $H = 1 = 25$ mm und für die neutralen Winkel $\alpha_0 = 5°$, $10°$, $15°$, $20°$, $25°$ und $30°$,

entsprechend den neutralen Kompassablesungen $a_0 = 85°$, $80°$, $75°$, $70°$, $65°$ und $60°$ zeigt folgende Figur 460.

Sehr gut lassen sich solche Diagramme bei den später zu behandelnden Kraftpfeilmessungen verwenden.

Eine ähnliche Konstruktion lässt sich auch bei der Gleichung:

$$R = \frac{\tan \alpha_0}{\tan \alpha} . H = \frac{\tan a}{\tan a_0} . H$$

ausführen.

Einen andern Weg zur Bestimmung von R giebt der Bergmeister Dahlblom in seiner Schrift: „Ueber magnetische Eisenerzlagerstätten und deren Untersuchung durch magnetische Messungen" an, der nur eine geringe Aenderung des Magnetometers erfordert und den Vorzug besitzt, dass er genaue Ergebnisse liefert und dabei verschiedene, bei der gewöhnlichen Sinusmethode vorhandene Unbequemlichkeiten vermeidet.

Sein Verfahren unterscheidet sich von der Bestimmung von R nach der Sinusmethode dadurch, dass beim letzteren durch den gleichbleibenden Werth von d — dem Abstand der Mitte des Ablenkungsmagneten von der der Kompassnadel — das q konstant bleibt, der Ablenkungswinkel α dagegen veränderlich auftritt; während bei dem Dahlblomschen Verfahren das $\alpha = \eta$ konstant gehalten wird, hingegen q als variabel auftritt.

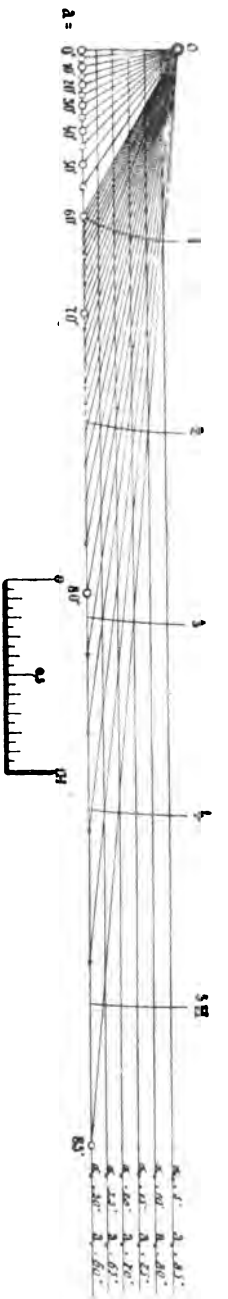


Fig. 460.

Um dies zu erreichen, wird am Lagerbock L_1 ein besonderer Arm E_1 (Fig. 461) so angeschraubt, dass er einmal nach der Achse der Kompassnadel hin gerichtet ist, und andrerseits mit dem Arme E einen gewissen konstanten Winkel η bildet. Dieser Arm ist mit einer besonderen Theilung versehen, an der man ohne weiteres das R ablesen kann. Ausserdem besitzt er noch eine Millimetertheilung, deren Anfangspunkt in der Nadelachse liegt. Auf dem Arme ist seiner ganzen Längsrichtung nach ein Schlitten F_1 durch einen an ihm befestigten und über eine Rolle S_6 laufenden Faden oder Draht verschiebbar. Der Schlitten nimmt den Ablenkungsmagneten M auf; die Lage seiner Mitte kann durch einen Zeiger auf der Theilung abgelesen werden. Der Arm E_1 ist ebenso wie E in einer solchen Höhe am

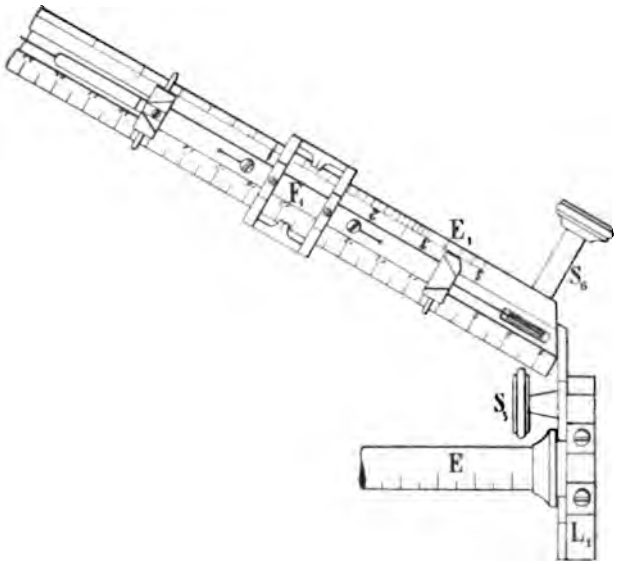


Fig. 461.

Lagerbocke L_1 befestigt, dass die Ebene des Ablenkungsmagneten mit der Ebene zusammenfällt, in der sich die Magnetnadel horizontal bewegt.

Die Bestimmung der Horizontalintensität geschieht nun bei dem Magnetometer mit der Dahlblomschen Einrichtung in folgender Weise:

Man stellt das Instrument genau wie bei der Tangentenmethode auf, also so, dass bei horizontal liegendem Kompass die Nadel senkrecht zum Arme E steht, mithin die Ablesung $a = 90^0$ giebt. Dann legt man den Ablenkungsmagneten M in den Schlitten F_1 des Armes E_1 ein und verschiebt ihn durch Drehen der Rolle S_6 solange hin und her, bis die Kompassnadel senkrecht zu E_1 steht, also die Ablesung $a = 90^0 - \eta$ liefert. Hierbei überwindet man die Zapfenreibung ebenfalls wieder durch Klopfen auf die Kompassbüchse. Der am Schlitten F_1 angebrachte Zeiger giebt dann ohne Weiteres an der Theilung des Armes E_1 die Grösse von R, ausgedrückt in H, an.

Hierauf wird der Ablenkungsmagnet vom Arme E_1 weggenommen, und da alsdann die Kompassnadel wieder senkrecht zu E steht, so kann man nach dem Hochkanten des Kompasses ohne weiteren Zeitverlust die Vertikalintensitätsbestimmung ausführen.

Da, wie durch vielfache Versuche festgestellt worden ist, die Wirkung des Ablenkungsmagneten auf die Kompassnadel umgekehrt proportional der dritten Potenz des Abstandes d der Mitten beider Magnete ist, so besteht für verschiedene zusammengehörige Werthe von q und d die Bezeichnung:

$$q_1 d_1^3 = q_2 d_2^3 = \ldots = q_n d_n^3 = \text{konstant} = C \quad . \quad 300)$$

Bezeichnet man die der Horizontalintensität H des Erdmagnetismus entsprechende Wirkung des Ablenkungsmagneten mit q_0, und den hierbei vorhandenen Abstand der Mitte des Ablenkungsmagneten von der der Kompassnadel mit d_0, dagegen die der Horizontalintensität R entsprechenden Werthe mit q und d, so ist:

$$\left.\begin{aligned} H\sin\eta &= q_0 \\ R\sin\eta &= q \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 301)$$

und daher:

$$R = \frac{q}{q_0}\cdot H = \frac{d_0^3}{d^3}\cdot H \quad \ldots\ldots\ldots \quad 302)$$

Ist also die dem Werthe q_0 entsprechende Grösse von d_0 durch Versuche möglichst scharf ermittelt worden, so lässt sich für jedes d das entsprechende R nach der letzten Gleichung berechnen.

Dahlblom wählt für den Winkel η den Werth 30°, dann ist:

$$H = 2\,q_0 \text{ und } R = 2\,q \quad \ldots\ldots\ldots \quad 301a)$$

und man kann sich somit die Theilung auf dem Arme E_1 berechnen aus den Gleichungen:

$$q_0\,d_0^3 = q_n\,d_n^3 = C \text{ und } R = 2\,q = n.H$$

zu:

$$d^3 = \frac{2\,C}{R} = \frac{2\,C}{n.H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 303)$$

oder:

$$R = \frac{2\,C}{d^3},$$

worin n diejenige Zahl ist, die die Kraft R in H ausdrückt.

Zweckentsprechender ist es, die Grösse C auf dem Wege des Versuches mehrfach zu bestimmen.

Am besten geschieht dies auf folgende Weise: Man stellt das Magnetometer im neutralen Gebiete horizontal auf und dreht es solange um die vertikale Achse, bis die Kompassnadel in die Richtung des Armes E_1 kommt, das Nordende der Nadel also die Ablesung 30° im nordwestlichen Quadranten zeigt. Nun legt man den Ablenkungsmagneten so auf den Schlitten F_1 auf, dass sein Nordpol dem Nordpole der Kompassnadel zugekehrt ist, und nähert den Schlitten mit dem Ablenkungsmagneten der Nadel vorsichtig solange, bis letztere möglichst genau senkrecht zum Arme E_1 steht, also die Ablesung 60° im nordöstlichen Quadranten am Nordende der Nadel angiebt. In diesem Falle ist der Ablenkungswinkel α 90° und in Folge dessen $q_1 = H = 1$; der hierbei vorhandene Abstand d_1 wird möglichst genau gemessen und der Werth $C = 1{,}0\,d_1^3$ berechnet.

In derselben Weise führt man dann weitere Beobachtungen aus, bei denen man die einzelnen Ablenkungswinkel so auswählt dass deren Sinus um einfache Differenzen fortschreiten, etwa um 0,10 oder 0,05 Einheiten, je nach der gewünschten Genauigkeit der aufzubringenden Theilung. Will man z. B. die von Zehntel zu Zehntel der Sinus fortschreitenden Werthe für d erhalten, so wird

man eine weitere Beobachtung anstellen, indem man das Instrument so dreht, dass die Kompassnadel am Nordende vor dem Auflegen des Ablenkungsmagneten einen Winkel von 25°,8 mit dem zu theilenden Arme bildet, also die Ablesung 48°,2 im nordwestlichen Quadranten giebt. Hierauf wird der Ablenkungsmagnet auf den Arm aufgelegt und in seinem Schlitten solange bewegt, bis die Kompassnadel wieder senkrecht zu ihm steht. Der Ablenkungswinkel ist alsdann $90^0 - 25{,}8 = 64^0{,}2$, infolgedessen $\sin 64^0{,}2 = 0{,}90$. Der hierbei vorhandene Abstand d_2 der Magnetmitten wird ebenfalls genau gemessen und so ergiebt sich alsdann $C = 0{,}90 . d_2^3$.

In derselben Weise fährt man weiter fort; die folgende Tafel, die jedenfalls ohne weiteres verständlich sein dürfte, giebt die nöthigen Grössen für die von 0,05 zu 0,05 fortschreitenden Sinus der Ablenkungswinkel, aus der man je nach der verlangten Genauigkeit die entsprechenden Werthe entnehmen kann.

Nr.	Einstellung des Nordendes der Nadel an der Kompasstheilung vor dem Auflegen des Ablenkungsmagneten	Quadrant.	Ablesung am Nordende der Nadel an der Kompasstheilung nach dem Verschieben des Ablenkungsmagneten	Ablenkungswinkel α	sin α	d	C
1	62,9	NO		2,9	0,05	d_1	$0{,}05 . d_1^3$
2	65,7	„		5,7	0,10	d_2	$0{,}10 . d_2^3$
3	68,6	„		8,6	0,15	d_3	$0{,}15 . d_3^3$
4	71,5	„		11,5	0,20	d_4	$0{,}20 . d_4^3$
5	74,5	„		14,5	0,25	d_5	$0{,}25 . d_5^3$
6	77,5	„		17,5	0,30	d_6	$0{,}30 . d_6^3$
7	80,5	„		20,5	0,35	d_7	$0{,}35 . d_7^3$
8	83,6	„		23,6	0,40	d_8	$0{,}40 . d_8^3$
9	86,7	„		26,7	0,45	d_9	$0{,}45 . d_9^3$
10	90,0	N	60°,0	30,0	0,50	d_{10}	$0{,}50 . d_{10}^3$
11	86,6	NW	NO	33,4	0,55	d_{11}	$0{,}55 . d_{11}^3$
12	83,1	„		36,9	0,60	d_{12}	$0{,}60 . d_{12}^3$
13	79,5	„		40,5	0,65	d_{13}	$0{,}65 . d_{13}^3$
14	75,6	„		44,4	0,70	d_{14}	$0{,}70 . d_{14}^3$
15	71,4	„		48,6	0,75	d_{15}	$0{,}75 . d_{15}^3$
16	66,9	„		53,1	0,80	d_{16}	$0{,}80 . d_{16}^3$
17	61,8	„		58,2	0,85	d_{17}	$0{,}85 . d_{17}^3$
18	55,8	„		64,2	0,90	d_{18}	$0{,}90 . d_{18}^3$
19	48,2	„		71,8	0,95	d_{19}	$0{,}95 . d_{19}^3$
20	30,0	„		90,0	1,00	d_{20}	$1{,}00 . d_{20}^3$

Die auf diese Weise berechneten verschiedenen Werthe von C werden selbstverständlich nicht genau untereinander übereinstimmen, man berechnet nun aus den vorhandenen C zuerst einen Mittelwerth C_m.

Aus der Gleichung:

$$d^3 = \frac{2C}{R} = \frac{2C}{nH}$$

ergiebt sich noch:

$$d = \sqrt[3]{2\,C_m} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{R}} = \sqrt[3]{2\,C_m} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{n\,H}} \quad . \quad . \quad . \quad 303a)$$

Nach dieser letzteren Gleichung kann man sich die Entfernungen d für bestimmte Werthe von C und n berechnen; man erhält dieselben, vom Mittelpunkte der Kompassnadel aus gerechnet, in dem Maasse, welches der Bestimmung der einzelnen d zu Grunde lag. Zur Vereinfachung der Berechnung der verschiedenen Werthe von d ist die folgende Tabelle berechnet, welche mit dem Eingang n, also in Theilen von H ausgedrückt, die Werthe:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{R}} = \sqrt[3]{\frac{1}{n\,H}},$$

sowie deren Logarithmen für $H = 1$ giebt.

n	$\log\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$	n	$\log\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$	n	$\log\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$	n	$\log\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$
0,00	—	∞	0,35	0,15198	1,4190	0,70	0,05163	1,1262	1,50	9,94130	0,8736
0,01	0,66667	4,6416	0,36	0,14790	1,4057	0,71	0,04958	1,1209	1,60	9,93196	0,8550
0,02	0,56632	3,6840	0,37	0,14393	1,3929	0,72	0,04756	1,1157	1,70	9,92318	0,8379
0,03	0,50763	3,2183	0,38	0,14007	1,3806	0,73	0,04556	1,1106	1,80	9,91491	0,8221
0,04	0,46598	2,9240	0,39	0,13631	1,3687	0,74	0,04359	1,1056	1,90	9,90708	0,8074
0,05	0,43368	2,7144	0,40	0,13265	1,3572	0,75	0,04165	1,1006	2,00	9,89966	0,7937
0,06	0,40728	2,5544	0,41	0,12907	1,3461	0,76	0,03973	1,0958	2,10	9,89259	0,7809
0,07	0,38497	2,4264	0,42	0,12558	1,3353	0,77	0,03784	1,0910	2,20	9,88596	0,7689
0,08	0,36564	2,3208	0,43	0,12218	1,3249	0,78	0,03597	1,0863	2,30	9,87942	0,7576
0,09	0,34859	2,2314	0,44	0,11885	1,3148	0,79	0,03412	1,0317	2,40	9,87326	0,7469
0,10	0,33333	2,1544	0,45	0,11560	1,3050	0,80	0,03230	1,0772	2,50	9,86735	0,7368
0,11	0,31954	2,0871	0,46	0,11241	1,2954	0,81	0,03051	1,0728	2,60	9,86168	0,7272
0,12	0,30694	2,0274	0,47	0,10930	1,2862	0,82	0,02873	1,0684	2,70	9,85621	0,7181
0,13	0,29535	1,9740	0,48	0,10625	1,2772	0,83	0,02697	1,0641	2,80	9,85095	0,7095
0,14	0,28462	1,9259	0,49	0,10327	1,2684	0,84	0,02524	1,0598	2,90	9,84587	0,7012
0,15	0,27464	1,8821	0,50	0,10034	1,2599	0,85	0,02353	1,0557	3,00	9,84096	0,6934
0,16	0,26529	1,8420	0,51	0,09748	1,2516	0,86	0,02183	1,0516	3,10	9,83621	0,6858
0,17	0,25650	1,8051	0,52	0,09467	1,2436	0,87	0,02016	1,0475	3,20	9,83162	0,6786
0,18	0,24824	1,7711	0,53	0,09191	1,2357	0,88	0,01851	1,0435	3,30	9,82716	0,6717
0,19	0,24042	1,7395	0,54	0,08920	1,2280	0,89	0,01687	1,0396	3,40	9,82284	0,6650
0,20	0,23299	1,7100	0,55	0,08655	1,2205	0,90	0,01525	1,0357	3,50	9,81864	0,6586
0,21	0,22593	1,6824	0,56	0,08394	1,2133	0,91	0,01365	1,0319	3,60	9,81457	0,6525
0,22	0,21919	1,6565	0,57	0,08138	1,2061	0,92	0,01207	1,0282	3,70	9,81060	0,6465
0,23	0,21276	1,6321	0,58	0,07886	1,1991	0,93	0,01051	1,0245	3,80	9,80674	0,6408
0,24	0,20660	1,6091	0,59	0,07638	1,1923	0,94	0,00896	1,0208	3,90	9,80298	0,6353
0,25	0,20068	1,5874	0,60	0,07395	1,1856	0,95	0,00743	1,0172	4,00	9,79931	0,6300
0,26	0,19501	1,5668	0,61	0,07156	1,1791	0,96	0,00591	1,0137	4,10	9,79574	0,6248
0,27	0,18955	1,5472	0,62	0,06920	1,1727	0,97	0,00441	1,0102	4,20	9,79225	0,6198
0,28	0,18428	1,5286	0,63	0,06689	1,1665	0,98	0,00292	1,0068	4,30	9,78884	0,6150
0,29	0,17920	1,5108	0,64	0,06461	1,1604	0,99	0,00145	1,0034	4,40	9,78552	0,6103
0,30	0,17429	1,4938	0,65	0,06236	1,1544	1,00	0,00000	1,0000	4,50	9,78226	0,6057
0,31	0,16955	1,4776	0,66	0,06015	1,1486	1,10	9,98620	0,9687	4,60	9,77908	0,6013
0,32	0,16495	1,4620	0,67	0,05798	1,1428	1,20	9,97361	0,9410	4,70	9,77597	0,5970
0,33	0,16050	1,4471	0,68	0,05583	1,1372	1,30	9,96202	0,9163	4,80	9,77292	0,5928
0,34	0,15617	1,4328	0,69	0,05372	1,1317	1,40	9,95129	0,8939	4,90	9,76993	0,5888
0,35	0,15198	1,4190	0,70	0,05163	1,1262	1,50	9,94130	0,8736	5,00	9,76701	0,5848

Das Vorstehende wird jedenfalls am besten durch ein Beispiel erläutert.

Die Beobachtungen zur Bestimmung von C_m wurden nach der Tabelle Seite 358 angestellt und es ergaben sich die folgenden Werthe von d in der zweiten Spalte, die auf Zehntel-Millimeter abgelesen wurden.

Nr.	d cm	C	λ_c	d' cm	λ_d mm
1	33,37	1858,0	+ 24,04	33,51	+ 1,4
2	26,42	1844,2	+ 37,84	26,60	+ 1,8
3	23,17	1865,8	+ 16,24	23.24	+ 0,7
4	21,02	1857,5	+ 24,54	21,11	+ 0,9
5	19,61	1885,3	— 3,26	19,60	— 0,1
6	18,32	1844,6	+ 37,44	18.44	+ 1,2
7	17,47	1866,2	+ 15,84	17,52	+ 0,5
8	16,77	1886,5	— 4,46	16,76	— 0,1
9	16,07	1867,5	+ 14,54	16,11	+ 0,4
10	15,57	1887,3	— 5,26	15,56	— 0,1
11	15,08	1886,1	— 4,06	15,07	— 0,1
12	14,67	1894,3	— 12,26	14,64	— 0,3
13	14,27	1888,8	— 6,76	14,25	— 0,2
14	13,93	1892,1	— 10,06	13,91	— 0,2
15	13,64	1903,3	— 21,26	13,59	— 0.5
16	13,34	1899,1	— 17,06	13,30	— 0,4
17	13,07	1897,8	— 15,76	13,03	— 0,4
18	12,86	1914,1	— 32,06	12,79	— 0,7
19	12,65	1923,1	— 41,06	12,56	— 0,9
20	12,38	1879,1	+ 2,94	12,35	— 0,3

Hieraus folgt: $C_m = 1882{,}04$ und damit:

$$\sqrt[3]{2\,C_m} = 15{,}556 \text{ cm}.$$

Die dritte Spalte giebt die einzelnen Werthe von $C = q\,d^3$, die im Mittel aus den zwanzig Beobachtungen den Werth:

$$C_m = 1882{,}04$$

liefern. Die vierte, mit λ_c überschriebene Spalte giebt die Differenzen zwischen dem Mittel C_m und den einzelnen Beobachtungen C. Die fünfte Spalte, mit d' bezeichnet, enthält die mit Hilfe von C_m rückwärts berechneten Werthe von d, die sechste Spalte die Unterschiede λ_d zwischen beobachteten und berechneten Werthen von d, bez. d'. Aus ihr ist ersichtlich, dass die Abweichungen sehr gering sind, besonders wenn man berücksichtigt, dass die d auf einige Zehntel-Millimeter unsicher sind. Man kann übrigens die Genauigkeit der Beobachtungen durch mehrmalige Wiederholung und Mittelbildung derselben steigern.

Mit dem so gefundenen Werthe von $C_m = 1882{,}04$, bezw. $\sqrt[3]{2\,C_m} = 15{,}556$ cm kann man nun für beliebige Werthe von R die entsprechenden Grössen von d, immer gerechnet vom Mittelpunkt

der Kompassnadel aus, berechnen, so ergiebt sich z. B. die Entfernung $d_{1,5}$ für $R = 1{,}5\,H$ zu:

$$d_{1,5} = \sqrt[3]{2\,C_m} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{1{,}5}} = 15{,}556 \,.\, 0{,}8736 \text{ cm} = 13{,}590 \text{ cm}.$$

Zur bequemen Ermittelung der einzelnen Werthe von d ist es zweckmässig, wie bereits erwähnt, am Arme E_1 ausser der Theilung für die R noch eine Millimetertheilung anzubringen, deren Nullpunkt im Mittelpunkt des Kompasses gelegen ist. Der Schlitten für den Ablenkungsmagneten hat dann sowohl auf der Seite der Millimetertheilung als auch auf der R-Theilung einen Zeiger, mittels dessen einmal die d etwa bis auf ein paar Zehntelmillimeter genau an der Millimetertheilung abgelesen und nach erfolgter Berechnung von C_m und den d' die Theilstriche für die R und dessen Bruchtheile aufgetragen werden können. Man kann sich auch eine Tabelle berechnen, aus der man nach den Ablesungen an der Millimetertheilung die R entnehmen kann, es ist dies aber umständlicher.

Hat man sehr grosse Werthe von R zu bestimmen, so ist es am besten, einen besonderen, stärkeren Ablenkungsmagneten zu benutzen, für den natürlich das C ein anderes wird, als für den gewöhnlich gebrauchten.

Da die C und das C_m von der Grösse q, also der Wirkung des Ablenkungsmagneten, abhängig sind, so wird eine Aenderung des q, die etwa durch Schwächung des Ablenkungsmagneten eintritt, besonders wenn er frisch magnetisirt worden ist, in der Gleichung 303a für d nur eine Aenderung von $\sqrt[3]{2\,C_m}$ hervorrufen, die Tabelle der Werthe $\sqrt[3]{\frac{1}{n}}$ ist aber immer zu verwenden; aber eine Veränderung von q bedingt immer eine neue Bestimmung von C_m, die jedoch keine zu lange Zeit in Anspruch nimmt.

Während die Tafel Seite 358 so berechnet ist, dass die Sinus der erzeugten Ablenkungswinkel α um gleiche Werthe fortschreiten, so kann man das Verfahren zur Bestimmung von C auch so abändern, dass die Ablenkungswinkel α selbst um gleiche Beträge zunehmen und die entsprechenden Sinus aus Tafeln entnehmen. Im folgenden ist eine derartige Tabelle zusammengestellt, in der die Ablenkungswinkel von 3^0 zu 3^0 fortschreiten, die also 30 verschiedene Werthe von C liefern würde.

(Siehe Tabelle Seite 362.)

Im Folgenden ist dann wieder ein Beispiel (Tabelle Seite 363) zur Bestimmung von C_m berechnet worden. Aus der Zusammenstellung, der hiermit rückwärts berechneten Werthe für d', in der dieselbe Bezeichnung wie vorher gewählt ist, geht auch die verhältnissmässig geringe Abweichung zwischen beobachteten und berechneten Werthen von d hervor, sodass die Gleichung:

$$q\,d^3 = C$$

ohne Weiteres verwendbar ist.

Nr.	Einstellung der Nadel	Quadrant, in welchem das Nordende der Nadel einzustellen ist.	Ablesung nach dem Ablenken	Ablenkungswinkel α	sin α	2 sin α	log 2 sin α
	°			°			
1	63,0			3,0	0,0523	0,1046	9,019532
2	66,0			6,0	0,1045	0,2090	9,320146
3	69,0			9,0	0,1564	0,3128	9,495267
4	72,0			12,0	0,2079	0,4158	9,618884
5	75,0	NO		15,0	0,2588	0,5176	9,713994
6	78,0			18,0	0,3090	0,6180	9,790988
7	81,0			21,0	0,3584	0,7168	9,855398
8	84,0			24,0	0,4067	0,8134	9,910304
9	87,0			27,0	0,4540	0,9080	9,958086
10	90,0			30,0	0,5000	1,0000	0,000000
11	87,0			33,0	0,5446	1,0892	0,037108
12	84,0			36,0	0,5878	1,1756	0,070260
13	81,0			39,0	0,6293	1,2586	0,099888
14	78,0			42,0	0,6691	1,3382	0,126521
15	75,0			45,0	0,7071	1,4142	0,150511
16	72,0			48,0	0,7431	1,4862	0,172077
17	69,0			51,0	0,7771	1,5541	0,191479
18	66,0			54,0	0,8090	1,6180	0,208979
19	63,0			57,0	0,8387	1,6774	0,224637
20	60,0	NW	60° im nordöstlichen Quadranten.	60,0	0,8660	1,7320	0,238548
21	57,0			63,0	0,8910	1,7820	0,250908
22	54,0			66,0	0,9135	1,8270	0,261739
23	51,0			69,0	0,9336	1,8672	0,271191
24	48.0			72,0	0,9511	1,9022	0,279256
25	45,0			75,0	0,9659	1,9318	0,285962
26	42,0			78,0	0,9781	1,9562	0,291413
27	39,0			81,0	0,9877	1,9754	0,295655
28	36,0			84,0	0,9945	1,9890	0,298635
29	33,0			87,0	0,9986	1,9972	0,300422
30	30,0			90,0	1,0000	2,0000	0,301030

Gewöhnlich sind die für kleine Abweichungswinkel α, also für grosse Werthe von d, bestehenden Abweichungen λ zwischen d und d', grösser als für mittlere Werthe, was dadurch erklärlich ist, dass bei grösseren Abständen d schon eine ziemlich grosse Verschiebung des Ablenkungsmagneten nothwendig ist, um einen kleinen Ausschlag der Magnetnadel herbeizuführen.

In wieweit die Unterschiede zwischen den beobachteten und den berechneten d von Belang sind, lässt sich leicht untersuchen.

Aus der Gleichung:

$$R = \frac{2C}{d^3}$$

ergiebt sich durch Differentiation nach R und d:

$$dR = -\frac{6C}{d^4} \cdot \delta d$$

und wenn man diese Gleichung durch die vorhergehende dividirt:

$$\frac{\delta R}{R} = -\frac{3}{d} \cdot \delta d \quad \ldots\ldots\ldots \quad 304)$$

Diese Gleichung stellt den relativen Fehler im R dar, erzeugt durch einen Fehler δ d in der Bestimmung von d, aus ihr geht hervor, dass der relative Fehler im R mit wachsendem d abnimmt. Da nun ausserdem auch mit wachsendem d das R selbst stark ab-

Nr.	Ablesung	d cm	C	d' cm	λ_d mm
1	63,0°	32,98	1876,1	33,52	5,4
2	66,0	26,28	1896,7	26,61	3,3
3	69,0	22,97	1895,5	23,27	3,0
4	72,0	21,00	1925,4	21,16	1,6
5	75,0	19,58	1942,7	19,67	0,9
6	78,0	18,29	1890,6	18,54	2,5
7	81,0	17,62	1960,6	17,65	0,3
8	84,0	16,87	1952,6	16,92	0,5
9	87,0	16,27	1955,3	16,31	0,4
10	90,0	15,78	1964,7	15,79	0,1
11	87,0	15,39	1985,1	15,35	0,4
12	84,0	15,01	1987,8	14,96	0,5
13	81,0	14,70	1999,0	14,63	0,7
14	78,0	14,33	1968,9	14,33	0,0
15	75,0	14,11	1986,4	14,07	0,4
16	72,0	13,89	1991,4	13,84	0,5
17	69,0	13,70	1998,2	13,63	0,7
18	66,0	13,51	1994,9	13,45	0,6
19	63,0	13,34	1991,0	13,29	0,5
20	60,0	13,22	2000,8	13,15	0,7
21	57,0	13,10	2003,0	13,03	0,7
22	54,0	12,98	1997,7	12,92	0,6
23	51,0	12,88	1994,8	12,83	0,5
24	48,0	12,82	2004,0	12,75	0,7
25	45,0	12,76	2006,7	12,69	0,7
26	42,0	12,66	1984,7	12,63	0,3
27	39,0	12,59	1971,1	12,59	0,0
28	36,0	12,59	1984,6	12,56	0,3
29	33,0	12,57	1983,3	12,54	0,3
30	30,0	12,58	1990,9	12,54	0,4

$$C_m = 1969{,}48$$

$$\sqrt[3]{2\,C_m} = 15{,}793 \text{ cm}.$$

nimmt, so ist ersichtlich, dass bei grösseren Werthen von d einige Millimeter Fehler in ihrer Bestimmung nur einen kleinen Fehler im R erzeugen, und dass die grösseren Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Werthen bei grösseren d völlig erklärlich sind.

Meistens weicht auch dasjenige beobachtete d (in der Tabelle Seite 358 d_{20}), welches einem Ablenkungswinkel $\alpha = 90°$ entspricht, etwas mehr als die vorhergehenden von den berechneten ab. Auch hierfür ist die Erklärung leicht möglich; denn in dieser Stellung befindet sich die Nadel im labilen Gleichgewicht, sodass bei einer

minimalen weiteren Näherung des Ablenkungsmagneten an die Nadel ein Umkehren derselben eintreten würde, wenn die Zapfenreibung nicht vorhanden wäre. Da diese nun aber verschieden gross auftreten kann — kleine Staubtheilchen werden sie beispielsweise vergrössern —, so ist erklärlich, dass unter verschiedenen Umständen grössere oder kleinere Verschiebungen nothwendig werden, um einen Ablenkungswinkel von 90° zu erhalten.

Die Gleichung $q\,d^3 = C$ gilt natürlich bei den vorliegenden Verhältnissen nicht streng; Verfasser fand bei mehrfachen derartigen Untersuchungen durch Ausgleichungsrechnungen, dass das C besser durch eine Gleichung von der Form:

$$q\,d^3 + c \cdot q\,d^2$$

dargestellt wird, worin c eine Zahl, etwas kleiner als 1, darstellt.

Für die Berechnung ist allerdings die letztere Form ungleich umständlicher und die einfache Gleichung $q\,d^3 = C$ für die Praxis völlig ausreichend.

Um die Grösse der Horizontalintensität R in einem anziehenden Gebiete näher zu studiren, ist es zweckmässig, sich ein einziges, konzentrirtes magnetisches Erzlager vorzustellen.

Nach dem früheren setzt sich das R aus den beiden Komponenten H, der Horizontalintensität des örtlichen Erdmagnetismus und aus F, der Horizontalintensität des Erzlagers zusammen nach der allgemeinen Gleichung 291:

$$R^2 = H^2 + F^2 - 2\,H\,F\cos\nu.$$

Von diesen beiden Grössen H und F ist die erstere, H, innerhalb des zu untersuchenden Gebietes nach Grösse und Richtung als konstant anzusehen, die Grösse der zweiten ist dagegen abhängig vom Abstande des Beobachtungspunktes vom Erzpole, ihre Richtung verläuft nach dem Erzpole zu.

In Fig. 462 sei M der Südpol eines konzentrirten Erzlagers und NS die Richtung des magnetischen Meridians durch M. Im Abstande $r = MP$ befinde sich ein Punkt P, für den die Grössen

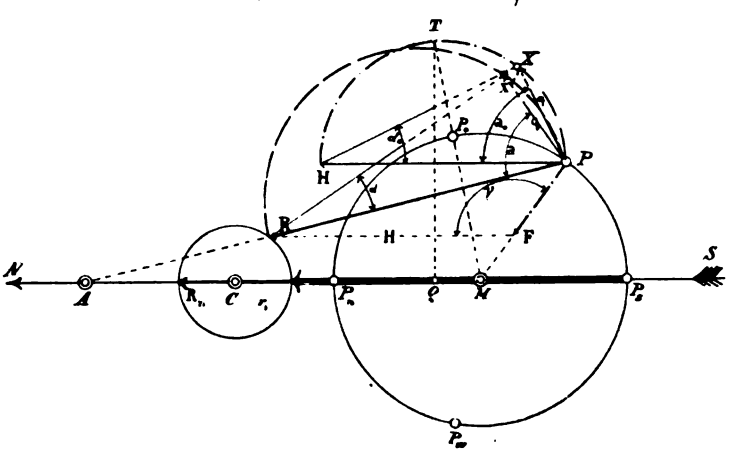


Fig. 462.

F und H bekannt sein mögen. In diesem Punkte P lässt sich nun die Grösse R durch die Konstruktion eines Kräfteparallelogramms leicht finden, da H parallel zu NS und F nach M zugerichtet ist.

Man kann aber die Bestimmung von R noch auf eine andre Weise ausführen, die durch eine einfache Konstruktion die Grösse und Richtung der R für jeden Punkt P eines Kreises mit dem Halbmesser r und mit dem Mittelpunkt M giebt.

Es lässt sich nämlich leicht nachweisen, dass erstens die Richtung der Resultante R für jeden Punkt P des Kreises nach einem Punkt A auf der magnetischen Nordsüdrichtung durch M hingeht, dessen Entfernung von M bestimmt ist durch die Gleichung:

$$AM = \frac{H}{F} \cdot r \quad \ldots\ldots\ldots \quad 305)$$

Auf dieser Linie AP wird ferner, von P aus gerechnet, die Grösse von R abgeschnitten durch einen Kreis, dessen Mittelpunkt C ebenfalls auf dem magnetischen Meridian durch M nach A zu gelegen ist und zwar in einem Abstande:

$$CM = H \quad \ldots\ldots\ldots \quad 306)$$

Der Radius r_1 des Kreises um C als Mittelpunkt ergiebt sich zu:

$$r_1 = r - F \quad \ldots\ldots\ldots \quad 307)$$

Auf jedem Kreise vom Radius r giebt es nun im allgemeinen 4 ausgezeichnete Punkte, für welche R einfache Werthe erhält.

Setzt man nämlich in der Gleichung:

$$R^2 = H^2 + F^2 - 2HF\cos\nu$$

$\nu = 0$, rückt also P nach P_n, also in den magnetischen Meridian durch M auf die nördliche Seite von M aus gerechnet, so wird:

$$R_n = H - F \quad \ldots\ldots\ldots \quad 308)$$

wird dagegen $\nu = 180^0$, fällt also P nach P_s auf die südliche Seite von M in den magnetischen Meridian durch den Punkt M, so wird:

$$R_s = H + F \quad \ldots\ldots\ldots \quad 308a)$$

Zwischen diesen Grenzen H — F als Minimum und H + F als Maximum bewegt sich die Grösse von R für die Punkte auf dem Kreise um M mit dem Radius r, es wird daher zwei symmetrisch zum magnetischen Meridian durch M gelegene Punkte P_0 und P_w auf dem Kreise geben, für welche:

$$R = H = 1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 309)$$

ist. Bezeichnet man den hierzu gehörigen Winkel ν mit ν_0, so folgt aus Gleichung 291:

$$\cos\nu_0 = \frac{F}{2H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 310)$$

Da in den beiden Punkten P_0 und P_w das R gleich dem H ist, so ist auch $\alpha = \alpha_0$, also so gross, wie im erzfreien Terrain, man bezeichnet daher auch P^0 und P_w als neutrale Punkte.

Da nun für jeden Kreis mit einem beliebigen Radius r im allgemeinen zwei solche symmetrisch zu NS gelegene neutrale

Punkte vorhanden sind und ausserdem im Punkte M ebenfalls $R = H$ ist, da daselbst $F = 0$ wird, so wird die Gesammtheit aller dieser neutralen Punkte eine gegen NS symmetrisch laufende und durch M hindurchgehende Kurve bilden, die man als neutrale Linie bezeichnet. Nördlich von dieser Linie befindet sich das Minimalgebiet, südlich das Maximalgebiet von R.

Es wird ferner nördlich vom Erz einen Minimalpunkt, südlich davon einen Maximalpunkt für R überhaupt geben, da das F über M selbst Null ist, dann nach aussen zu bis zu einem gewissen r zu ihrem Maximalgebiete F_{max} anwächst, und dann wieder bis zu Null abnimmt. Minimalpunkt und Maximalpunkt liegen auf dem magnetischen Meridian durch M; es schneidet sich also dieser mit der neutralen Linie über dem Erzpole M selbst

Diese einfache Beziehung gilt nun aber in der Praxis nicht streng, da man es hier nicht mit punktförmig konzentrirten Lagern zu thun hat, im allgemeinen gilt aber die Regel auch dann noch.

Verbindet man die Punkte mit gleicher Horizontalintensität R, oder was dasselbe ist, diejenigen mit gleichen Ablenkungswinkeln α, bezw. gleichen Kompassablesungen a, so erhält man ein Kurvensystem wie Fig. 463; welches durch Beobachtungen um einen senkrecht stehenden Magneten P_s im Zimmer gefunden worden ist. Dass dabei der Maximal- und Minimalpunkt nicht auf den magnetischen Meridian NS durch P_s liegen, hat seinen Grund darin, dass die Beobachtungen nur auf den Ecken der einzelnen Quadrate, in die das ganze Gebiet zerlegt wurde, stattgefunden haben.

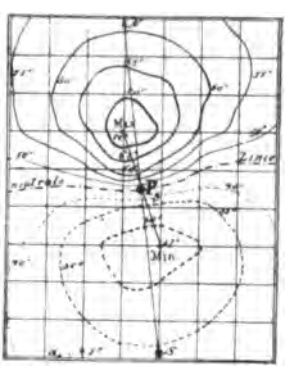


Fig. 463.

Es mag noch hinzu gefügt werden, dass der Winkel ν_0 in Gleichung 310, der die beiden Punkte P_o und P_w mit $R = H$ liefert, sich leicht konstruiren lässt. Man trägt Fig. 462 von M aus auf M nach A zu die Grösse F $\left(\text{oder } \frac{F}{2}\right)$ auf, wodurch man den Punkt Q erhält. In diesem errichtet man auf MA eine Senkrechte und schneidet auf dieser von M aus mit der Entfernung 2H (oder H) den Punkt T ein; die Verbindungslinie TM schneidet dann den Kreis mit dem Halbmesser r im Punkte P_o; P_w liegt symmetrisch auf der Westseite des magnetischen Meridians.

Auch der in jedem Punkte P vorhandene Ablenkungswinkel α, bezw. die Kompassablesung a, lässt sich konstruiren, wenn α_0 bezw. a_0 bekannt ist. Man beschreibt nämlich sowohl über PH, als auch über PR einen Halbkreis und trägt in H an HP den Winkel α_0, bezw. in P an PH die Grösse a_0 an, wodurch auf dem Halbkreise über P der Punkt X bestimmt wird; so ist dann:

$$PX = H \cdot \sin \alpha_0 = H \cdot \cos a_0 = q$$

Trägt man nun dieses so gefundene q von P aus auf dem über PR konstruirten Halbkreis bis zum Punkte X' ein, sodass

$PX' = q$ ist, so erhält man, wenn man X' mit R verbindet, den Winkel α, und am Punkte P den entsprechenden Werth von a.

Die auf Seite 366 angegebene Regel, dass sich die neutrale Linie und die Verbindungslinie zwischen Minimalpunkt und Maximalpunkt über dem Erzpole schneiden, kann in der Praxis leider nur wenig Anwendung finden; sie setzt einmal voraus, dass das Erzvorkommen eine ganz einfache concentrirte Gestalt hat und das andrerseits das auftretende F_{max} dem H gegenüber nicht zu gross ist; wenn also das Erzlager nicht sehr stark magnetisch ist oder sich in grösserer Teufe unter der Beobachtungsebene befindet.

Für grössere Werthe von F_{max} ändert sich nun die Sache. Betrachtet man nur den Kreis für F_{max} (Fig. 464), und

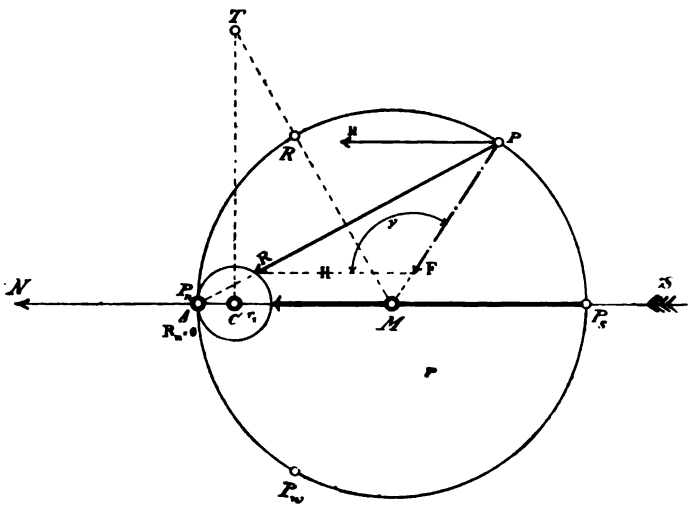


Fig. 464.

wird beispielsweise $F_{max} = H$, so geht Gleichung 305 über in:

$$AM = r,$$

der Punkt A fällt also mit P_n zusammen; ferner wird $r_1 = r - H$, der Kreis um C als Mittelpunkt berührt daher im Punkte A, und R_n selbst wird gleich Null, die Nadel wird also im Gleichgewicht sein, es sind aber noch zwei neutrale Punkte P_0 und P_w vorhanden, deren Lage durch:

$$\cos \nu_0 = \frac{1}{2}$$

bezeichnet ist.

Bewegt sich F_{max} in den Grenzen:

$$2H > F_{max} > H,$$

so wird AM kleiner als r, A fällt also in den Kreis mit dem Halbmesser r hinein, ebenso C; ferner wird R_n negativ, aber kleiner

als H, was sich dadurch zu erkennen giebt, dass das Nordende der Nadel nach Süden zeigt.

Ebenso sind noch zwei Punkte P_o und P_w mit $R = H = 1$ vorhanden. Eine einzige neutrale Linie trennt also auch noch für $F_{max} < 2H$ das nördlich vom Erzpole liegende Minimalgebiet für R, nämlich $R < 1$, von dem südlicher gelegenen Maximalgebieten, nur treten auf der Nordseite theilweise negative Werthe von R auf.

Wird dagegen $F_{max} > 2H$ (Fig. 465), hat man es also mit einem sehr kräftigen, etwa ausstreichendem Lager zu thun, so wird

$$R_n > H \text{ und } R_s > 3H,$$

also R_n grösser als 1, und zwar negativ; es ergeben sich in diesem

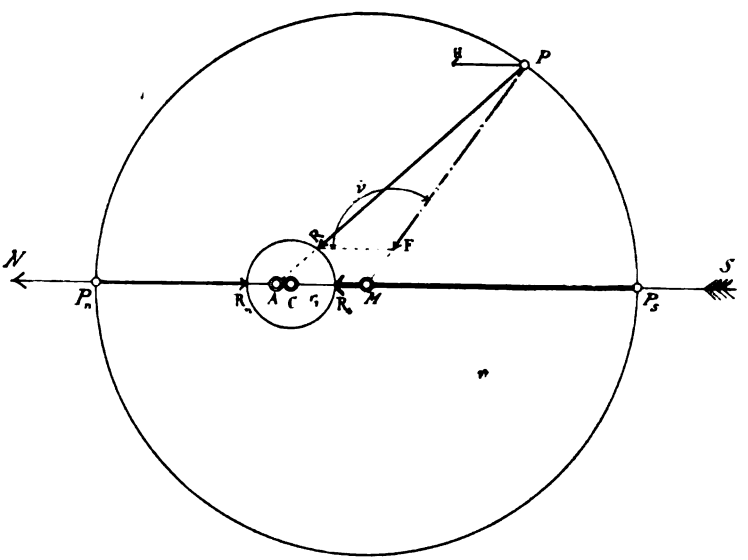


Fig. 465.

Falle also nördlich vom Erzlager Punkte, für die $R > 1$ wird; während bei schwächeren Lagern derartige Werthe von R nur auf der Südseite des Lagers auftreten können.

Da nun vom Erzpol ausgehend das F von Null an bis F_{max} wächst und dann wieder bis Null hin abnimmt, so wird es auch in diesem Falle sehr starker Erzanziehung Punkte geben, für welche $R = H$ ist, in welchen also der neutrale Ablenkungswinkel α_0, bez. die neutrale Kompassablesung a_0 erhalten wird. Verbindet man diese Punkte, so bekommt man eine sog. falsche neutrale Linie.

Die Vertikalintensität.

Die von einem Erzlager ausgeübte Vertikalintensität ist es hauptsächlich, die bei Messungen mit dem Magnetometer über Tage bestimmt wird, weil diese einen sehr anschaulichen Einblick in die

Lagerungsverhältnisse giebt, während die Horizontalintensität in diesem Falle weniger oder theilweise garnicht übersichtliche Ergebnisse liefert.

Beobachtungs-Methoden.

Thalén benutzte zur Ermittelung der Vertikalintensität einen weichen, senkrecht gestellten Eisenstab und schloss aus dessen Einwirkung auf die Kompassnadel. Dieses Verfahren ist wegen verschiedener Unzuträglichkeiten, welche ihm anhaften, jetzt nicht mehr gebräuchlich, sondern ersetzt durch die Methode von Tiberg.

Bei dieser geschieht die Ermittelung folgendermaassen: Das Instrument wird horizontal über dem Beobachtungspunkte aufgestellt und ebenso, wie bei der Bestimmung der Horizontalintensität, so lange um seine vertikale Achse gedreht, bis die Nadelenden auf 90° der Kompasstheilung zeigen, welche Stellung wieder durch schwaches Klopfen auf den Kompassdeckel verschärft wird. Hierauf wird die Kompassbüchse um ihre Horizontalachse hochgekantet, bis sie vertikal steht, also das betreffende Anschlagschräubchen berührt. Bei Anwesenheit eines Erzlagers wird dann nicht mehr, wie im eisenfreien Terrain, die Nadel horizontal stehen und die Ablesung Null geben, sondern einen Winkel v mit der Horizontalen bilden, den man am Nordende der Nadel abliest, nachdem man zuvor die Zapfenreibung derselben durch Aufheben und Niederfallenlassen des Bügels auf die Kompassbüchse überwunden hat.

Die Grösse der Vertikalintensität G des Lagers ergiebt sich dann aus der Gleichung:

$$G = k \,.\, \tan v,$$

worin k eine vom Instrument abhängige Konstante bezeichnet.

Ausser im Magnetometer kann man den Inklinator auch aus freier Hand benutzen; man nimmt zu diesem Zweck den Kompass heraus, hält ihn nahezu horizontal, dreht ihn in der Horizontalebene solange, bis die Nadel auf 90° zeigt, kantet ihn dann parallel zum 90°—90° Durchmesser hoch und hält ihn am Bügel.

Man kann den Inklinator auch auf einen Messtisch, oder auf einen Stativkopf auflegen und ihn nach der Drehung hochgekantet aufstellen.

Es ist nun nothwendig, die Theorie des Magnetometers in vertikaler Stellung noch eingehender zu betrachten.

Beim Thalén-Tiberg'schen Magnetometer ist eine Magnetnadel vorhanden, die infolge ihrer Aufhängevorrichtung in einer beliebigen Vertikalebene schwingen kann, und die ausserdem im eisenfreien Gebiete, wo also nur die Vertikalkomponente $V = H \,.\, \tan J$ einwirkt, so ausbalancirt ist, dass sie horizontal schwebt, also die Grösse V eliminirt ist; ausserdem ist ihr Aufhängungspunkt oberhalb des Schwerpunktes der Nadel angebracht.

Bezeichnet nun

W das Gewicht der Nadel ohne das auf ihr angebrachte Ausgleichungsgewichtchen gegen die Vertikalkraft des Erdmagnetismus,

l die halbe Länge der Magnetnadel,

a den Abstand zwischen Aufhängungsachse und Schwerpunkt der Nadel, welcher bei richtig ausbalancirter Nadel senkrecht unter der Aufhängungsachse liegen muss,

R die Grösse der resultirenden Horizontalintensität des Erdmagnetismus und des Erzlagers am Beobachtungspunkte,

G die Grösse der Vertikalintensität des Erzlagers allein am Beobachtungspunkte,

v den Ausschlagwinkel der Nadel am vertikalstehenden Kompass,

ε den Winkel zwischen der Schwingungsebene der Nadel und dem magnetischen Meridian des Beobachtungsortes, sowie

p die magnetische Kraft der Nadel, die der Einfachheit halber an deren Nordspitze angreifend gedacht wird,

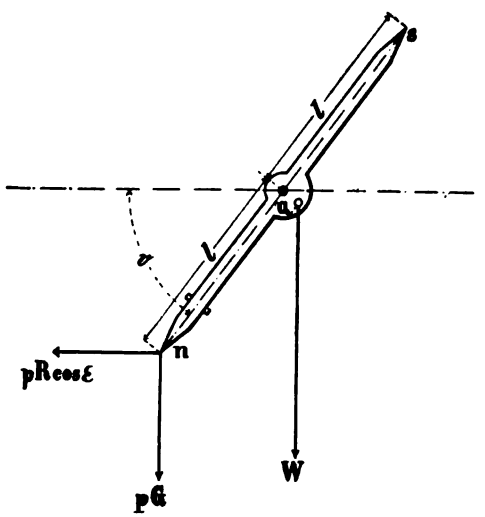


Fig. 466.

so ergiebt sich nach der Figur 466, da die Grösse der in der Schwingungsebene der Nadel wirkenden horizontalen Kraft gleich $R\cos\varepsilon$ ist, für die Gleichgewichtsbedingung nach bekannten mechanischen Grundsätzen:

$$G\,p\,l\cos v = R\,p\,l\cos\varepsilon\sin v + W\,a\sin v,$$

und da hierin $p\,l$ das magnetische Moment der Nadel ist, welches mit m bezeichnet werden möge, so wird:

$$G = \left(R\cos\varepsilon + \frac{Wa}{m}\right)\tan v \quad 311)$$

Hierin ist $\frac{Wa}{m}$ für ein und dasselbe Magnetometer eine konstante Grösse, da W und a immer, und m wenigstens bei Kompassnadeln, die schon länger in Gebrauch sind, auch konstant ist. Setzt man:

$$\frac{Wa}{m} = k, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 312),$$

so erhält man für die Grösse G der Vertikalkomponente des Erzlagers den Werth:

$$G = (R\cos\varepsilon + k).\tan v \quad \ldots\ldots \quad 313)$$

wenn die vertikale Schwingungsebene der Nadel um den Winkel ε von der Vertikalebene der magnetischen Nord-Südrichtung durch den Beobachtungspunkt abweicht.

Da nun bei der Tiberg'schen Methode, wie schon angeführt, die vertikale Schwingungsebene senkrecht zum magnetischen Meri-

diane des Beobachtungspunktes steht, so wird $\varepsilon = 90°$, und folglich einfach:

$$G = k \,.\, \tan v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 314)$$

Ein Instrument wird nun um so empfindlicher sein, je kleinere Werthe von G man damit bestimmen kann, je kleiner also k ist. Bei den gewöhnlich benutzten Magnetometern hat das k einen Werth zwischen 0,7 . H und 1,2 . H; will man für besondere Zwecke ein sehr empfindliches Instrument herstellen, so müsste man entweder W oder a, oder auch beide gleichzeitig, klein und das magnetische Moment m gross machen. Da nun aber im allgemeinen eine Verminderung des Nadelgewichtes W auch eine Verkleinerung von m mit sich führt, so ist in einem solchen Falle besonders a klein zu machen, also der Schwerpunkt der Nadel nahe an deren Drehungsachse heran zu bringen, oder eine grosse Nadellänge l anzuwenden.

Da das magnetische Moment m einer Magnetnadel, auch einer auf der Spitze beweglichen gewöhnlichen Kompassnadel, wesentlich mit auf die Empfindlichkeit Einfluss hat, so möge die Ermittelung desselben hier seinen Platz finden, da hierzu nur ein kleiner Kompass mit Gradtheilung nothwendig ist.

Man setzt auf eine horizontale Unterlage (Fig. 467), etwa ein Reissbrett oder einen Messtisch, den kleinen Kompass auf, verzeichnet sich auf der Unterlage die magnetische Ostwestrichtung und legt auf dieser die Nadel, in einer gewissen Entfernung vom kleinen Kompass auf, deren magnetisches Moment zu ermitteln ist. Hierbei wird die kleine Kompassnadel um den Winkel ψ in Graden aus ihrer ursprünglichen Stellung abgelenkt werden, und ist noch

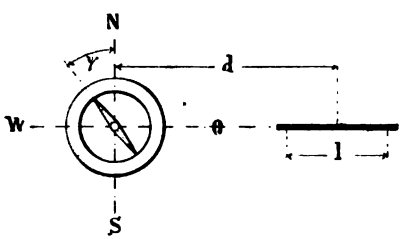


Fig. 467.

d der Abstand zwischen der kleinen Kompassnadel und der zu untersuchenden, von Mitte zu Mitte beider in Centimeter gerechnet,

l der Abstand der beiden Pole der zu untersuchenden Nadel von einander, in Centimetern in der Achse derselben gemessen, welches l man bei stabförmigen Magneten zu $^5/_6$ ihrer Gesammtlänge annehmen kann,

H die Horizontalintensität des Untersuchungsortes, in Gauss'schen Einheiten ausgedrückt,

so ist bekanntlich:

$$m = \frac{1}{2} d^3 \cdot H \left(1 - \frac{1}{2} \frac{l^2}{d^2}\right) \tan \psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 315)$$

Beispielsweise ergab sich für die Nadel des der hiesigen Akademie gehörigen Magnetometers von Berg in Stockholm:

$$l = 5 \text{ cm (Nadellänge 6 cm)}$$
$$d = 15 \text{ cm}$$
$$\psi = 10{,}5^0,$$

und da für Freiberg $H = 0{,}19$ ist, so berechnet sich:

$$m = 56{,}1;$$

eine zweite Bestimmung mit $d = 20$ cm gab $\psi = 4{,}3^0$ und damit:

$$m = 55{,}4.$$

Für den Ablenkungsmagneten desselben Instrumentes ergab sich:

$$l = 8{,}3 \text{ cm}$$
$$d = 15 \text{ cm}$$
$$\psi = 35^0{,}6$$

mithin:

$$m = 192{,}7.$$

Am zweckmässigsten bestimmt man die Konstante k auf dem Wege des Versuchs auf eine der folgenden Weisen:

1. Man stellt in einem stark anziehenden Gebiete das Instrument horizontal auf und ermittelt nach der Sinusmethode die Grösse von R auf die früher angegebene Weise. Hierauf dreht man nach weggenommenem Ablenkungsmagneten das Instrument um die vertikale Achse so lange, bis der Arm nach Norden, die Nadelenden also auf 90^0 an der Kompasstheilung zeigen, kantet hierauf die Kompassbüchse hoch und liest den Ablenkungswinkel v_0 ab. Dann geht Gleichung 313, da ε in diesem Falle gleich Null ist, über in:

$$G = (R + k) \cdot \tan v_0 \quad \ldots\ldots \quad 313a)$$

Darauf stellt man den Kompass wieder horizontal, dreht das Instrument um die vertikale Achse, bis der Arm nach Osten zeigt, also an der Nadel die Ablesung 0 gemacht wird, kantet den Kompass wieder hoch und liest den Ablenkungswinkel v_1 ab. Dann ist in Gleichung 313 $\varepsilon = 90^0$ zu setzen, und es ergiebt sich:

$$G = k \cdot \tan v_1 \quad \ldots\ldots \quad 313b)$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$k = \frac{\tan v_0}{\tan v_1 - \tan v_0} \cdot R \quad \ldots\ldots \quad 316)$$

Da nun R in Einheiten von H ausgedrückt ist, so ergiebt sich auch k ausgedrückt in H.

Ist $k < H$, so sind die Beobachtungen nördlich von einem Erzpole, wo $R < H$ ist, anzustellen; für $k > H$ sind die Versuche auf dem südlichen Theile zu machen.

2. Befindet man sich im neutralen Gebiete, so ist das Verfahren dasselbe, es wird dann $R = H$, und da ausserdem $G = 0$ ist, so ist es nothwendig, mitten unter dem Instrumente einen kräftigen Magneten, den Südpol nach oben gekehrt, aufzuhängen, um die Ablenkungswinkel v_0 und v_1 zu erhalten, und es wird dann in diesem Falle:

$$k = \frac{\tan v_0}{\tan v_1 - \tan v_0} \cdot H \quad \ldots\ldots \quad 316a)$$

Beispielsweise war für eine etwas empfindliche Nadel eines Magnetometers:

Arm nach Norden: $v_0 = 25^0,5$,
Arm nach Osten: $v_1 = 52^0,2$, und damit:
$k = 0,59$.

Der Hilfsmagnet wurde dann etwas tiefer unter dem Instrument aufgehangen, und es ergab sich:

Arm nach Norden: $v_0 = 14^0,6$,
Arm nach Osten: $v_1 = 34,2$, und damit:
$k = 0,62$.

3. Man stellt im neutralen Gebiete das Instrument wie bei der Tangentenmethode horizontal auf, sodass die Kompassnadel auf 90° zeigt, kantet die Kompassbüchse vertikal auf, legt den Ablenkungsmagneten vorsichtig in den Schlitten ein und schiebt ihn mit diesem so lange nach der Nadel zu, bis diese möglichst genau eine vertikale Lage einnimmt, also ebenfalls auf 90° zeigt, worauf der Schlitten festgeklemmt wird.

In dieser Stellung wird nun vom Ablenkungsmagneten ein Drehmoment erzeugt, und zwar ist:

$$q = \frac{Wa}{m} = k \quad \ldots\ldots\ldots \quad 317)$$

Bei ungeänderter Stellung des Schlittens ermittelt man dann, nachdem der Kompass wieder horizontal gestellt wurde, dass q nach der Sinusmethode, und zwar ist:

$$q = k = H \sin \alpha_0 = H \cos a_0.$$

Für die vorher angeführte Nadel ergab sich:

$a_0 = 37^0$, also $\alpha_0 = 53^0$ und damit:

$$k = q = H \cdot \sin \alpha_0 = H \cdot \cos a_0 = 0,60.$$

Die angeführte Methode lässt sich im neutralen Gebiete nur verwenden, wenn $k < H$ ist; ist jedoch $k > H$, so muss man es auf dieselbe Weise südlich von einem Erzlager ermitteln, nach Massgabe der Gleichung:

$$k = q = R \sin \alpha = R \cos a.$$

Die dritte Methode muss mit grosser Vorsicht ausgeführt werden, da besonders in der Nähe der Senkrechtstellung leicht ein Umschlagen der Nadel erfolgt; man muss daher den Ablenkungsmagneten sehr langsam nähern und den Kompassbügel häufig auf und nieder fallen lassen, um den Stand der Nadel möglichst scharf zu 90° zu machen. Natürlich wird man die Ermittelung von k verschiedene Male ausführen, entweder nach derselben Methode oder auf verschiedenen Wegen, und die Einzelwerthe für k zu einem Mittel vereinigen, um eine grössere Genauigkeit zu erzielen.

Es sei nochmals hervorgehoben, dass alle Methoden zur Bestimmung von k dieses in H als Einheit ausgedrückt ergeben, dass infolgedessen auch G stets in H als Einheit ausgedrückt gefunden wird.

Da die Konstante k vom magnetischen Momente der Nadel abhängig ist, und dieses sich meist, wenigstens bald nach der Magnetisirung der Nadel, etwas ändert, so ist es nothwendig, einige Zeit nach der Neuanschaffung wiederholte Bestimmungen von k auszuführen. Je älter das Instrument dagegen wird, umso mehr wird k seinen Werth behalten.

Ausserdem ist eine erneute Bestimmung von k nothwendig, wenn man dasselbe Instrument an verschiedenen, weit von einander gelegenen Orten der Erdoberfläche benutzt, weil sich alsdann das H und auch das J des Erdmagnetismus ändern, welche die Neigung der Nadel und daher auch die Grösse von G beeinflussen.

Es ist deshalb überhaupt zweckmässig, bei länger andauernden Beobachtungen öfter die horizontale Lage der Neigungsnadel im eisenfreien Terrain zu untersuchen und etwa sich zeigende Fehler durch Verschieben des umgebundenen Fadens zu beseitigen, oder dieselben bei der Konstruktion der Vertikalintensitätskurven zu berücksichtigen. Die Herleitung der Gleichung $G = k \cdot \tan v$ setzte voraus, dass die Nadel im eisenfreien Gebiet genau ausbalanzirt war, also die Ablesung Null am Nordende ergab. Zeigt sich nun eine Abweichung $\mp v'$ von dieser Lage, wobei das positive Zeichen gilt, wenn das Nordende der Nadel tiefer als der Nullpunkt steht, das negative, wenn dasselbe Ende eine nach oben gehende Ablesung zeigt, so ergiebt sich für diesen Fall:

$$G = k(\tan v \mp \tan v') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 318)$$

Bei kleineren Werthen von v kann man auch schreiben:

$$G = k \cdot \tan(v \mp v') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 318a)$$

Ist die Kompassbüchse um einen Winkel η gegen die Vertikale geneigt, so wird:

$$G = k \cdot \tan v \mp R \cdot \tan \eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 319)$$

Die angeführten Fehler werden natürlich beim Gebrauch des Inklinators aus freier Hand am grössten werden, besonders wird dabei auch der Winkel ε in der allgemeinen Gleichung 313 grössere Werthe annehmen können.

Betrachtet man wieder die Grösse der Vertikalintensität G innerhalb eines anziehenden Gebietes, so liegen hier die Verhältnisse im allgemeinen einfacher als bei der Horizontalintensität, da die vertikale Komponente des Erdmagnetismus eliminirt ist.

Der Verlauf von G ist im Grossen und Ganzen, wie bereits bemerkt, aus der einen Kurve Fig. 437, Seite 334, welche für einen vertikalstehenden Magneten gilt, zu ersehen. Mitten über dem Erze befindet sich der grösste Werth von G, der nach beiden Seiten hin erst schnell, dann langsamer abnimmt und ins negative übergeht. Ist das Lager sehr mächtig, oder erstreckt es sich weit in die Tiefe, so nimmt der Maximaltheil der Kurve eine etwas breitere Form an und der Abfall ist nicht so sehr stark.

Die Versuche Tiberg's mit magnetisirten Platten, die gegen den Horizont geneigt lagen (siehe Jern-Kontorets Annaler 1884 Seite 29 flgde.), haben ergeben, dass auch hier die Form der G-Kurve nahe

dieselbe ist wie bei vertikaler Platte; nur wird die negative Zone um so grösser und intensiver, je mehr die Lage der Platten von der Lothrechten abweicht, und zwar ist die negative Intensität am stärksten ausgeprägt auf der Seite, auf welcher sich die Platte befindet; es würde dies bei einem Erzlager der Seite des Hangenden

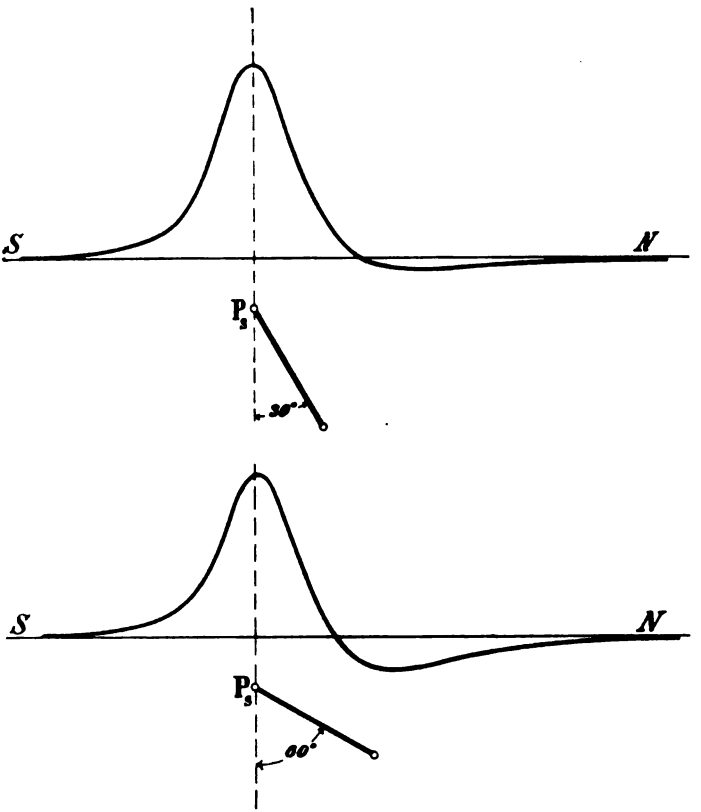


Fig. 468 und 469.

entsprechen. Die obenstehenden Figuren 468 und 469 zeigen das Aussehen der Vertikalintensitätskurven für die beiden Fälle, dass der Magnet unter 60° und unter 30° gegen die Nordsüdrichtung einfiel. Während bei dem Fallwinkel von 60° das Minimum der negativen Intensität in einem beträchtlichen horizontalen Abstand vom Nordpol befindlich ist, liegt es bei einem Fallwinkel von 30° nahezu über dem Nordpol des ablenkenden Magneten.

Die Ausführung der magnetischen Untersuchung über Tage und die Anfertigung von Intensitätsplänen aus den Beobachtungen.

Zeigt sich beim Begehen des zu untersuchenden Gebietes mit dem schwedischen Kompass eine starke Neigung der Nadel, die auf

das Vorhandensein eines magnetischen Erzlagers schliessen lässt, so ermittelt man zuerst mit dem schwedischen Kompass vorläufig diejenigen Stellen, an welchen sich die stärksten Anziehungen zeigen, und verbindet sie durch eine Gerade, die in der Natur abgesteckt wird. Diese Achse wird soweit fortgesetzt, als sich die Anziehung bemerkbar macht, alsdann mit dem Bande gemessen und etwa aller 10 m in derselben Punkte markirt, durch welche Senkrechte zur Achse nach beiden Seiten hin, ebenfalls bis ans Ende der Kompassanziehung, errichtet werden. Auch auf diesen Senkrechten werden, von der Achse ausgehend, Längen von je 10 m abgesetzt und bezeichnet. Auf diese Weise wird das ganze zu untersuchende Feld in Quadrate von 10 m Seitenlänge zerlegt, welche zum bequemen Zurechtfinden bezeichnet werden, etwa die der Achse parallelen Streifen mit Buchstaben, die dazu senkrechten mit Zahlen. Zur etwa nöthigen Fortsetzung oder Erweiterung bezw. Wiederholung einzelner Messungen ist es zweckmässig, sowohl in der Achse als auch auf den dazu Senkrechten in gewissen Abständen die Punkte dauernd festzulegen, etwa durch Pfähle oder Steine.

Die einzelnen Punkte mit ihren Bezeichnungen werden dann auf Millimeterpapier, etwa im Maassstabe 1 : 1000, eingezeichnet und bemerkenswerthe Gegenstände, wie Gebäude, Wege, Wasserläufe, Gruben, Schürfe, Halden und dergl. von den benachbarten Quadratecken aus eingemessen und in die Skizze eingetragen, in der man auch durch angenäherte Höhenschichtenlinien die Höhenlage zur Darstellung bringt. Ist es möglich, Angaben über Streichen und Fallen von Gebirgsschichten im Anziehungsgebiete zu erlangen, so werden diese ebenfalls mit aufgezeichnet.

Hierauf beginnt die eigentliche Untersuchung mit dem Magnetometer.

Man beginnt, nachdem das Instrument im Allgemeinen auf seine Richtigkeit hin untersucht worden ist, mit der Bestimmung des neutralen Winkels α_0 bez. der entsprechenden Ablesung a_0 im neutralen Gebiet an mehreren Stellen und führt den Mittelwerth in die Rechnung ein. Stimmt der gefundene Werth von α_0 nicht ganz mit demjenigen überein, für den man die Tabellen $\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha}$ berechnet hat, so lässt sich die sich zeigende Abweichung durch geringes Verschieben des Ablenkungsmagneten mit dem Schlitten leicht beseitigen. Hierauf wird bei gekantetem Kompass, der senkrecht zum Meridian eines Beobachtungspunktes gestellt wird, die Nadel vorsichtig so ausbalancirt, dass sie Null zeigt, oder wenigstens wird der kleine Winkel v' der Gleichung 318 oder 318a aufgezeichnet, damit er später mit berücksichtigt werden kann.

Alsdann werden an jeder Ecke der Quadrate mit dem Magnetometer in der früher angegebenen Weise die Beobachtungen zur Bestimmung der Horizontal- und Vertikalintensität angestellt, und die hierbei gefundenen Beobachtungswerthe für α, bez. a oder R, sowie für v in die Skizze an den entsprechenden Ecken eingetragen,

wobei die Südpolanziehung durch ein vor das betreffende v gesetztes Minuszeichen angedeutet wird. Bei stark wechselnden Intensitäten müssen nöthigenfalls noch Zwischenstationen, entweder in den Quadratseiten oder innerhalb der Quadrate eingeschalten werden, deren Anzahl je nach dem Zwecke verschieden ist; sie häuft sich besonders, wenn mehrere parallele Lager vorhanden sind.

Für manche Zwecke ist es auch vortheilhaft und nothwendig, das Streichen der Achsenkreuze an verschiedenen Stellen zu kennen; dazu stellt man mittels des Diopters zuerst das Instrument in die Richtung der Achse oder der dazu Senkrechten und liest so am Kompass das Streichen δ der betreffenden Linie ab. Diese Ermittelung geschieht am zweckmässigsten an jeder äussersten Quadratecke des Anziehungsgebietes, wo also R etwa gleich H, bez. G Null ist; das Mittel aus den gesammten Beobachtungen giebt dann die Richtung des mittleren magnetischen Meridians des untersuchten Feldes. Ist dann gleichzeitig noch der astronomische Meridian auf irgend eine Weise ermittelt worden, so kann man die Deklination bestimmen.

Was die Anzahl der Beobachtungen pro Tag anlangt, so giebt Tiberg dieselbe zu 250 bis 300 an bei Benutzung des Magnetometers auf dem Stativ, zu 400 bis 500 beim Gebrauch aus freier Hand. Die Zahl wird natürlich ausser von der Uebung des Beobachters auch von der Bodengestaltung des zu untersuchenden Gebietes abhängig sein.

Ausserdem ist es für eingehende Untersuchung noch nothwendig, die Höhen der einzelnen Beobachtungspunkte über einem beliebigen Horizonte zu ermitteln, wobei nicht sehr grosse Genauigkeit erforderlich ist.

Die Beobachtungswerthe dienen nun zur Herstellung von Intensitätsplänen, und zwar wird gewöhnlich für die horizontale und vertikale Intensität ein besonderer Plan angefertigt. Man wählt hierzu meist den Maassstab 1:1000 (in Schweden 1.800), wenn nicht etwa für besondere Zwecke ein anderes Verjüngungsverhältniss, etwa 1:500, besser ist.

Die Pläne entstehen dadurch, dass man Kurven gleicher Intensität ermittelt, indem man die Beobachtungspunkte nach Maassgabe der im Felde geführten Skizzen aufträgt, die entsprechenden Zahlen anschreibt, und ähnlich wie bei der Konstruktion von Horizontalkurven die gesuchten Zwischenwerthe mit einem Diagramm aufsucht.

In den

Horizontalintensitäts-Plänen

ermittelt man Kurven, die entweder Punkte gleicher Ablenkungswinkel α, beziehungsweise gleicher Ablesungen a, oder auch gleicher Grösse von R verbinden, welche Werthe dann aus der Tabelle Seite 352 oder aus dem Diagramm Figur 460 Seite 355 in der früher angegebenen Weise entnommen werden.

Im ersten Falle zeichnet man die Kurven für die Maximalwerthe von α, oder entsprechend für die Minimalwerthe von a, für

welche $R < H$ ist, von 10^0 zu 10^0, für die Minimalwerthe von α oder entsprechend für die Maximalwerthe von a, denen $R > H$ zukommt, von 5^0 zu 5^0 fortschreitend auf.

Im zweiten Falle konstruirt man Kurven, die Punkte verbinden, in denen etwa $R = 1{,}00$, 1,20, 1,30, 1,70 und 2,50 . H ist.

Die neutrale Linie ($R = H$) wird roth, die Maximalkurven von α (entsprechend den Minimalkurven von a) werden grün und die Minimalkurven von α (entsprechend den Maximalkurven von a) gelb ausgezogen. Die innerhalb der Kurven gelegenen Maximal- und Minimalgebiete werden mit der Farbe der Kurven angelegt und zwar um so kräftiger, je mehr die die Flächen umschliessenden Kurven von dem Werthe 1 . H abweichen.

Gebäude, Wege, Schächte und dergleichen werden ohne Farbe nur durch Tuschlinien nach den gemessenen Maassen eingetragen.

Die Pläne erhalten eine Aufschrift über den Ort, die Zeit, die Beobachtungsmethode, den Beobachter, das Instrument und den neutralen Winkel α_0 bez. die neutrale Ablesung a, wenn nicht die R direkt angegeben sind.

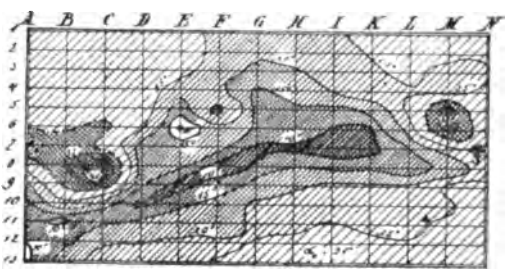


Fig. 470.

Nebenstehende Fig. 470 zeigt einen solchen Horizontalintensitätsplan im Maassstab 1 : 1000, der in schwarzer Manier dargestellt ist. Die neutrale Linie ist strichpunktirt, die Maximalgebiete ($\alpha > \alpha_0$) sind kreuzweise, die Minimalgebiete ($\alpha < \alpha_0$) einfach schraffirt. Die Schraffur ist um so stärker gehalten, je mehr die von 5^0 zu 5^0 fortschreitenden Kurven gleicher Horizontalintensität vom Werthe α_0 abweichen.

Eine bessere Uebersicht wird natürlich durch eine farbige Darstellung gegeben.

Die Kurven der

Vertikalintensitäts-Pläne

verbinden Punkte gleicher Vertikalintensitäten innerhalb des untersuchten Feldes. Man kann auch hier wieder, wie bei der Horizontalintensität, die Punkte gleicher Winkel v ermitteln und verbinden, oder auch diejenigen Punkte, in denen $G = k \cdot \tan v$ denselben Werth besitzt. Für die Konstruktion der ersteren ist eine Kenntniss der Konstante k nicht nothwendig, für die der zweiten berechnet man sich am besten ein für allemal für das betreffende Instrument eine Tabelle. Zweckmässig ist es auch für manche weitere Untersuchungen oder Konstruktionen, sich eine Tangentenkurve aufzuzeichnen, indem man als Abscissen die Grade, als Ordinaten die

Tangentenwerthe, bezogen auf irgend eine Einheit, aufträgt. Figur 471 zeigt eine derartige Kurve, aus der man die Tangenten bequem abnehmen kann.

In der folgenden Tafel sind der Vollständigkeit halber die Tangenten von Grad zu Grad fortschreitend auf drei Decimalen angegeben.

Die Kurven konstruirt man ebenfalls entweder von 10 zu 10°, oder von 5 zu 5° fortschreitend, oder auch ausgedrückt in H, etwa für die Punkte, in den G = 0,0, 0,1, 0,2, 0,4, 0,8, 1,6, 3,2 . H ist. Dadurch erreicht man, dass die Kurven nicht so dicht aneinanderkommen, sodass die Uebersichtlichkeit des Planes nicht darunter leidet.

Die positiven Vertikalintensitätskurven (Nordpolanziehung) werden mit blauer, die negativen (Südpolanziehung) mit rother Farbe ausgezogen, und die Flächen, ähnlich wie bei der Horizontalintensität, mit den entsprechenden Farben in verschiedener Stärke angelegt.

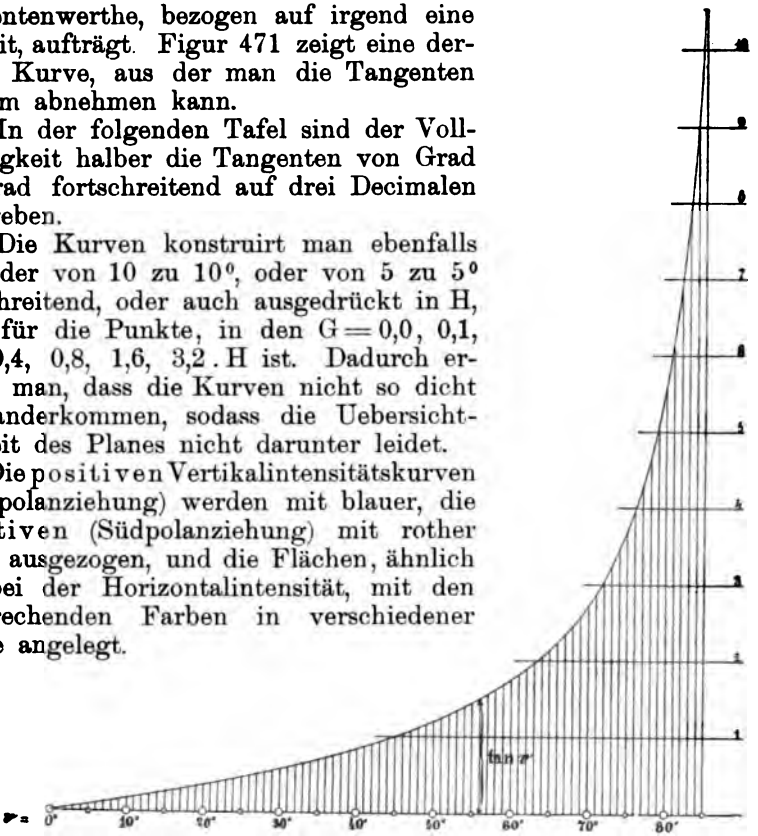


Fig. 471.

Werthe der Tangenten.

v	tan v	v	tan v	v	tan v	v	tan v	v	tan v	v	tan v
0°	0,000	15	0,268	30	0,577	45°	1,000	60°	1,732	75°	3,732
1	0,017	16	0,287	31	0,601	46	1,036	61	1,804	76	4,011
2	0,035	17	0,306	32	0,625	47	1,072	62	1,881	77	4,331
3	0,052	18	0,325	33	0,649	48	1,111	63	1,963	78	4,705
4	0,070	19	0,344	34	0,675	49	1,150	64	2,050	79	5,145
5	0,087	20	0,364	35	0,700	50	1,192	65	2,145	80	5,671
6	0,105	21	0,384	36	0,727	51	1,235	66	2,246	81	6,314
7	0,123	22	0,404	37	0,754	52	1,280	67	2,356	82	7,115
8	0,141	23	0,424	38	0,781	53	1,327	68	2,475	83	8,144
9	0,158	24	0,445	39	0,810	54	1,376	69	2,605	84	9,514
10	0,176	25	0,466	40	0,839	55	1,428	70	2,747	85	11,430
11	0,194	26	0,488	41	0,869	56	1,483	71	2,904	86	14,301
12	0,213	27	0,510	42	0,900	57	1,540	72	3,078	87	19,081
13	0,231	28	0,532	43	0,933	58	1,600	73	3,271	88	28,636
14	0,249	29	0,554	44	0,966	59	1,664	74	3,487	89	57,290
15°	0,268	30	0,577	45°	1,000	60°	1,732	75°	3,732	90°	∞

Die Pläne werden ebenso wie die Horizontalintensitätspläne in der nöthigen Weise vervollständigt, besonders muss auf denselben die Grösse der Konstanten k angegeben werden, da sonst eine Vergleichung mit später, etwa bei vorgeschrittenem Abbau, über dasselbe Feld angestellten Messungen nicht möglich ist.

Figur 472 zeigt einen Vertikalintensitätsplan im Maassstabe 1:1000 über dasselbe Feld, über welches der Horizontalintensitätsplan Figur 470 hergestellt ist, ebenfalls in schwarzer Manier ausgeführt. Die Linie der Punkte, für welche $G = 0$ ist, ist strichpunktirt, die Kurven der G verbinden

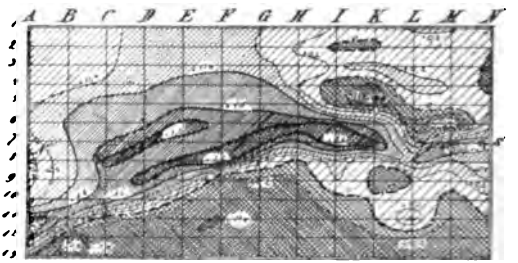


Fig. 472.

Punkte mit den Vertikalintensitäten $G = 0{,}2$, 0,4, 0,8, 1,6 und 3,2 . H. Die Flächen der positiven Intensitäten (Nordpolanziehung) sind einfach, die Flächen der negativen G (Südpolanziehung kreuzweise schraffirt. Die Schraffur wird um so kräftiger, je mehr die die Fläche umschliessenden Kurven vom Werthe 1 . H abweichen.

Auch hier ist natürlich die farbige Darstellung übersichtlicher.

Für eingehendere Untersuchungen, wie sie etwa bei Parallellagern nothwendig werden, sind die sog. Profilkurven sehr zweckmässig, die in der Weise entstehen, dass man ein Querprofil aus dem Vertikalintensitätsplan herausträgt, als Abscissen die Abstände der einzelnen Beobachtungspunkte, und als Ordinaten die an den einzelnen Punkten gemessenen Werthe für G, oder die entsprechenden Ordinaten aus der Tangentenkurve Figur 471 aufträgt. In

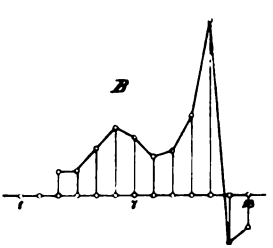


Fig. 473.

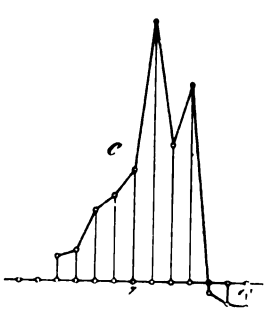


Fig. 474.

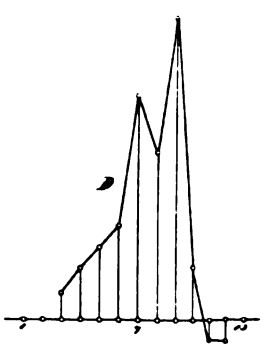


Fig. 475.

dieser Weise sind die 4 nebenstehenden Profilkurven Figuren 473 bis 476 durch *B*, *C*, *D* und *E* des Vertikalintensitätsplans entstanden. Es wird später, Seite 381 noch einmal darauf zurückzukommen sein.

Zur grösseren Vervollständigung der Untersuchungen zeichnet man dann, wenn eine grössere Anzahl von Beobachtungen des Streichens δ angestellt worden sind, Pläne, die die Punkte gleicher Deklination verbinden.

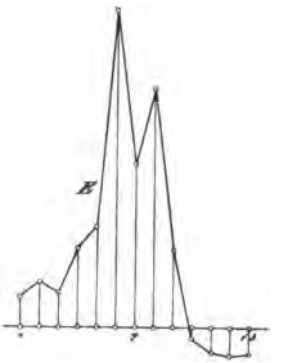


Fig. 476.

Was aus den Intensitätsplänen zu ersehen ist.

Wie schon angeführt, sind die Vertikalintensitätspläne diejenigen, welche am meisten Aufschluss über das Erzvorkommen geben, während die Horizontalintensitätspläne nur für ganz einfache Fälle, wenn es sich z. B. nur um eine Erzlinse oder ein kleineres Erzlager handelt, zur Aufsuchung des Erzes benutzt werden können; sie gewähren in zusammengesetzten Fällen keine Uebersicht mehr. Das Folgende bezieht sich daher nur auf Vertikalintensitätspläne.

Sind die Kurven gleicher Vertikalintensität lang ausgestreckt, so giebt ihre Längenausdehnung die Streichrichtung des Erzlagers an. Nach Tiberg deutet ferner ein Maximum der Intensität gewöhnlich das Ausstreichen des Lagers an; dieses Maximum kann auch zwischen zwei nahe an einander befindlichen Lagern gelegen sein, in welchem Falle die Intensität zwischen den Lagern selbst wenig oder gar nicht bemerkbar, aber dann verhältnissmässig schnell abnimmt. Versuche haben ergeben, dass, wenn zwei gleichartig magnetische und gleichstarke, in horizontaler Richtung langausgestreckte Magnetpole sich in derselben Höhe befinden, man dann ein einziges, grosses, gemeinsames Maximalgebiet erhält, wenn die Horizontalentfernung der beiden Lagerstätten von einander höchstens so gross ist, wie die Höhe der Beobachtungsebene über den beiden Polen; dagegen erhält man zwei Maxima, die annähernd über den beiden Erzpolen liegen, wenn der Abstand der Lagerstätten von einander grösser ist, als die Höhe der Beobachtungsebene über den Polen. Ist die Beobachtungsebene geneigt gegen den Horizont, so ist das Maximum nach der tiefer gelegenen Terrainseite hin verschoben und zwar um so mehr, je steiler der Abfall ist und je tiefer der obere Erzpol liegt. Auf dem Vertikalintensitätsplan, Figur 472, sind zwei solche getrennte Maxima, mit 3,2 bezeichnet, vorhanden. Die Anwesenheit der beiden Parallellager geht noch deutlicher aus den Profilkurven Figur 473 bis 476 hervor.

Die Längenausdehnung des Erzlagers wird, besonders wenn es regelmässig ist, meist näherungsweise durch den längsten Durchmesser einer der das Maximum am nächsten umschliessenden Kurve angegeben. Es kann aber das Erz auch, vor Allem, wenn sein Streichen N—S ist oder wenig davon abweicht, bis zur Grenze der Nordpolanziehung und darüber hinausgehen, weil am nördlichen Ende gewöhnlich eine Südpolanziehung auftritt.

Ferner können regelmässige, langgestreckte Kurven, die ein langes, aber schmales Maximalgebiet umgeben, immer als Zeichen einer regelmässigen Lagerstätte angesehen werden. Zeigen sich hierbei unsymmetrische Ausbiegungen der Kurven, so sind sie meist Parallellagern zuzuschreiben. Unregelmässige Kurven deuten auf mehr oder weniger unregelmässige Erzverhältnisse; bezeichnend für die letzteren sind auch sehr ausgebreitete, oft ziemlich kreisförmige Maximalgebiete, innerhalb welcher die Intensität wenig oder gar nicht bemerkbar wechselt.

Nimmt die Vertikalintensität eines Lagers nach der einen Seite hin langsamer ab als nach der andern, sind mit anderen Worten die Kurven auf der einen Seite, vom Maximum aus gerechnet, weiter von einander entfernt als auf der andern, so liegt dies entweder daran, dass das Terrain nach der ersten Seite hinzu abfällt, oder dass das Lager nach dieser Seite zu fällt. Auf der Seite des Hangenden sind die Kurven weiter von einander entfernt, als auf der des Liegenden. Der Plan Figur 472 zeigt, dass die Lager nach Osten einfallen.

Das Gebiet der jedes Erzlager umgebenden Nordpolanziehung wird stets durch ein negatives Intensitätsgebiet umschlossen, welches von dem unteren Erzpole erzeugt wird. Befindet sich das Lager tief unter der Beobachtungsebene, so ist die Südpolanziehung so schwach, dass sie kaum bemerkt wird; streicht es dagegen nahezu aus, so zeigt sich eine etwas stärkere Südpolanziehung, die umsomehr an Ausbreitung gewinnt, je tiefer sich der untere Erzpol befindet und je grössere Längenausdehnung derselbe besitzt.

Bei flachfallenden Erzlagerstätten tritt in der Regel auf der Seite des Hangenden eine schwächere oder stärkere Südpolanziehung auf; sie wird um so grösser, je flacher das Einfallen ist.

Lagerstätten, bei denen die Erstreckung nach der Länge gegen die nach der Tiefe zu überwiegt, zeigen, hauptsächlich wenn sie nordsüdlich streichen, gewöhnlich am nördlichen Ende eine Südpolanziehung. Hat diese einen kleinen Umfang, so deutet sie meist auf kleinere, langgestreckte Lager hin; bei grösserem Umfang ist ein längerer, ununterbrochener Gang die Ursache, und zwar wächst auch hier das negative Intensitätsgebiet mit zunehmender Tiefe des unteren Poles und mit seiner zunehmenden Längenausdehnung. Es kommt auch vor, dass die Nordpolanziehung die ganze obere Fläche des Lagers bis zum nördlichsten Ende desselben überdeckt, während sich eine weitgehende Südpolanziehung theils nördlich, theils auf den Seiten des Lagers ausbreitet; in diesem Falle hat man es mit einem sehr tiefgehenden Lager zu thun. Gänge von nicht abbauwürdigen Gesteinsarten, welche längere Erzlager durchsetzen, geben sich oft durch Südpolanziehung auf ihrer Südseite zu erkennen.

Eine Südpolanziehung kann auch in einem kleinen, neben einem sehr grossen Lager befindlicher Erze durch Induktion der letzteren entstehen, doch ist dieser Fall verhältnismässig selten; dagegen hat es den Anschein, als ob zwei sehr nahe aneinander gelegene Erzpole, die entstehen, wenn etwa ein langgestrecktes Lager durch

einen schmalen Gang unterbrochen wird, sich wesentlich verstärken könnten.

Streicht ein Lager an einem Abhang aus, so entsteht im Allgemeinen an der tieferen Seite eine Südpolanziehung, während die Nordpolanziehung mehr oder weniger zurückgedrängt wird. Ist das Terrain am tieferen Ende horizontal und erzfrei, so breitet sich die Südpolanziehung gewöhnlich weit aus und kann als Maassstab für das Tiefgehen des Erzes dienen. Entsprechend hat die Nordpolanziehung in dem Falle, dass ein Lager unter einer Ebene neben einem Abhange oder in diesem selbst liegt, eine grössere Ausdehnung aufwärts am Abhang, als in der Ebene selbst.

Man sieht also, dass es ausserordentlich wichtig ist, die Höhenverhältnisse des Terrains mit anzugeben und zu berücksichtigen.

Es mag noch weiter hervorgehoben werden, dass Erzhaufen und Halden, oder aufrechtstehende eiserne Gegenstände oft recht lästige Abweichungen hervorrufen können; es ist infolgedessen deren Anwesenheit mit aufzuzeichnen.

Zur eingehenden Beurtheilung verwickelter Verhältnisse, wie sie, wie schon bemerkt, bei Parallellagern auftreten, benutzt man die sog. Profilkurven, die am zweckmässigsten senkrecht zum Streichen der Lager gelegt werden. Trägt man dieselben, wie auf Seite 380 angegeben, auf, so ist aus ihnen meist ohne Weiteres ersichtlich, ob mehrere Parallellager vorhanden sind oder nicht

Zeigen die Profilkurven aussergewöhnliche Formen, so kann man durch Hineinprojektiren von verschiedenen Vertikalintensitätskurven, wie sie durch einzelne Lager erzeugt würden, sehr gute Ergebnisse erhalten. Untenstehende Figur 477 zeigt beispielsweise

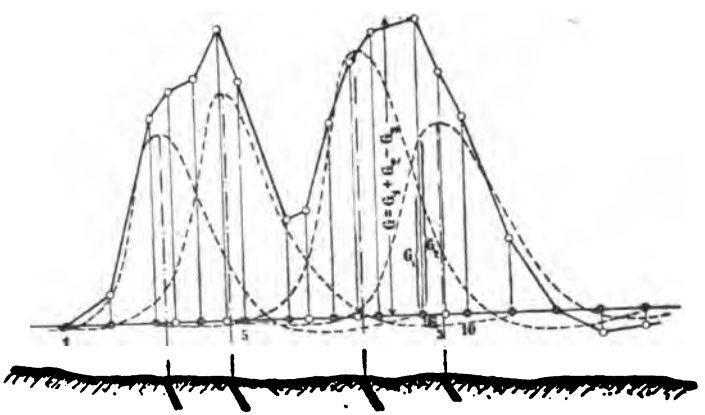


Fig. 477.

ein derartiges Erzvorkommen, in dem 4 Parallellager in Wirklichkeit vorhanden sind. Die gebrochene, ausgezogene Linie giebt die durch die Beobachtungen gefundenen Werthe für die Vertikalintensität G auf dem Felde an, die gestrichelten Kurven sind projek-

tirte ideelle Intensitätskurven; nahezu senkrecht unter ihren Maximalwerthen ergeben sich die einzelnen Parallellager. Die Ordinaten der gebrochenen Linien setzen sich aus der algebraischen Summe der Ordinaten der ideellen Vertikalintensitätskurven zusammen, wie dies in der Figur für Station 9 angegeben ist. In ähnlicher Weise lässt sich auch die resultirende Intensitätskurve aus einem Lager mit positiver und einem nahegelegenen mit negativer Intensität ermitteln. Dass dabei eine völlige Uebereinstimmung nicht stattfinden kann, ist wohl ohne Weiteres klar.

Die magnetischen Untersuchungen unter Tage.

Die magnetischen Untersuchungen unter Tage, die man in Schweden als „Kraftpfeilmessungen" bezeichnet, haben hauptsächlich den Zweck, festzustellen, in welcher Teufe man sich in Bezug auf ein im Abbau begriffenes Lager befindet; oder auch, ob seitlich von einer aufgefahrenen Strecke noch andere Erzlager vorhanden sind oder nicht. Man kann das Verfahren übrigens auch im nicht magnetischen Gebirge verwenden, wenn es sich um Auffindung eines gebrochenen Bohrgestänges handelt, welches eine Strecke nicht getroffen hat. Im letzteren Falle ist die Anwendung des Tiberg'schen Magnetometers zweckmässiger als andere Verfahren.

Da diese Messungen immer auf verhältnissmässig engen Strecken vorgenommen werden, die Beobachtungspunkte also nahe aneinanderliegen, so ist schon von vornherein klar, dass die Messungen möglichst genau ausgeführt werden. Weiter ist ersichtlich, dass die Messungen zu keinem Ziele führen werden, wenn das Gestein in der Nähe des Instrumentes magnetisch ist, sei es in der Sohle, der Förste oder an den Stössen, weil in Folge der Anziehungswirkung eine kleine Erzdruse oder ein Stück Magnetit in der Nähe des Instrumentes auf die Magnetnadel eine grössere Anziehung ausüben kann, als eine grössere Erzansammlung, die aber mehrere Meter vom Instrument entfernt ist.

Man untersucht das Gestein daraufhin, indem man mit dem Grubenkompass an der Sohle, der Förste und den Stössen entlanggeht und besonders an vor- oder einspringenden Stellen zusieht, ob die Magnetnadel Abweichungen zeigt. Es muss dies dann in den Aufzeichnungen mit bemerkt werden.

Das Prinzip der Messung besteht darin, dass man die Grössen R und δ ermittelt und hieraus, und aus der bekannten Grösse und Richtung von H Kräfteparallelogramme zeichnet, in denen R die Diagonale, und H, sowie das gesuchte F, Seiten sind.

Die die Kräfte nach ihrer Grösse darstellenden Linien werden nach dem Vorgang der Graphostatik am Ende mit einer Pfeilspitze bezeichnet, wodurch die Bezeichnung Kraftpfeilmessung entstanden ist.

Die Ausführung der Messungen.

In der Strecke, in der die Beobachtungen angestellt werden sollen, wird eine gerade Linie etwa durch eine Schnur versinnlicht, diese gemessen und in Abschnitte von 2, 3 bis höchstens 5 m zerlegt, welche Punkte besonders an der Schnur bezeichnet werden, entweder durch angesteckte Klammern oder durch umgebundene Fäden Unter diesen so bezeichneten Punkten wird das Instrument auf dem Stative horizontal aufgestellt. Durch Drehen um die vertikale Achse stellt man es mittels des Diopters in die gerade Linie ein und liest bei horizontal liegendem Kompass den Winkel δ, also den Winkel, den die Richtung der Resultanten R im Beobachtungspunkte mit der Schnur bildet, ab. Durch Einmessen der Schnur auf bekannte feste Punkte der Strecke, oder auf irgend eine andere Weise erhält man das magnetische Streichen δ_0 der Schnur, also den Winkel, den die Richtung der Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus mit der Schnur bildet.

Die resultirende Horizontalkomponente R aus der Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus und aus der Horizontalkraft F des seitlichen Erzlagers wird nach der Sinusmethode möglichst scharf bestimmt.

Ebenso wird dann in bekannter Weise die Grösse der Vertikalintensität G des Erzes bei vertikal stehender Kompassbüchse gemessen und aufgezeichnet.

Mitunter wird das ganze Instrument mittels einer besonderen Aufhängevorrichtung auch an die dann sehr straff angespannte Schnur angehangen. Man hat aber hierbei verschiedene Unbequemlichkeiten und ist leichter Fehlern durch Abweichung des Instrumentes aus seiner richtigen Lage ausgesetzt; es ist in Folge dessen die Aufstellung unter einer mässig gespannten Schnur vorzuziehen. Kann man einmal das Instrument aus irgend welchem Grunde nicht genau unter den Schnurpunkten, die man auf die Kompassmitte herablothet, aufstellen, so wird die Abweichung gemessen und aufgezeichnet; man ist aber auch im letzteren Falle im Stande, das Instrument parallel zur Schnurrichtung für die Ermittlung von δ zu stellen. Man braucht nur in einer grösseren Entfernung vom Instrumente die Abweichung auf derselben Seite von der Schnur abzumessen, und den so bezeichneten Punkt mit dem Diopter einzustellen.

Ferner ist es nothwendig, möglichst oft seitlich von der Geraden Beobachtungspunkte zu wählen, um zu ermitteln, nach welcher Seite hin die Horizontalintensität abnimmt.

In ähnlicher Weise ist öfter durch Beobachtungen in verschiedenen Höhen die Ab- oder Zunahme der Vertikalintensität festzustellen, und zwar beobachtet man das G so nahe wie möglich an der Förste und an der Sohle.

Nachdem die Beobachtungen beendigt sind, wird über das untersuchte Gebiet ein Riss, etwa im Maassstabe 1 : 100, angefertigt, der die Beobachtungsstrecke mit ihren festen Punkten, sowie die

Gerade mit ihren Beobachtungspunkten, enthält. Auf diesem Risse wird die Richtung δ_0 des magnetischen Meridians gegen die Schnur aufgetragen und durch jeden Beobachtungspunkt eine Parallele gezogen, die dann die Horizontalintensität H durch ihre in allen Punkten gleiche Länge in einem gewissen Maassstabe, etwa H = 50 mm oder H = 100 mm darstellt. Ebenso wird die Grösse der nach der Sinusmethode bestimmten Resultanten R, die für jeden Beobachtungspunkt im Allgemeinen verschieden ist, unter dem jedesmaligen beobachteten Winkel δ mit der Richtung der Schnur aufgezeichnet, ebenfalls ausgedrückt in H. Aus den so für jeden Punkt vorhandenen Grössen und Richtungen von H und R wird auf bekannte Weise die Grösse und Richtung von F, das dann vom seitlichen Erzlager herrührt, durch Konstruktion eines Kräfteparallelogrammes ermittelt.

Die den Kräften R, H und F entsprechenden Linien werden gewöhnlich durch besondere Farben hervorgehoben und an ihren Enden mit Pfeilspitzen bezeichnet.

Figur 478 Seite 387 giebt die zeichnerische Darstellung einer derartigen Messung; die durch die Beobachtungspunkte gehenden, schwach ausgezogenen, parallelen Geraden von gleicher Länge stellen die Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus, die stark ausgezogenen Linien nach Grösse und Richtung δ die verschiedenen R, und die strichpunktirten Linien die durch Konstruktion des jedesmaligen Kräfteparallelogramms ermittelten Werthe von F nach Grösse und Richtung dar.

Als allgemeine Regel für die

Ermittelung der Lage des Erzes aus den ausgeführten Kraftpfeilmessungen

giebt Tiberg in der schon öfter erwähnten Abhandlung in Jern-Kontorets Annaler 1884 Seite 65 Folgendes an:

„Wenn nun sämmtliche oder ein grosser Theil der Kraftpfeile ungefähr nach derselben Stelle zeigen, und ausserdem diejenigen Pfeile die längsten sind, die dieser Stelle am nächsten liegen, so steht zu vermuthen, dass dort das Erz zu finden ist, wenn gleichzeitig die Vertikalintensität negativ ist. Je nachdem die Pfeile mit ihren Spitzen oder mit ihren hinteren Enden zusammenlaufen, befindet sich die Beobachtungsebene oberhalb und unterhalb der magnetischen Mitte des Erzes. Hierbei ist zu bemerken, dass diese magnetische Mitte oder Mittelschicht oft auch nicht annähernd mit der Mitte eines Lagers zusammenfällt, was theils durch Unregelkeiten im Lager selbst, theils durch dessen Horizontalausdehnung begründet ist. Ist nämlich diese letztere gross, so ist meist das Bestreben vorhanden, am nördlichen Lagerende eine stärkere Südpolanziehung herbeizuführen. Ist die Vertikalintensität positiv, so kann das Erz als über oder unter der Beobachtungsebene liegend angesehen werden; jedoch streng genommen nur bei einem mehr aufrechtstehenden Lager.

Dass da, wo irgend ein stärkeres bekanntes Erz in der Nähe der Untersuchungsstrecke liegt, eine solche Messung meist ohne Erfolg für die Auffindung eines neuen Lagers bleibt, ist wohl klar. Das Gleiche ist der Fall, wenn das gesuchte Lager zufälliger Weise seine magnetische Mitte in derselben Höhe wie die Beobachtungsstrecke hat; doch können in diesem Falle die Messungen der Vertikalintensität Anlass zur Fortsetzung der Versuchsarbeit geben."

In dem in untenstehender Figur 478 dargestellten Falle würden

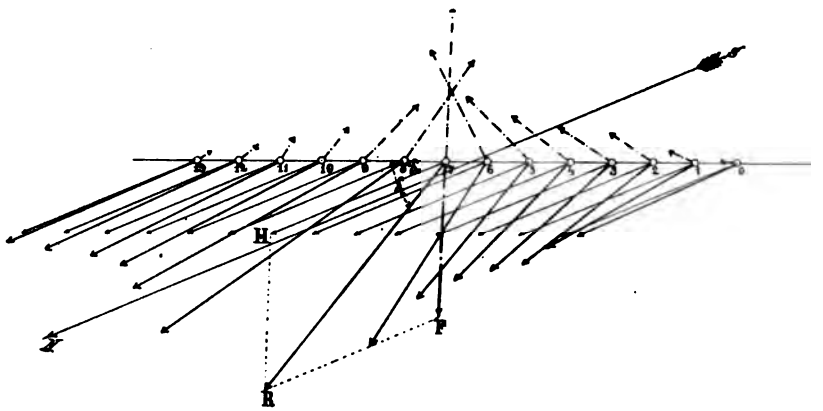


Fig. 478.

die Grössen F mit ihren hinteren Enden zusammenlaufen. Sie sind deshalb auch gleich in entgegengesetzter Richtung aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass die meisten der F und besonders die längsten, auch nach einem Punkte hinzeigen. Eine vollständige Uebereinstimmung ist natürlich auch hier nicht zu erwarten.

Eine eingehendere Betrachtung für diese Messung, die zu den schwierigeren gehört, giebt das auf Seite 355 angeführte Schriftchen von Dahlblom.

Die Bestimmung der Lage der Erzpole oder der Erstreckung des Erzes in die Tiefe.

Die Bestimmung der Lage der Erzpole kann je nach Umständen auf verschiedene Weise ausgeführt werden, es wird hierbei auch wieder gewöhnlich die Voraussetzung, die der Wahrheit ziemlich nahe kommt, gemacht, dass sich die Erzlagerstätte wie ein ideeller Magnet verhält.

Zuerst handelt es sich meist um die Ermittlung der Lage des oberen Poles des Erzes, und auch hierfür hat Tiberg in seiner Abhandlung in Jern-Kontorets Annaler Seite 43 ff. Regeln angegeben. Es ist für die Berechnung des oberen Poles nothwendig, mindestens zwei Bestimmungen der Vertikalintensität auszuführen, eine gerade über dem Pole P_s in A, die andere in B, in einem Horizontalabstand e von A (siehe Fig. 479.)

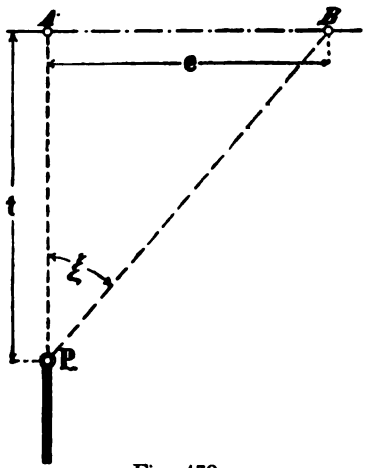


Fig. 479.

Ist nun noch:

- t die Tiefe des oberen Poles unter *A*,
- v_{max} der Ausschlagswinkel bei der Messung der Vertikalintensität in *A*,
- v der Ausschlagswinkel bei der Messung der Vertikalintensität in *B*,
- G_{max} die Vertikalintensität selbst in *A*,
- G die Vertikalintensität selbst in *B* und
- M die magnetische Kraft des oberen Erzpoles im Abstande 1 von diesem,

so ergiebt sich die Vertikalkraft G_{max} in *A* nach Gleichung 314:

$$G_{max} = \frac{M}{t_2} = k \,.\, \tan v_{max} \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 314a)$$

Im Punkte *B* ist die magnetische Kraft:

$$\frac{M}{\left(\frac{t}{\cos \xi}\right)^2} = \frac{M \cos^2 \xi}{t^2}$$ und die Vertikalkomponente G:

$$G = \frac{M \cos^3 \xi}{t^2} = k \,.\, \tan v \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 314b)$$

Aus Gleichung 314a und 314b folgt:

$$\frac{M}{t^2 \,.\, k} = \tan v_{max} = \frac{\tan v}{\cos^3 \xi}$$ oder:

$$\cos^3 \xi = \frac{\tan v}{\tan v_{max}} = \tan v \,.\, \cot v_{max} \quad . \quad . \quad . \quad 320)$$

und schliesslich:

$$t = e \,.\, \cot \xi \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 321)$$

Die folgende Tafel giebt mit dem Eingang $\tan v \,.\, \cot v_{max}$ ohne Weiteres die entsprechenden Werthe von $\cot \xi$ und ξ von 0,5 Grad zu 0,5 Grad bis 90° fortschreitend.

(Siehe Tafel auf Seite 389.)

In Bezug auf die Wahl der Lage der Linie *AB* ist zu bemerken, dass dieselbe bei konzentrirten Lagern beliebig ist, bei langgestreckten Erzen dagegen muss sie durch den Maximalintensitätspunkt senkrecht zum Streichen des Lagers gewählt werden.

Es muss noch hinzugefügt werden, dass man in der Regel mit denjenigen Werthen von v, die dem v_{max} am nächsten liegen, die genauesten Werthe für die Tiefe t erhält, es soll besonders tan v

Tafel der cot ξ und ξ.

$\frac{\tan v}{\tan v_{max}}$	cot ξ	ξ	$\frac{\tan v}{\tan v_{max}}$	cot ξ	ξ	$\frac{\tan v}{\tan v_{max}}$	cot ξ	ξ
		°			°			°
1,0000	∞	0,0	0,6495	1,732	30,0	0,1250	0,577	60,0
0,9999	114,589	0,5	0,6397	1,698	30,5	0,1194	0,566	60,5
0,9995	57,290	1,0	0,6298	1,664	31,0	0,1139	0,554	61,0
0,9990	38,188	1,5	0,6199	1,632	31,5	0,1086	0,543	61,5
0,9982	28,636	2,0	0,6099	1,600	32,0	0,1035	0,532	62,0
0,9971	22,904	2,5	0,5999	1,570	32,5	0,0985	0,521	62,5
0,9959	19,081	3,0	0,5899	1,540	33,0	0,0936	0,510	63,0
0,9944	16,350	3,5	0,5798	1,511	33,5	0,0888	0,499	63,5
0,9927	14,301	4,0	0,5698	1,483	34,0	0,0843	0,488	64,0
0,9908	12,706	4,5	0,5597	1,455	34,5	0,0798	0,477	64,5
0,9886	11,430	5,0	0,5497	1,428	35,0	0,0755	0,466	65,0
0,9863	10,385	5,5	0,5396	1,402	35,5	0,0713	0,456	65,5
0,9837	9,514	6,0	0,5295	1,376	36,0	0,0673	0,445	66,0
0,9808	8,777	6,5	0,5194	1,351	36,5	0,0634	0,435	66,5
0,9778	8,144	7,0	0,5094	1,327	37,0	0,0596	0,424	67,0
0,9746	7,596	7,5	0,4993	1,303	37,5	0,0560	0,414	67,5
0,9711	7,115	8,0	0,4893	1,280	38,0	0,0526	0,404	68,0
0,9674	6,691	8,5	0,4793	1,257	38,5	0,0492	0,394	68,5
0,9635	6,314	9,0	0,4694	1,235	39,0	0,0460	0,384	69,0
0,9594	5,976	9,5	0,4594	1,213	39,5	0,0430	0,374	69,5
0,9551	5,671	10,0	0,4495	1,192	40,0	0,0400	0,364	70,0
0,9506	5,396	10,5	0,4397	1,171	40,5	0,0372	0,354	70,5
0,9459	5,145	11,0	0,4299	1,150	41,0	0,0345	0,344	71,0
0,9410	4,915	11,5	0,4201	1,130	41,5	0,0319	0,335	71,5
0,9359	4,705	12,0	0,4104	1,111	42,0	0,0295	0,325	72,0
0,9306	4,511	12,5	0,4008	1,091	42,5	0,0272	0,315	72,5
0,9251	4,332	13,0	0,3912	1,072	43,0	0,0250	0,306	73,0
0,9194	4,165	13,5	0,3817	1,054	43,5	0,0229	0,296	73,5
0,9135	4,011	14,0	0,3722	1,036	44,0	0,0209	0,287	74,0
0,9075	3,867	14,5	0,3628	1,018	44,5	0,0191	0,277	74,5
0,9012	3 732	15,0	0,3536	1,000	45,0	0,0173	0,268	75,0
0,8948	3,606	15,5	0,3443	0,983	45,5	0,0157	0,259	75,5
0,8882	3,487	16,0	0,3352	0,966	46,0	0,0142	0,249	76,0
0,8815	3,376	16,5	0,3262	0,949	46,5	0,0127	0,240	76,5
0,8746	3,271	17,0	0,3172	0,932	47,0	0,0114	0,231	77,0
0,8675	3,172	17,5	0,3084	0,916	47,5	0,0101	0,222	77,5
0,8602	3,078	18,0	0,2996	0,900	48,0	0,0090	0,213	78,0
0,8528	2,989	18,5	0,2909	0,885	48,5	0,0079	0,203	78,5
0,8453	2,904	19,0	0,2824	0,869	49,0	0,0069	0,194	79,0
0,8376	2,824	19,5	0,2739	0,854	49,5	0,0060	0,185	79,5
0,8298	2,748	20,0	0,2656	0,839	50,0	0,0052	0,176	80,0
0,8218	2,675	20,5	0,2574	0,824	50,5	0,0045	0,167	80,5
0,8137	2,605	21,0	0,2492	0,810	51,0	0,0038	0,158	81,0
0,8054	2,539	21,5	0,2412	0,795	51,5	0,0032	0,149	81,5
0,7971	2,475	22,0	0,2334	0,781	52,0	0,0027	0,141	82,0
0,7886	2,414	22,5	0,2256	0,767	52,5	0,0022	0,132	82,5
0,7800	2,356	23,0	0,2180	0,754	53,0	0,0018	0,123	83,0
0,7712	2,300	23,5	0,2105	0,740	53,5	0,0015	0,114	83,5
0,7624	2,246	24,0	0,2031	0,726	54,0	0,0011	0,105	84,0
0,7535	2,194	24,5	0,1958	0,713	54,5	0,0009	0,096	84,5
0,7444	2,146	25,0	0,1887	0,700	55,0	0,0007	0,087	85,0
0,7353	2,097	25,5	0,1817	0,687	55,5	0,0005	0,079	85,5
0,7261	2,050	26,0	0,1749	0,674	56,0	0,0003	0,070	86,0
0,7168	2,006	26,5	0,1681	0,662	56,5	0,0002	0,061	86,5
0,7074	1,963	27,0	0,1616	0,649	57,0	0,0001	0,052	87,0
0,6979	1,921	27,5	0,1551	0,637	57,5	0,0001	0,044	87,5
0,6883	1,881	28,0	0,1488	0,625	58,0	0,0000	0,035	88,0
0,6787	1,842	28,5	0,1426	0,613	58,5	0,0000	0,026	88,5
0,6691	1,804	29,0	0,1366	0,601	59,0	0,0000	0,017	89,0
0,6593	1,767	29,5	0,1307	0,589	59,5	0,0000	0,009	89,5

nicht kleiner werden als $^1/_3 \tan v_{max}$. Da bei einem flach einfallenden Lager die Intensitätskurven auf der Seite des Liegenden enger an einander kommen, als auf der Seite des Hangenden, so werden demnach auch die Beobachtungen auf der Seite des Liegenden im Allgemeinen die sichersten Ergebnisse liefern. Man thut auch hier am besten, aus mehreren Beobachtungen das Mittel zu nehmen, da natürlich auch hier keine Uebereinstimmung zu erwarten steht.

Beispielsweise war in einem Falle auf der Seite des Liegenden:

$$v = 48^0{,}1 \quad v_{max} = 74^0{,}8 \quad e = 20 \text{ m} \quad \text{folglich} \quad t = 18 \text{ m},$$

an einer anderen Stelle desselben Lagers war:

$$v = 33^0{,}9 \quad v_{max} = 70^0{,}4 \quad e = 20 \text{ m} \quad \text{folglich} \quad t = 16 \text{ m}.$$

Aus einer Beobachtung auf der Seite des Hangenden ergab sich $t = 20$ m, also ganz gute Uebereinstimmung.

Aus den Gleichungen 320 und 321 kann man übrigens die beiden leicht zu merkenden Regeln ableiten:

Die Tiefe t des oberen Erzpoles unter dem Punkte *A* ist gleich dem horizontalen Abstande des Punktes mit der Maximalintensität G_{max} von demjenigen Punkte, für den man $^1/_3$ der Maximalintensität erhält, oder auch gleich dem $1^1/_3$fachen Abstande zwischen Maximum und $^1/_2$ Maximum.

Die zweite Regel ist die zuverlässigere.

Ist in der Nähe des Erzlagers ein seigerer Schacht im unmagnetischen Gebirge vorhanden, so kann man die Lage des oberen Erzpoles dadurch ermitteln, dass man in verschiedenen Schachtteufen die Grösse der Vertikalintensität G bestimmt. Sind z B. zwei Beobachtungspunkte A und B im Schachte vorhanden, an denen die Vertikalintensitäten G_A und G_B gefunden wurden, und ist der seigere Abstand zwischen A und B gleich n Meter, sowie der Abstand des Punktes B, welcher als dem Lager näher liegend angenommen werden mag, vom Erzpole gleich t, so ist, wenn wieder wie früher M die Anziehung in der Entfernung 1 bezeichnet:

$$G_A = \frac{M}{(t+n)^2}; \quad G_B = \frac{M}{t^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 322)$$

Durch Division beider Gleichungen durcheinander findet man dann leicht:

$$t = -\frac{n\sqrt{\frac{G_A}{G_B}}}{1-\sqrt{\frac{G_A}{G_B}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 323)$$

Diese Formel, sowie die Tiberg'schen Regeln sind unter der Voraussetzung abgeleitet, dass man es mit einem vertikalstehenden ideellen Magneten zu thun hat.

Da diese Bedingungen in der Praxis nicht erfüllt sind, so bestimmt man am zweckmässigsten die Tiefe des oberen Erzpoles unter der Beobachtungsebene auf empirischem Wege.

Man legt zu diesem Zwecke durch den Punkt mit der grössten Vertikalintensität G_{max} senkrecht zum Streichen des Lagers eine Linie und macht auf dieser in kurzen Abständen von 2 bis 5 m einige Beobachtungsstationen, auf welchen man in der früher angegebenen Weise G, R und δ ermittelt. Aus diesen Beobachtungen bestimmt man zeichnerisch die Grössen F, und aus diesen und den zugehörigen G berechnet man aus der Gleichung:

$$\tan \varphi = \frac{G}{F}$$

den Winkel φ, der die Richtung der Kraftlinien gegen den Horizont angiebt. Trägt man alsdann die Stationslinie in einem bestimmten Maassstabe auf und trägt die φ und F entsprechend an, so schneiden sich die Linien wieder nahezu in einem Punkte, dessen Abstand von der Stationslinie dann den Abstand des oberen Erzpoles in dem benutzten Maassstabe angiebt.

Auch hier liefern die Beobachtungen bei flach einfallenden Lagern auf der Seite des Liegenden die genaueren Werthe.

Die folgende Methode ist zwar etwas umständlicher, giebt aber noch etwas genauere Werthe als die vorige.

In nebenstehender Figur 480 sind die um einen ideellen Magneten konstruirten Kurven gleicher Totalintensität U dargestellt, und man sieht daraus, dass die Kurven in der Nähe der Pole als Kreise mit den Polen als Mittelpunkten betrachtet werden können.

Man legt nun durch den Punkt *B*, für den G_{max} gefunden worden ist, wieder, wie bei der vorigen Be-

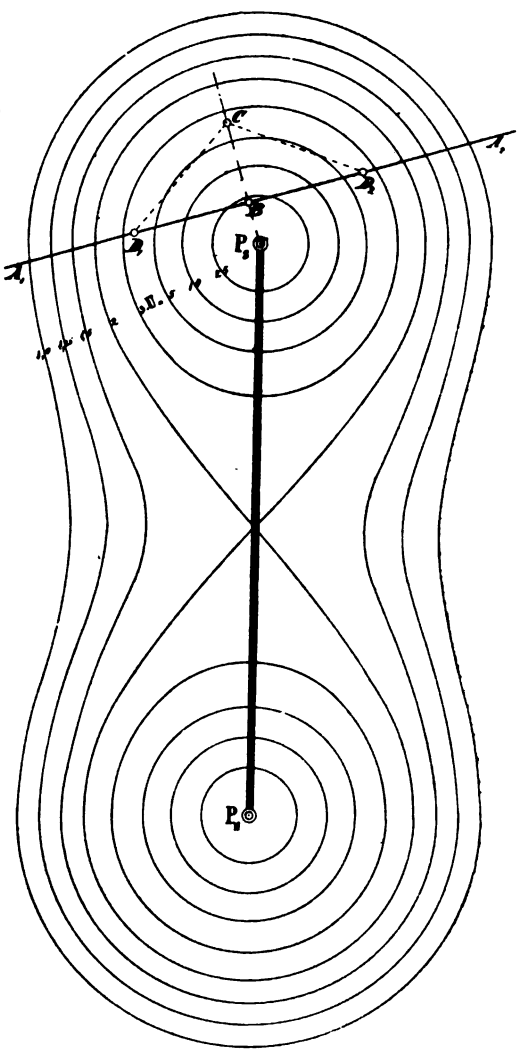


Fig. 480.

stimmungsweise, eine Gerade $A_1 A_2$ senkrecht zum Streichen des Lagers und beobachtet in kurzen Entfernungen von einander die Grössen G, R und δ. Um das G senkrecht über der Beobachtungsebene durch den Punkt B in verschiedenen Höhen ermitteln zu können, stellt man zwei Leitern gegeneinander und beobachtet auf diesen in verschiedenen gemessenen Abständen von der Beobachtungsebene die Vertikalintensität G. Hat man in einem Punkte C, senkrecht über B um die Höhe h und ausserdem so gelegen, gefunden, dass F_c nahezu Null, also $G_c = U_c$ ist, und rechnet man für die einzelnen Beobachtungspunkte der Linie $A_1 A_2$ die betreffenden U nach der Gleichung $U = \sqrt{F^2 + G^2}$ aus, so kann man in den Geraden $A_1 A_2$ die beiden Punkte D_1 und D_2 ihrer Lage nach bestimmen, in denen das $U = G_c$ ist.

Aus den drei Punkten C, D_1 und D_2 erhält man dann den oberen Erzpol P_s als Mittelpunkt des durch C, D_1 und D_2 gehenden Kreises.

Der Abstand t des oberen Erzpoles P_s von B ergiebt sich dann entweder auf zeichnerischem Wege, oder indem man sich erst den Radius des Kreises berechnet aus der Gleichung:

$$r = \frac{e^2 - h^2}{2h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 324)$$

worin e noch den Mittelwerth der beiden Strecken $D_1 B$ und $B D_2$ bezeichnet; das t ist dann gleich $r - h$. Es mag noch bemerkt werden, dass diese Methode bei sehr flach fallenden Lagern, etwa unter 30°, keine guten Ergebnisse liefert.

Man wird selbstverständlich auch hier die Grösse t aus den Kombinationen verschiedener Beobachtungen ermitteln, um grössere Sicherheit zu erlangen.

Zur Ermittlung der Lage des unteren Erzpoles oder der Erstreckung des Lagers in die Teufe schlägt Dahlblom das folgende empirische Verfahren als sehr zweckmässig vor, welches er auch durch eine grössere Anzahl von Beobachtungen erprobt hat.

Ueber den Punkt der grössten Vertikalintensität des Erzes wird möglichst genau senkrecht zu dessen Streichen eine Linie nach beiden Seiten etwa doppelt solang, als das Gebiet der Nordpolanziehung des Erzlagers reicht, abgesteckt, und auf dieser Strecken von etwa 10 m Länge abgesetzt. Auf jedem dieser Streckenendpunkte wird das Instrument horizontal aufgestellt, und dann die drei Grössen δ, R und G möglichst genau auf die früher angegebene Weise (R nach der Sinusmethode) ermittelt.

Die Richtung des magnetischen Meridians bestimmt man entweder als Mittelwerth der δ an denjenigen Beobachtungspunkten, an denen G nahezu Null und R nahe gleich H ist, oder aus astronomischen Beobachtungen und der Deklination.

Aus den Grössen δ, R und H ermittelt man auf die früher angegebene Weise die Grössen F, welche ebenso wie G in Theilen von H ausgedrückt sind. Hierauf wird aus den zusammengehörigen Werthen von G und F der Winkel φ, den die Kraftlinie im be-

treffenden Beobachtungspunkte mit der Horizontalebene bildet, aus der Gleichung:

$$\tan \varphi = \frac{G}{F}$$

berechnet, die Beobachtungspunkte der Geraden aufgetragen und die ihnen zukommenden berechneten Werthe von φ beigeschrieben.

Denkt man sich andrerseits das Erzlager als einen ideellen Magneten, und wäre das Einfallen des Erzes gegen die Beobachtungsebene, sowie der Abstand dieser bis zum oberen Erzpole im Verhältniss zur Länge $P_S P_N$ des ideellen Magneten bekannt, so könnte man in die Darstellung Figur 481, Seite 394, der Kraftlinien eine der Beobachtungslinie entsprechende Gerade eintragen, welche dann in einem gewissen Massstabe die Kraftlinien in Punkten schneidet, in denen die abgenommenen Werthe von φ eben so gross wie die nach Gleichung $\tan \varphi = \frac{G}{F}$ berechneten sind. Es handelt sich dann nur um die Bestimmung des Maassstabes. Nimmt man beispielsweise an, dass auf der in der Kraftlinienfigur eingetragenen Beobachtungslinie die beiden Punkte, in denen etwa $\varphi = 90^0$ und $\varphi = 0$ ist, 50 mm beträgt, während der Abstand der beiden Punkte, für die berechneten Werthe von $\varphi = 90^0$ und $\varphi = 0^0$ bestehen, gleich 100 m ist, so würde der gesuchte Maassstab $= \frac{0{,}05}{100} = \frac{1}{2000}$ sein. Wäre also die Länge des Magneten in der Kraftlinienfigur 100 mm, so würde die Länge des Erzmagneten $0{,}1 \cdot 2000 = 200$ m betragen.

Da nun in der Praxis das Fallen des Erzes und der Polabstand von der Beobachtungslinie nicht ganz scharf bestimmt ist, so muss man zu Näherungsverfahren greifen, welche unter Umständen zu wiederholen sind. Man zieht nämlich in Figur 481 eine der Beobachtungslinie entsprechende beliebige Gerade AB. Diese Linie wird besonders aufgezeichnet, wie in Figur 482 Seite 395 in AB ersichtlich ist, auf ihr die Schnittpunkte mit den Kraftlinien aus Figur 481 aufgetragen, und die diesen Punkten zukommenden Winkel φ aus Figur 481 mit einem Transporteur entnommen, beigeschrieben. Durch den Punkt C dieser Geraden, die dem Werthe $\varphi = 90^0$ angehört, wird unter einem beliebigen Winkel die Gerade DE gezogen, und auf ihr, vom Punkte C aus gerechnet, die Stationen der Beobachtungsgeraden etwa im Maassstabe 1:1000 aufgetragen und ihnen die aus den Beobachtungen berechneten Werthe von φ beigeschrieben.

Die Verbindungslinien entsprechender Werthe von φ auf beiden Linien würden dann parallel werden, wenn sich das Erz wie ein ideeller Magnet verhielte und die Beobachtungen und Konstruktionen ohne Fehler wären; es würde dann auch das Verhältniss $\frac{d_1}{d_2} \cdot 1000$ den gesuchten Maassstab liefern, wobei d_1 den Abstand zweier Punkte auf der verjüngten Beobachtungslinie DE, d_2 den Abstand der ent-

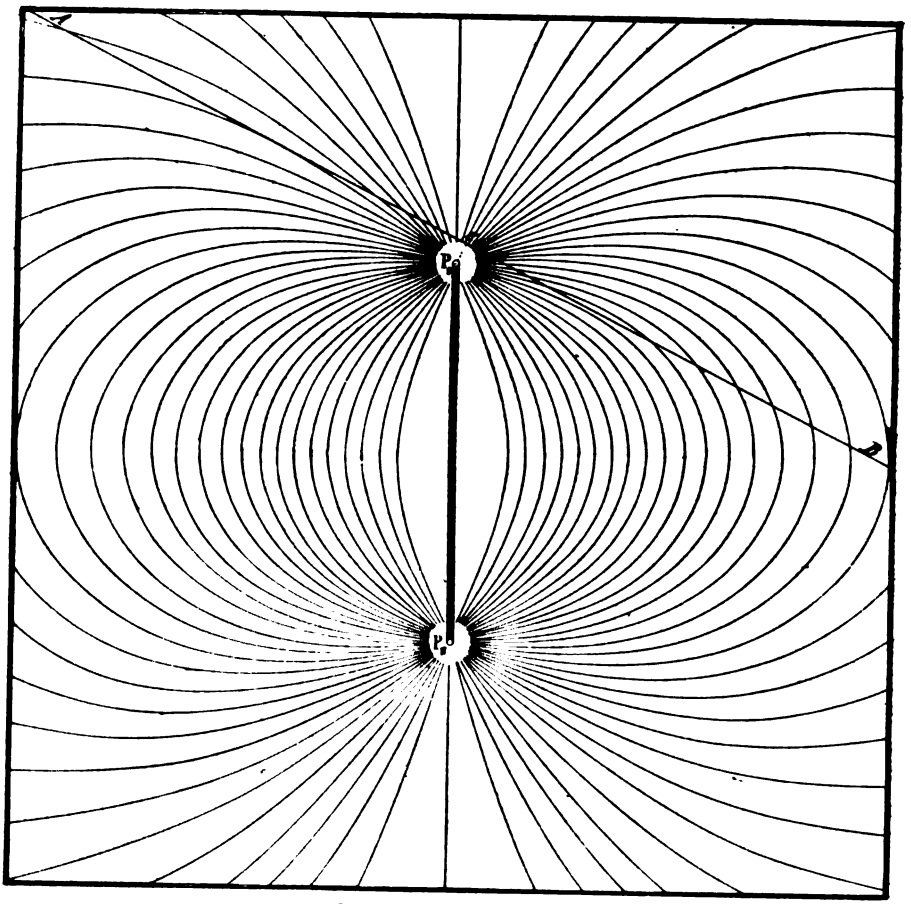


Fig. 481.

sprechenden Punkte auf der Linie AB in der Kraftliniendarstellung bedeutet.

Die Verbindungslinien werden jedoch aus den angeführten Gründen nicht parallel werden, besonders werden sie in der Nähe des Punktes C stärker divergiren.

Nach einiger Uebung erkennt man bald, ob die angenommene Gerade AB genügenden Parallelismus der Verbindungslinien und somit genügende Genauigkeit in der Bestimmung der Teufenerstreckung liefert. Ist dies nicht der Fall, so wiederholt man das Verfahren mit einer geänderten Linie AB.

In dem in Fig. 482 gezeichneten Beispiele ist nun: der Maassstab für die Beobachtungslinie DE gleich 1:4000, das Verhältniss $\frac{d_1}{d_2}$ gleich $\frac{81 \text{ mm}}{123 \text{ mm}} = 0{,}66$, die Länge $P_S P_N$ in der Kraftlinien-

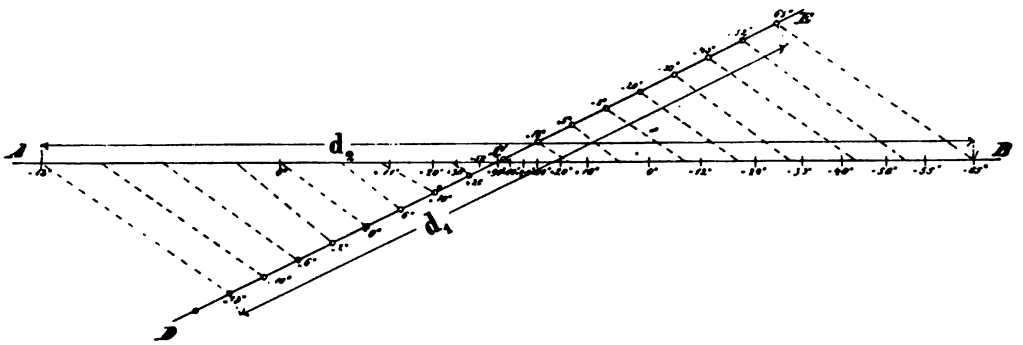


Fig. 482.

darstellung Fig. 481 gleich 0,05 m; folglich der Abstand 2 l der beiden Erzpole:

$$2\,l = 0{,}66 \cdot 4000 \cdot 0{,}05 = 130 \text{ m}.$$

Man kann also auf verhältnissmässig schnelle Weise auch die Erstreckung in die Tiefe — oder besser gesagt, den Polabstand — ermitteln. Man hat hierbei noch den Vortheil, dass, da man eigentlich eben den Polabstand erhält, das Indieteufegehen immer zu klein gefunden wird, weil sich ja die Pole nicht an den äussersten Enden eines Lagers befinden.

Es mag noch angeführt werden, dass unter Umständen die Kraftlinien, wie sie für Magnete mit verschieden starken Polen gelten, besseren Parallelismus der Linien in der letzten Konstruktion geben.

Inhaltsverzeichniss.

Abgeben 11.
Abkneipen beim Längenmessen an einer Schnur 90.
Ablenkungsmagnet beim Magnetometer 341.
Ablenkungswinkel bei der Bestimmung der Horizontalintensität 347.
— bei der Bestimmung der Vertikalintensität 369.
Ablesedeklinatorium 315.
Ablesevorrichtungen, Nonius 29.
— Mikroskop 54.
Abnehmen des Fallens 131.
— des Streichens 131.
Abplattung der Erde 3.
Abschiebetransporteur 275.
Abschreiten einer Geraden 85.
Absehen 66.
Abstand des scheinbaren vom wahren Horizont 7.
Abstecken von Geraden 78.
— von rechten Winkeln 79.
Abweichung von der Geraden 92.
Abziehen 11.
Achromatische Linsen 53.
Achsen, Haupt- 71.
— horizontale 144.
— Kipp- 144.
— mechanische 71.
— optische 71.
— Ring- 71.
— vertikale 142.
— Visir- 71.
— Ziel- 71.
Aequator 3.
Aequatorebene 3.
Alhidade 140.
Alhidadenlibelle 195.
Alhidadentransporteur von Nagel 275.
Anfertigung von Grubenrissen 270.
— von Horizontalintensitätsplänen 377.
— von Plänen gleicher Deklination 381.
— von Vertikalintensitätsplänen 378.
Anschlussmessungen auf magnetischem Wege 306.
— mit dem Theodoliten 279.
Anschluss von Theodolitzügen an feste Linien 223.
Anschlusswinkel beim Lothen 290.
Armstative 76.
Arretirung der Magnetnadel 113.
Astronomischer Meridian 8.
Astronomisches Streichen 9.
Aufhängung der Magnetnadel an Fäden 311, 316, 320.
— der Magnetnadel auf Spitzen 316.
— der Magnetnadel im Magnetometer 338.
— der Magnetnadel im schwedischen Kompass 337.
Aufstellung, excentrische, des Theodolits 179, 264.
Aufstellung in den Lothpunkten 288.
Aufstellungsvorrichtungen 74, 186.
Aufsuchen von Schnittpunkten gerader Linien 84.
Ausdehnung von Längenmaassen durch die Wärme 94.
Ausführung der Längenmessungen 88.
— der magnetischen Untersuchungen über Tage 375.
— der magnetischen Untersuchungen unter Tage 385.
Ausgleichsgewichtchen für die Magnetnadel 113, 346.
Ausschlag der Libelle 38.
Ausschlagwinkel bei der Bestimmung der Horizontalintensität 347.
— bei der Bestimmung der Vertikalintensität 369.
Austortiren eines Kokonfadens 315.
Auszug des Fernrohrs 62.
Azimuth 9.

Bandmaass für Grubenmessungen 86.
— für Tagemessungen 86.
Befahren der Grubenbaue 129.
Beleuchtung des Gesichtsfeldes 149.
Berechnung der Schwingungsdauer der Lothe 283.
— von Kompasszügen 129.
— von Theodolitzügen 223.
Berichtigung der Libelle 44.

Berichtigung des Magnetometers 343.
— des Mikroskopes 59.
— des Nivellirinstrumentes 247.
— des schwedischen Kompasses 338.
— des Theodolits 209.
— des Winkelspiegels 81.
Beseitigung der Parallaxe des Fadenkreuzes 68.
Bestimmung des Streichwinkels mit dem Hängezeuge 124.
Bewegung von Achsen zwischen Spitzen 145.
Bezeichnung von Punkten über Tage 24.
— in der Grube 24.
Bezifferung des Gradbogens 101.
— des Höhenkreises am Theodolit 188.
— des Kompasses 115.
— des Kompasses im Magnetometer 338.
— rechtsinnige 115.
— widersinnige 115.
Blasenlänge der Libelle 42.
Borchersscbe Hängelatte 256.
— Methode für Schwingungsbeobachtungen 284.
Brathuhnsches Centrirbänkchen 185.
— verschärftes Verfahren zur Bestimmung des Streichens 125.
— Methode für Schwingungsbeobachtungen 284.
Braunsdorfsches Hilfshängezeug 136.
Breite, als Coordinate 11.
— geographische 4.
Breithauptscher Magnettheodolit 316.
Brennpunkt 52.
Brennweite 52.

Centralstrahlen 53.
Centrirbänkchen von Brathuhn 185.
Centriren der Objektivlinse 71.
— der Okularlinse 71.
— des Fadenkreuzes 72.
— des Theodolits 181.
Centrirspitzen 181.
Centrirteller von Junge 284.
Coordinaten 11.
— Breite 11.
— ebene 12.
— Länge 11.
— Soldnersche 14.
— sphärische 12, 14.
— sphäroidische 12.
— Umformung, ebene 17.
— Umformung, sphärische 19.
Cylinder der Horizontalachsen 144.

Dämpfung von Magnetschwingungen 312.
Dahlblomscher Arm am Magnetometer 355.
Deklination, absolute 313.
— magnetische 8, 307.
— der Sonne 309.
Deklinatorien 310.
Deklinatorium von Edelmann 312.
— von Fennel 320.
— von Gauss 311.
— von Schmidt-Neumayer 317.
— selbstschreibende 315.
Diopter 66, 147.
Distanzmesser 201.
Doppelte Zenithdistanz 189.
Dosenlibelle 50.
Dreiecksschlussfehler 235.
Dreifuss 143.
Durchbiegung des Messbandes 96.
Durchmesser, gleiche, der Zapfen 144.
Durchschlagen des Fernrohrs 148.

Ebene, horizontale 5.
— lothrechte 4.
— vertikale 4.
— wagrechte 5.
Ebensohle 9.
Edelmannsches Deklinatorium 312.
Einrichtung in die Gerade 78.
Einschwenken 79.
Einspielen der Libelle 37.
Eisenscheiben 139.
Empfindlichkeit der Libelle 38.
— der Magnetnadel 112.
Erde 3.
Erdachse 3.
Erdmeridianquadrant 3.
Ermittelung der Lage des oberen Erzpoles 387.
— der Lage des unteren Erzpoles 392.
— der Schwingungsdauer von Lothen 283.
Erstreckung eines Erzlagers in die Tiefe 387.
Erzpol, oberer 387.
— unterer 392.
Excentricität am Gradbogen 105.
— der Signalmitte 206.
Excentricitäten am Kompass 118.
— konstante 119.
— periodisch-veränderliche 119.
— regellose 119.
Excentricitäten am Theodolit 150.
— der Alhidade 150.
— der Höhenkreisalhidade 189.
— des Fernrohrs 175.
Excentrische Aufstellung des Signals 265.
— des Theodolits 179.
Excentrische Winkelmessung 179.

Fadenaufhängung des Magneten 311 316, 320.
Fadenkreuz 66.
— Centriren desselben 72.
— Parallaxe desselben 68.
Fadentorsion 315.
Fallcosinus 11.
Fallwinkel 9.
Fallen einer Lagerstätte 9.
Fallsinus 11.

Fehler am Gradbogen 104.
— am Hängezeuge 123.
— am Kompass 118.
— am Magnetometer 343.
— am Nivellirinstrument 247.
— am Theodolit 150.
— bei Längenmessungen 90.
— beim Zulegen 272.
Fehlerfortpflanzung beim Kompasszug 137.
— beim Theodolitzug 238.
Fehlergrenzen bei Kompasszügen 137.
— bei Theodolitzügen 237, 239.
Fennelsches Deklinatorium 320.
Fernrohr, astronomisches 61.
— excentrisches 175.
— Galileisches 60.
— holländisches 60.
— Keplersches 61.
— terrestriches 61.
— Auszug desselben 62.
— Durchschlagen desselben 148.
— Fadenkreuz desselben 66.
— Gesichtsfeld desselben 64.
— Helligkeit desselben 65.
— Länge desselben 62.
— Objektiv desselben 69, 70.
— Okular desselben 69, 70.
— Umlegen desselben 148.
— Vergrösserung desselben 63.
— Zielachse desselben 66.
Fernrohrbussole 127, 136.
Feste Linie 24.
Fester Winkel 24.
Festpunkte 24.
Fixiren der Lothe nach dem Schmidtschen Verfahren 284.
— der Winkelpunkte 222.
Flache Länge 8.
— Linie 8.
Flacher Riss 11.
Flächenbestimmungen 328.
Freiberger Aufstellung 187.
Freiliegen der Schnuren 131.
Fusspunkt 4.
Gausssche Einheiten 308.
— Hilfsfernrohre 73.
Gausssches Deklinatorium 311.
Gedächtnisstafeln 26.
Gedingtafeln 26.
Gegenzug 11.
Genauigkeit der Anschlussmessungen 306.
— der Kompasszüge 137.
— der Längenmessungen 90.
— der Nivellements 258.
— der Theodolitzüge 232.
— der Winkelmessung 220.
Geographische Breite 4.
— Länge 4.
Geometrisches Nivellement 246.
Gesichtsfeld des Fernrohrs 64.
Gestalt der Erde 3.
Gestreckte Polygonzüge 181.
Glasprismen 150.
Gradbogen 100.
Gradeintheilung, alte 23.
— neue 23.
Grösse der Erde 3.
Grubenlatte von Borchers 256
— von Schmidt 257.
Grubenmessung 185, 221.
Grubenzug 11.
Grundlagen für die Grubenmessungen 23.
Grundriss 278.

Hängekompass 120.
Hängelatte 256.
Hängelibelle 37.
Hängezeug 120.
— von Hildebrand 122.
— von Osterland 122.
— von Rössler 121.
— von Studer 121.
Hakenlinie 123.
Halbachse des Erdellipsoids, grosse 3.
— des Erdellipsoids, kleine 3.
Hansensches Verfahren 292.
Hauptachse des Fernrohrs 71.
Hauptfallen 133.
Hauptstreichen 133.
Helligkeit des Fernrohrs 65.
Hildebrandsche Aufstellung 187, 255.
Hildebrandscher Magnettheodolit 316.
— Röhrenkompass 319.
HildebrandschesGrubennivellirinstrument 246.
— Hängezeug 123.
— Lothungsinstrument 182, 301.
Hilfsfernrohre von Gauss 73.
Hilfshängezeuge 136.
Hilfsquerprofile 327.
Höhe des scheinbaren Horizontes über dem wahren 6, 8.
Höhenkreis des Theodolits 188.
Höhenmessungen 242.
Höhenunterschied 242.
Höhenwinkel 220.
Horizontalintensität des Erdmagnetismus 336.
— des Erzlagers 332.
— Sinusmethode 348.
— Tangentenmethode 347.
Horizontalkomponente des Erdmagnetismus 336.
— des Erzlagers 332.
Horizontalkurven 323.
Horizontalstellen von Achsen 48.
— von Ebenen 48.
— von Linien 48.
Horizontalwinkel 215.
Horizont, künstlicher 201.
— scheinbarer 5, 7.

Horizont, wahrer 5, 7.
Huyghenssches Okular 69.

Indexfehler des Gradbogens 105.
— des Theodolits 213.
Indifferente Ablesung 350.
Indifferenter Ablenkungswinkel 350.
Inklination 307.
Inklinator von Tiberg 338.
Intensität, horizontale des Erdmagnetismus 307, 336.
— des Erzlagers 332, 347.
— vertikale des Erdmagnetismus 337.
— des Erzlagers 332, 368.
Isodynamen 307.
Isogonen 307.
Isoklinen 307.
Jahrestafeln 26.
Jungesche Aufstellungsschraube 186.
Jungescher Centrirteller 285.
Jungesches Lothverfahren 289.
Justirbret 39.

Kammerlibelle 35.
Kastenbussole 316.
Klammern 25.
Kokonfaden 316.
Kollimationsfehler des Hängezeuges 124.
— des Theodolits 159.
Kollimatoren von Gauss 73.
Kompass 111.
— -Büchse 111.
— -Napf 111.
— -Spitze 111.
— -Theilung 114.
— -Zug 129.
— schwedischer 337.
Konsole 76.
Kraftlinien 334.
Krampen 25.
Kreuzriss 11, 278.
Kreuzschnuren 134.
Künstlicher Horizont 201.
Kurven der Horizontalintensität eines Erzes 366, 377.
— der Tangenten 379.
— der Vertikalintensität eines Erzes 378.
— gleicher Deklinatin 307, 381.
— gleicher Inklination 307, 378.
— gleicher Intensität 307, 366.

Lachtermaass 21.
Länge 11.
— des Fernrohrs 62.
— geographische 4.
Längenausdehnung eines Erzlagers 381.
Längenmaasse 19.
— deutsche 20.
— englische 21.
Längenmessung 87.
Längenprofil 324.
Längung von Lothschnuren 290.
Lamontsches Magnetoskop 313.
Lattenabschnitt 201.
Latten zum Längenmessen 86.
— zum Nivelliren von Borchers 256.
— zum Nivelliren von Schmidt 257.
Legebret 39.
Libellen 34.
— Dosen- 35.
— Hänge- 37.
— Kammer- 35.
— Röhren- 35.
— Ausschlag derselben 38.
— Berichtigung 45.
— Empfindlichkeit 39.
— Prüfung 46.
— Theorie 37.
— Umsetzen 44.
— Werth eines Skalentheils derselben 39.
Limbus des Theodolits 140.
Linsen, achromatische 53.
— concave 51.
— convexe 51.
— Brennpunkte derselben 53.
— Brennweite derselben 53.
Locheisen 26.
Lochsteine 24.
Lothdraht aus Messing 282.
Lothe 34.
Lothhäkchen 25.
Lothschnuren 289.
Lothschwingungen 283.
Lothungen in verschiedene Sohlen 306.
— mechanische 281.
— optische 301.
Lothverfahren von Junge 289.
— von Schmidt 288.
— von Weisbach 290.
Lupe, einfache 53.
— Vergrösserung derselben 53.
— von Wilson 54.

Maassstäbe, Transversal- 22.
— verjüngte 21.
— Zeichnungs- 21.
Magnetische Elemente 307.
— Instrumente 279.
— Observatorien 310.
Magnetischer Meridian 8.
Magnetisches Moment 370.
— Bestimmung desselben 371.
Magnetisches Streichen 307.
Magnetnadel 8, 111.
— Form derselben 113.
— Hütchen 111.
Magnetometer, kombinirtes von Thalén-Tiberg 338.
— Prüfung und Berichtigung desselben 343.
Magnetoskop von Lamont 313.
Markscheiderstufen 26.
Markscheiderzug 11.

Massenberechnung 323.
Massentransporte 323.
Meridian 4.
Meridianstein 24.
Meridian-Zeichenstein 24.
Messband 86
Messlatte 87.
Messkeil 32.
Messkette 87.
Messschraube 33.
Messstäbe 86.
Messung kleiner Winkel 49.
Messung der Polygonwinkel 127.
Messung der Streichwinkel 127.
Messungsfehler, unvermeidliche 98.
— zufällige 98.
Metallne Plattentransporteure 274.
Mikrometerschraube 33.
Mikroskope 54.
Mirenspiegel 313.
Missweisung 8.
Mittagsebene 3.
Mittagslinie 4.

Nadir 4.
Nägel 26.
Nagel-Hildebrand'sche Lothungsinstrumente 182.
— Berichtung desselben 184.
Nagel'sche Alhidadentransporteure 275.
— Longimeter 276.
Nebenmessung 130.
Neigung der Schnuren 130.
Neigungswinkel 9.
Neutrale Linie 366.
— Punkte 365.
Neutrales Gebiet 348.
Nivellement 246.
— in der Grube 246.
— über Tage 246.
Nivellementsmethoden 258.
Nivellirinstrumente 246.
— Aufstellung derselben 255.
Nonius 29.
— Angabe desselben 29.
— nachtragender 31.
— Ueberstriche desselben 31.
— vortragender 31.
Nordpol der Erdachse 3.
Normaldeklination 313.

Objektivlinse des Fernrohrs 60.
— Centrirung derselben 71.
— des Mikroskops 54.
Okularlinse des Fernrohrs 60.
— Centrirung derselben 71.
— des Mikroskops 54.
Ordinate 11.
Orientirungsfehler beim Kompass 124.
Orientirungsmessungen 279.
Orientirungsmessungen, auf magnetischem Wege 307.
Ortung 9.

Parallaxe des Fernrohrs 68.
— Beseitigung derselben 68.
Parallelebene 4.
Parallele Querprofile 325.
Pfriemen 26.
Planimeter 328.
Polhöhe 4.
Polygonale Züge 221.
Polygonschlüsse 235.
Polygonzug 295.
Pothenotisches Verfahren 293.
Prisma 80.
— der Freiberger Aufstellung 187.
Prismenkreuz 82.
Profile, Längen- 324.
— Quer- 324.
Profilkurven 380.
Projection des scheinbaren Horizonts auf den wahren 6.
— optisch oder mech. durch Lothe 281.
Prüfungen der Libelle 45.
— des Gradbogens 104.
— des Hängezeuges 123.
— des Magnetometers (Thalén-Tiberg) 343.
— des Nivellirinstruments 247.
— des Theodolits 209.
— des Winkelspiegels 81.
Punkte. feste und verlorene 221.
Punkteisen 25.

Quadratnetz 276.
Quarzfäden 316.
Querprofile 324.
Querriss 11.
Quetschsperrung von Studer 113.

Ramsdensches Okular 70.
Randstrahlen 53.
Rechen im Mikroskop 57.
Rechtsinnige Bezifferung 115.
Reducirte Mittel 218.
Reiterlibelle 37.
Repetitionstheodolit 142.
Repetitionswinkelmessung 216.
Richtung, horizontale 5.
— lothrechte 4.
— vertikale 4.
Richtungsmessungen 159, 217.
Richtungswinkel 15.
Ringachse bei Fernrohren 71.
Riss, flacher 11.
— Grund- 11.
— Kreuz- 11.
— Quer- 11.
— Seiger- 11.
Röhrenkompass von Hildebrand 319.
Röhrenlibelle 35.

Saalbänder 133.
Saeculare Veränderung der Deklination 310.
Satzweise Messung 218.
Schätzmikroskop 54.
Scheitelpunkt 4.
Schichtenlinien 323.
Schlaffe Schnuren 130.
Schlussfehler im Dreieck 236.
— im Polygon 231.
Schmidt-Neumayer'sches Deklinatorium 317.
Schmidtsche Grubenlatten 257.
Schmidtsches Lothverfahren 288.
— verschärftes Verfahren zur Streichwinkelbestimmung 125.
Schraubenmikroskop 56.
Schrittzähler 85.
Schwedischer Kompass 337.
Schwingen der Lothe 283.
Schwingungsbeobachtungen 283.
Sehnen 273.
Sehnenmaassstab 273.
Seigere Linie 8.
Seigerhöhe 8.
Seigerpunkt 9.
Seigerriss 278.
Seigerteufe 8.
Setzlibelle für Cylinder 36.
— für Ebene 36.
Setzniveau v. Weisbach 260.
Signalscheibe 206.
Sinusmethode zur Bestimmung der Horizontalintensität 348.
Sohle 9, 11.
Söhlige Linie 8.
Spannung des Bandes 96.
Sperrvorrichtungen für den Kompass 113.
— von Hildebrand 114.
— von Studer 113.
Spiegelkollimation 311.
Spielpunkt der Libelle 37.
Spreizen 28, 75.
Sprungstände 128.
Standlinie 261.
Stative 75.
Steckhülsen 185.
Steigwinkel 9.
Stellung der Latte 201.
Störungen der Magnetnadel 8.
Streichcosinus 11.
Streichsinus 11.
Streichen, astronomisches 9.
— beobachtetes 9.
— berechnetes 9.
— einer Linie 9.
— einer Lagerstätte 9.
— reducirtes 9.
— wahres 9.
Streichrichtung eines Erzlagers 381.
Streichwinkel 9.
Studersche Quetschvorrichtung 113.
Studersches Hängezeug 121.
Stück im Hangenden 132.
— im Liegenden 132.
Stundenwinkel der Sonne 309.
Südpol der Erdachse 3.

Tabellen, neuere für Gradbogen 103.
Tachymeter 323.
Tafel der cot ξ 389.
— der $\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha}$ 352.
— der Tangenten 379.
Tangentenmethode zur Bestimmung der Horizontalintensität 347.
Tangenten, Werth derselben 379.
— Zulegen mit denselben 273.
Teufenunterschied bei Längenmessungen 97.
Thalén-Tibergsches Magnetometer 338.
Theilung des Kompasses 115.
Theilung, Grad-, alte 23.
— neue 23.
— Stunden 22.
Theilkreis 146.
Theilungsfehler 146.
Theodolit 139, 279.
— mit Libelle auf dem Fernrohr 214.
— mit Alhidadenlibelle 214.
Torsion 315.
Totalintensität 391.
Transporteure 274.
Träger 144.
Triangulirungsstein 24.

Ueberstriche des Nonius 31.
Uebersetzende Kluft 133.
Umlegen des Fernrohrs 148.
Unschädlichmachen der Fehler des Theodolits 178.
— des Einsenkungsfehlers 97.
Unterschied zwischen Bogen und Sehne 7.
— zwischen scheinbaren und wahren Horizont 7.

Variationen, tägliche 8, 309.
— säkulare 8, 309.
Verbindung durch zwei Schächte 302.
Vergrösserung der Lupe 53.
— des Fernrohrs 63.
Verlorene Punkte 24.
Vernier 29.
Verschiebung der Brechpunkte 237.
Vertheilung der Schlussfehler 239.
Vertikalintensität des Erdmagnetismus 337.
— des Erzlagers 332, 368.
Vertikalkomponente des Erdmagnetismus 337.
— des Erzlagers 337.

Vertikalstellung von Achsen 47, 49.
Verziehschnuren 27, 281.
– Spannung derselben 27.
Verziehen 11.
Verziehschrauben 26.
Visirachse des Fernrohrs 71.
Visiren 65.
Visirkompass 127, 136.
Visirlinie 65.
Visirmittel 140.
Visirrichtung 65.
Visur 65.
Vollkreistransporteure 275.
Vortheile und Nachtheile der Messungen mit festen Winkelpunkten 222.
— mit verlorenen Winkelpunkten 222.
Vorzeichen des Winkels 163.

Wandarm 256.
Währzug 11.
Wasserzeichen 26.
Weisbachsches Lothverfahren 290.
— Setzniveau 260.
Weisbachsche Untersatzteller 186.
Weltachse 3.
Widersinnige Bezifferung 115.
Windschiefe Fläche 322.
Wilsonsche Lupe 54.
Winkel 22.
Winkelbuch 135.
— fehler 160.
— kreuz 79.
— maasse 22.
— messung 159, 215.
— prisma 81.
— scheiben aus Papier 274.
— spiegel 80.
— trommel 80.

Zapfen 336.
— reibung, Ueberwindung derselben bei magnetometrischen Messungen 347,369.
Zeichnungsmaassstäbe 21.
Zeitliche Aenderung der Deklination 309.
Zenith 4.
Zenithdistanzen, doppelte 190.
Zerstreute Punkte 321.
Ziehen 11
Zielachse des Fernrohrs 66.
Zielachsenfehler 158.
Zielen 65.
Ziellinie 65.
Zielrichtung 65.
Zug 11.
Zugbuch 134.
Züge, polygonale 23.
Zulegen 11, 270.
Zulegeplatte 136 271.

Druck von Ernst Mauckisch, Freiberg.

YD 04066

WILH STEIN